

竹の組織配列に学ぶ複合円筒構造の応力負担最適化に関する考察

Optimization of stress distribution for composite hollow cylindrical structures learning from fiber distribution of bamboo

北海道大学工学部環境社会工学科 ○学生員 齋藤太郎 (Taro Saito)
 北海道大学大学院工学院 学生員 宮川奨 (Sho Miyakawa)
 北海道大学大学院工学院 学生員 谷垣俊行 (Toshiyuki Tanigaki)
 山梨大学大学院総合研究部 非会員 島弘幸 (Hiroyuki Shima)
 熊本県立大学環境共生学部 非会員 井上昭夫 (Akio Inoue)
 北海道大学大学院工学研究院 正員 佐藤太裕 (Motohiro Sato)

1. はじめに

近年、生物や植物から着想を得る「生物模倣(bio mimetics)」によって作られた材料や製品が数多く存在する。それらの構造はしばしば非常に合理的であり、我々の想像以上の性能をもつ場合も少なくない。竹は、曲げに弱いとされる円筒構造にも関わらず、かなりの強度を有している。それは、断面内に存在する維管束と呼ばれる鉄鋼と同程度程の強度の組織が、断面方向に傾斜配置させられることで実現していると考えられる。この特異な組織配列を解析すれば、さらなる科学技術の発展が見込めるだろう。本研究は、竹の組織構造が曲げ剛性と曲げ応力に及ぼす影響を構造力学的に検証し、いかに維管束配列が強度に対して有用な働きをしているかを示すものである。

2. 曲げ剛性を最大化する竹断面の組織配列

2.1 維管束体積含有率の変化

竹は、図-1(a)のように表皮に向かうにしたがい組織の密度が増加している。以下ではこの組織配列が竹の剛性や強度に与える影響を求めていく。図-1(b)のように竹断面中心から半径方向外側を正とする座標 r を定め、断面肉厚の中心の原点からの距離を a 、断面肉厚を h とする。

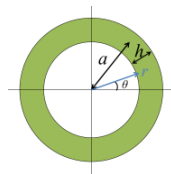


図-1(a) 竹の断面

図-1(b) 竹断面の値定義

2.2 維管束分布の関数近似

竹断面の維管束分布は、半径方向に増加関数のように配列していると考えられるため、本研究では維管束体積含有率を二次多項式によって近似する。

$$V_f(r) = c_0 + c_1 r + c_2 r^2, a - \frac{h}{2} \leq r \leq a + \frac{h}{2} \quad (1)$$

c_0, c_1, c_2 はそれぞれ係数で、維管束部と周辺の木質部のヤング係数を E_f, E_m とすると、断面全体のヤング係数は、

$$E_r = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (2)$$

(2)より、断面二次モーメントを I として竹の曲げ剛性は、

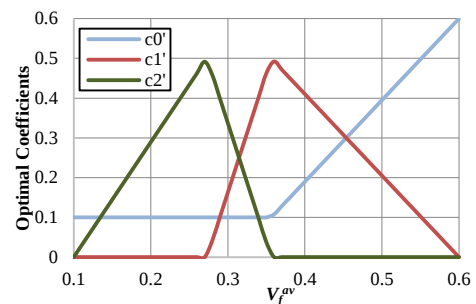
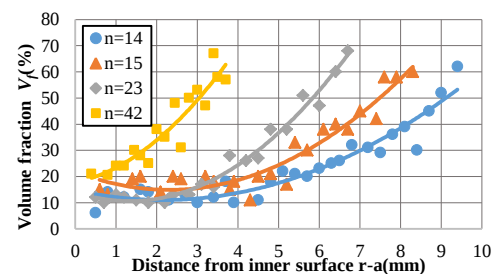
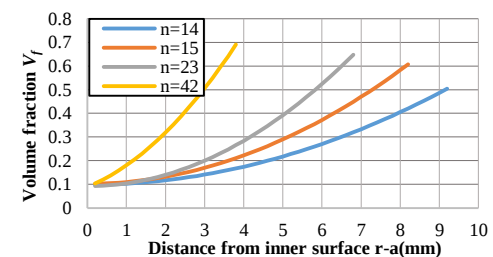


図-2 曲げ剛性を最大化する適切な係数変化

図-3 竹断面における維管束分布の実測値¹⁾ 2)図-4 竹断面における維管束分布の解析値²⁾

$$D_c = \int_{a-\frac{h}{2}}^{a+\frac{h}{2}} \int_0^{2\pi} \{E_f V_f + E_m (1 - V_f)\} r^3 \sin^2 \theta d\theta dr \quad (3)$$

ここで、断面内の実際の維管束含有率を考慮し最外面 ($r=a+h/2$)で上限 $V_{out}=0.6$ 、最内面($r=a-h/2$)で下限 $V_{inn}=0.1$ を定めた。また $V_f(r)$ は r について単調増加し、 $c_2 \neq 0$ で下に凸である。以下、座標を $r'=\{r-(a-h/2)\}/h$ と変換し、

$$V_f(r') = c_0' + c_1' r' + c_2' r'^2, 0 \leq r' \leq 1 \quad (4)$$

ここから線形計画法により曲げ剛性を最大化する係数 c_0', c_1', c_2' を維管束平均体積含有率 V_f^{av} に対して求め、図-2を得た。図-3は Amada¹⁾ らによって得られた、実際の竹を観察し地表から節間ごとに $n=1,2,3,\dots$ として

$n=14,15,23,42$ における維管束分布の観察結果を再現したデータである。また、図-4 は数値解析によって表した図-3 と同条件の維管束配置であり、図-3 と図-4 を比較するとこれらは概形、値がほぼ一致していることがわかる。このことから、実際の竹断面の維管束配列は曲げ剛性を最大化するものであると考えられる。

3. 竹断面に作用する応力

3.1 維管束部と木質部の応力負担割合

2 章を踏まえて、図-2 の維管束配列における竹断面の維管束部と木質部の応力負担割合について考察していく。曲げ応力 M を受けるはりの微小要素を取り出したものが図-5(a)である。図-5(b)は竹断面の微小区間 dA を表し、そこに作用する全応力を σ_0 、維管束部と木質部に作用する応力を σ_f 、 σ_m とする。ここで図-5(a)において NN_1 の曲率半径を ρ 、 PQ のひずみを ε として、

$$\rho = ON, PQ = dx(1 + \varepsilon), NN_1 = dx, OP = \rho + y \quad (5)$$

幾何学的関係より $PQ/NN_1 = OP/ON$ が成立するため、

$$\frac{dx(1 + \varepsilon)}{dx} = \frac{\rho + y}{\rho}, \therefore \varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (6)$$

本研究では $\sigma_0 = \sigma_f + \sigma_m = E_f \varepsilon$ 、 $y = r \sin \theta$ 、 $\rho = D_c / M$ が成立すると考えられるため、(2)、(6)より

$$\sigma_0 = \frac{E_f V_f}{D_c} M r \sin \theta + \frac{E_m (1 - V_f)}{D_c} M r \sin \theta \quad (7)$$

$$\sigma_f = \frac{E_f V_f}{D_c} M r \sin \theta, \sigma_m = \frac{E_m (1 - V_f)}{D_c} M r \sin \theta$$

図-6 は $V_f^{av} = 0.3$ 、維管束部のヤング係数 $E_f = 30(\text{GPa})$ 、木質部のヤング係数 $E_m = 2(\text{GPa})$ としたときの半径方向 r' に対する σ_0 、 σ_f 、 σ_m の値を表しており、点線は維管束を等分布配列させたとき ($V_f(r) = V_f^{av}$) のそれぞれの応力値 σ_0^0 、 σ_f^0 、 σ_m^0 である。作用する応力の大きい $0.8 \leq r' \leq 1.0$ の範囲では、等分布配列時に比べ σ_0 と σ_f は増加しているが、 σ_m は減少していることがわかる。そこで、以下では木質部の応力負担を最小化する維管束配列を求め、曲げ剛性のそれと比較する。

3.2 木質部に作用する応力を最小化する組織配列

はりに曲げ応力を作用させるとき、応力が最も大きいのは最外面であるため、ここでは $r' = 1.0$ として σ_m が最小になるような維管束配列を考える。数値解析を行うことで σ_m を最小化させる適切な係数 c_0' 、 c_1' 、 c_2' を求めたが、これは曲げ剛性を最大化する最適係数(図-2)とほぼ一致した。このことから、曲げ剛性を最大化する維管束配列は、木質部に作用する応力を最小化する維管束配列でもあるといえる。

3.3 木質部に作用する応力の低減率

図-7 は、このときの σ_m の維管束等分布配列時に対する低減率 η を V_f^{av} の値に応じて求めたものである。 η は維管束等分布配列時に木質部に作用する応力 σ_m^0 として $\eta = (\sigma_m - \sigma_m^0) / \sigma_m^0$ で表される。実際のモウソウチクの代表値である $a = 0.1(\text{m})$ 、 $h = 0.015(\text{m})$ のとき低減率 η は最大で 45%ほどとなり、このグラフの傾向は曲げ剛

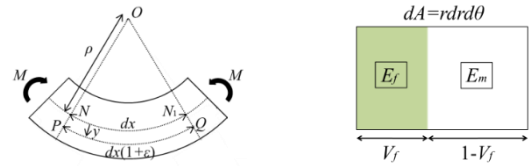


図-5(a) 曲げを受けるはりの微小要素 図-5(b) 竹断面微小空間の模式図

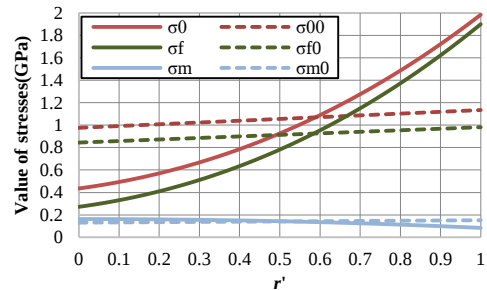


図-6 $V_f^{av} = 0.3$ としたときの竹全断面、維管束部、木質部の維管束傾斜配列時、等分布配列時における応力値

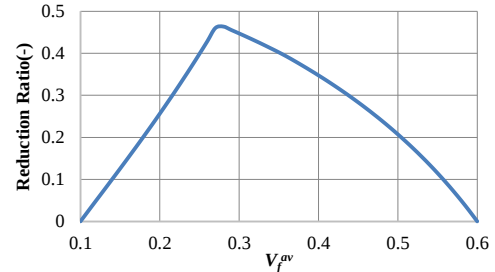


図-7 維管束等分布配列時に対する σ_m の低減率性の維管束等分布配列時に対する改善率²⁾と一致する。

4. まとめ

本研究から得られる知見は以下の通りである。

- ・竹は多項式関数によって近似される維管束の傾斜配列によって均等配列時と比べ曲げ剛性を向上させている。
- ・竹断面は維管束部と木質部で応力を分担しており、維管束を傾斜配列させることでヤング係数の小さい木質部に作用する応力を低減し、全体の強度を高めている。
- ・曲げ剛性を最大化する維管束配列と木質部に作用する応力を最小化する維管束配列はほぼ一致し、また曲げ剛性の改善率と木質部に作用する応力の低減率の傾向も一致することから、竹は曲げ剛性を最大化し、かつ木質部に作用する応力を最小化するように維管束を配置していることが示された。

謝辞

本研究は科研費基盤研究(B)(研究課題番号:15H04207, 研究代表者: 佐藤太裕)により実施されたことを付記し、関係各位にお礼申し上げます。

参考文献

- 1) S. Amada, Y. Tamotsu, T. Muneakata, Y. Nagase and H. Shimizu: Fiber texture and mechanical graded structure of bamboo, Composites Part B, Vol.28B, pp.13-20, 1996.
- 2) M. Sato, A. Inoue and H. Shima: Bamboo-inspired optimal design for functionally graded hollow cylinders, PLOS ONE, e0175029, 2017.