

被災した道路における通行止め期間の推計モデル

A disruption period estimation model for a degraded road network

北海道大学大学院工学院 ○学生員 峪 龍一 (Ryuichi Tani)
北海道大学大学院工学研究院 正会員 内田 賢悦 (Kenetsu Uchida)

1. はじめに

平成28年8月29日から31日にかけて、台風10号が道内の広範囲に甚大な被害をもたらした。降り続いた雨による河川の増水、土砂災害の発生によって、道路が途絶・損壊する事象が数多く発生した。特に、国道274号は橋りょう・覆道等が合計で66か所が被災し、現在、平成29年秋頃に通行止めを解除することを目標に復旧作業が行われている¹⁾。

国道274号が不通となる期間、これに並行する道東自動車道が道央圏と道東圏を直接的に連絡する唯一の手段となる。ここで、道東自動車道が不通となった場合、道央・道東間の接続性は著しく低下し、社会経済的に重大な影響をもたらす。

そこで、本研究では、並行する国道と自動車専用道（以下、自専道と表記する。）が存在する区間を考え、発生する災害が道路に与える影響の評価を行う。具体的には、道路が被災する確率と、被災から復旧までに要する時間から、期間 t （たとえば100年間）において通行止めとなる時間（待ち時間）を確率変数として求めるモデルを提案する。したがって、提案するモデルでは、自専道と国道がそれぞれ被災するときの待ち時間に加えて、2つが同時に被災するときの待ち時間を定量的に評価することが可能となる。

2. モデルの仮定

- ある道路が被災した場合、その復旧前に再び同じ道路が被災することはない。
- 国道と自専道における災害の発生回数は確率分布として表現され、それらは統計的に独立している。
- 災害が発生して通行止めとなった場合、復旧までの待ち時間は確率分布として表現され、それらは統計的に独立している。
- 復旧までの時間は災害の発生回数から独立している。

3. 災害リスクの定式化

国道は期間 t に X_n 回被災する災害リスクに曝されており、災害が起こった場合の復旧までに要する待ち時間を D_n と表す。同様に、自専道は期間 t に X_e 回被災する災害リスクに曝されており、災害が起こった場合の復旧までに要する平均時間を D_e と表す。 D_n, D_e は対数正規分布に従うものとし、式(1)で表す。なお、式(1)における d_i, σ_i^2 はそれぞれ D_i に対応する正規分布の平均と分散を意味する。

$$D_i \sim LN(d_i, \sigma_i^2) \quad \forall i \in \{n, e\} \quad (1)$$

本研究で考える待ち時間とは、ある区間の通行が不可能

となる状態が継続する時間を意味する。ただし、2本ある経路の内の1本が通行止めとなる場合、それに起因して生じる混雑による移動時間の増加は考慮していない。すなわち、混雑によって時間がかかったとしても通行可能である場合は、待ち時間は0と計算される。

本研究では、国道と自専道の被災確率は互いに独立したポアソン分布に従うものとする。期間 t で国道が x_n 回（ $x_n=0, 1, \dots$ ）被災する確率はポアソン分布に従うものとし、1期間での平均発生回数を v_n と表す。同様に、期間 t で自専道が x_e 回（ $x_e=0, 1, \dots$ ）被災する確率はポアソン分布に従うものとし、1期間での平均発生回数を v_e と表す。以上から、国道と自専道の被災確率は式(2)で表される。

$$P(X_i = x_i) = \frac{(v_i \cdot t)^{x_i}}{x_i!} \cdot \exp(-v_i \cdot t) \quad \forall i \in \{n, e\} \quad (2)$$

自専道または国道が1本のみ存在する場合、期間 t における待ち時間 $T_i \quad \forall i \in \{e, n\}$ とその期待値、分散は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} T_i &= \sum_{x_i=0}^{\infty} P_i(X_i = x_i) \cdot x_i \cdot D_i \\ &\sim LN \left(d_i + \ln \left(\sum_{x_i=0}^{\infty} P_i(X_i = x_i) \cdot x_i \right), \sigma_i^2 \right) \\ &= LN(d_i + \ln(v_i \cdot t), \sigma_i^2) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E[T_i] &= \sum_{x_i=0}^{\infty} P_i(X_i = x_i) \cdot x_i \cdot E[D_i] \\ &= \sum_{x_i=0}^{\infty} P_i(X_i = x_i) \cdot x_i \cdot \exp \left(d_i + \frac{1}{2} \cdot \sigma_i^2 \right) \\ &= v_i \cdot t \cdot \exp \left(d_i + \frac{1}{2} \cdot \sigma_i^2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{var}[T_i] &= \sum_{x_i=0}^{\infty} P_i(X_i = x_i) \cdot x_i \cdot \text{var}[D_i] \\ &= \left(\sum_{x_i=0}^{\infty} P_i(X_i = x_i) \cdot x_i \right)^2 \cdot \exp(2 \cdot d_i + \sigma_i^2) \cdot \exp(\sigma_i^2 - 1) \\ &= (v_i \cdot t)^2 \cdot \exp(2 \cdot d_i + \sigma_i^2) \cdot \exp(\sigma_i^2 - 1) \end{aligned} \quad (5)$$

次に、国道と自専道が並行する場合の待ち時間を考える。国道のみ、あるいは自専道のどちらかが通行可能である場合、待ち時間は0なので考える必要はない。よって、国道と自専道が同時に被災した場合のみを考えて待ち時間を計算する必要がある。ここで、国道と自専道が

同時に被災した場合、待ち時間がより短い方 ($\min(D_n, D_e)$) が選ばれる点に注意が必要である。

期間 t で国道または自専道が x_i ($i \in \{n, e\}$) 回被災すると $x_i \cdot D_i$ の待ち時間が生じる。また、期間 t に占める待ち時間の比率は $x_i \cdot D_i / t$ となる。そこで、期間 t に国道と自専道に同時に待ち時間が生じている確率を式(6)で与える。

$$P_{ne}(x_n, x_e) = \frac{x_n \cdot x_e}{t^2} \cdot E[D_n] \cdot E[D_e] \quad (6)$$

期間 t に国道が x_n 回、自専道が x_e 回被災した場合に、国道と自専道に同時に待ち時間が生じている状態の数が y となる確率は二項分布に従うものとし、式(7)で与える。

$$P(Y=y; x_n, x_e) = \binom{\min(\hat{x}_e, \hat{x}_n)}{y} \cdot (P_{ne}(x_n, x_e))^y \cdot (1 - P_{ne}(x_n, x_e))^{\min(\hat{x}_e, \hat{x}_n) - y} \quad (7)$$

where

$$\hat{x}_i = \text{int}(x_i \cdot E[D_i]) \quad \forall i \in \{n, e\} \quad (8)$$

ここで、 $\text{int}(x)$ は、 x を超えない最大の整数を表す。つまり、式(8)は待ち時間の期待値の整数部分を意味する。以上の関係から、期間 t での待ち時間 T_1 とその期待値 $E[T_1]$ と分散 $\text{var}[T_1]$ はそれぞれ以下のように与えられる。

$$T_1 = \sum_{x_n=0}^{\infty} \sum_{x_e=0}^{\infty} \sum_{y=1}^{\min(\hat{x}_n, \hat{x}_e)} \left(P_n(X_n = x_n) \cdot P_e(X_e = x_e) \right) \cdot P(Y=y; x_n, x_e) \cdot y \cdot \min(D_n, D_e) \quad (9)$$

$$E[T_1] = \sum_{x_n=0}^{\infty} \sum_{x_e=0}^{\infty} \sum_{y=1}^{\min(\hat{x}_n, \hat{x}_e)} \left(P_n(X_n = x_n) \cdot P_e(X_e = x_e) \right) \cdot P(Y=y; x_n, x_e) \cdot y \cdot E[\min(D_n, D_e)] \quad (10)$$

$$\text{var}[T_1] = \left(\sum_{x_n=0}^{\infty} \sum_{x_e=0}^{\infty} \sum_{y=1}^{\min(\hat{x}_n, \hat{x}_e)} \left(P_n(X_n = x_n) \cdot P_e(X_e = x_e) \right) \cdot P(Y=y; x_n, x_e) \cdot y \right)^2 \cdot \text{var}[\min(D_n, D_e)] \quad (11)$$

式(10)、(11)における $\min(D_n, D_e)$ の平均と分散を求める手法を付録 A に示す。また、数値計算上の留意点を付録 B に示す。

4. 数値計算

上記で提案する定式化を検証するため、仮想的な国道と自専道を対象として、数値計算を行った。国道と自専道のそれぞれにおける、災害が起こった場合の復旧までに要する待ち時間の平均と分散と、待ち時間に対応する正規分布の平均と分散を表-1 に示す。なお、対象とする期間は 100 年とする。国道と自専道が 1 年間に被災する平均回数はそれぞれ 0.01 回、10 回とする。今回の計算では、国道については被災の頻度が少なく、復旧までに長い時間を要する大規模な災害を想定し、自専道については被災の頻度が多く、短期間で復旧可能な軽微な災害を想定して、上に示す待ち時間、平均被災回数を設定している。

100 年の期間において、自専道と国道が被災するとき、それぞれが復旧するまでの待ち時間は図-1 と図-2 の通りである。さらに、自専道と国道が同時に被災するとき、片方が復旧するまでの待ち時間は図-3 の通りである。

図-1、図-2 は、それぞれある地点間を結ぶ道路が自専道のみ、国道のみである場合の待ち時間と解釈することができる。これに対して図-3 は、地点間を結ぶ道路として、自専道と国道の 2 本がある場合の待ち時間と解釈することができる。以上の図から、地点間を結ぶ道路が 2 本ある場合、1 本であるときよりも、大幅に待ち時間が削減されていることがわかる。この理由は、同時に 2 本の道路が通行止めになる確率は小さく、さらに同時に通行止めになったとしても、その場合の待ち時間は、2 本の道路の待ち時間のうち、小さい方によって表現されるためである。たとえば、国道が被災した場合、その平均待ち時間は約 352 日となるが、同時に自専道が被災したとしても、その待ち時間は約 1 日となるため、同時に通行止めとなっている期間は約 1 日である。この期間が平均待ち時間として計算されている。以上の結果は、道路のリダンダンシーの効果は、待ち時間として評価可能であることを示唆していると考えられる。

表-1 国道と自専道の待ち時間と対応する正規分布の平均と分散

	正規分布		待ち時間 (対数正規分布)	
	平均	分散	平均[日]	分散[(日) ²]
国道	5.7	0.570 ²	351.6	217.8384 ²
自専道	0.1	0.005 ²	1.1	0.0055 ²

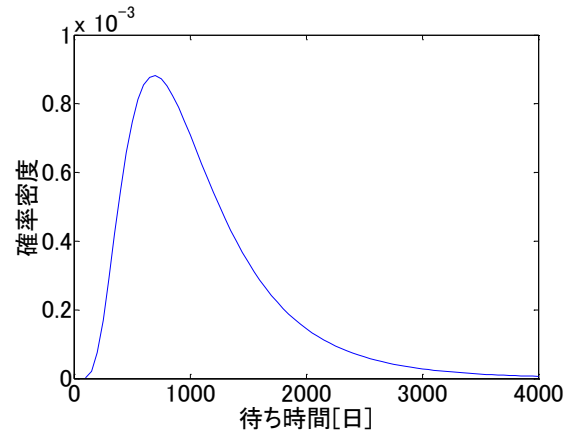


図-1 自専道が被災するときの待ち時間

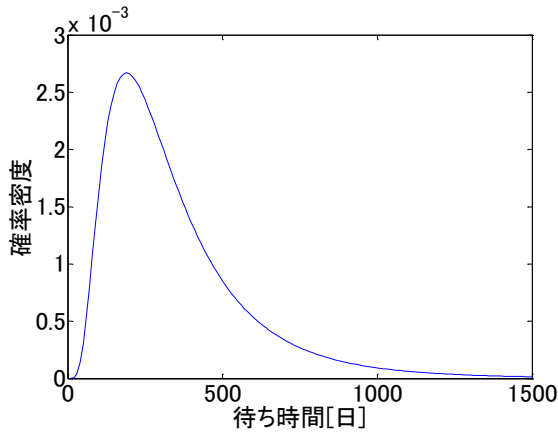


図-2 国道が被災するときの待ち時間

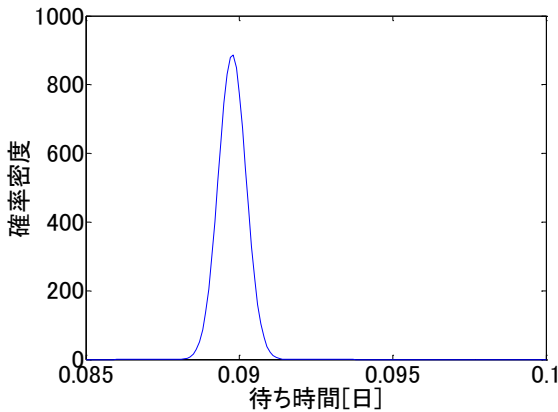


図-3 自専道と国道が同時に被災するときの待ち時間

5. まとめ

本研究では、道路が被災した場合の通行止め期間を確率分布として推計するモデルを提案した。道路はポアソン分布に従って被災し、被災してから復旧までに要する待ち時間は対数正規分布に従うと仮定することにより、期間 t における通行止め時間(待ち時間)を対数正規分布に従う確率変数として推計することが可能となる。

数値計算を行った結果から、道路のリダンダンシーの影響を定量的に評価できることが示された。今後は、実データに基づいた計算を行うとともに、ネットワークとしての評価方法についても検討を加えていく所存である。

付録 A

Lien (2005)から $E[\min(D_n, D_e)]$ は、式(A1)に示すように表すことができる。

$$E[\min(D_n, D_e)] = E[D_n] \cdot \Phi\left(\frac{d_e - d_n - \sigma_n^2}{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}}\right) + E[D_e] \cdot \Phi\left(\frac{d_n - d_e - \sigma_e^2}{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}}\right) \quad (\text{A1})$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布の分布関数である。また、

$E[(\min(D_n, D_e))^2]$ は式(A2)として表現される。

$$E[(\min(D_n, D_e))^2] = E[D_n]^2 \cdot \Phi\left(\frac{d_e - d_n - 2 \cdot \sigma_n^2}{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}}\right) + E[D_e]^2 \cdot \Phi\left(\frac{d_n - d_e - 2 \cdot \sigma_e^2}{\sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_e^2}}\right) \quad (\text{A2})$$

where

$$(D_i)^2 \sim LN(2 \cdot d_i, 2^2 \cdot \sigma_i^2) \quad \forall i \in \{n, e\} \quad (\text{A3})$$

以上より、 $\text{var}[\min(D_n, D_e)]$ は式(A4)として表現される。

$$\text{var}[\min(D_n, D_e)] = E[(\min(D_n, D_e))^2] - (E[\min(D_n, D_e)])^2 \quad (\text{A4})$$

付録 B

本研究で定式化したモデルをそのままコード化し、そのプログラムを実行した場合、式(2)に示したポアソン分布と式(7)に示した二項係数を計算する際に、オーバーフローまたはアンダーフローが生じる。後者については、式(7)の右辺の確率項がほぼ 0 となる場合、つまり、式(7)がほぼ 0 となる場合には二項係数を計算する必要がないことに留意すればよい。すなわち、ある程度大きな確率が得られた場合のみ、式(7)を計算することで上記の問題に対応可能である。

一方、式(2)のポアソン分布は以下のように変形可能である。

$$P(X=x) = \frac{(v \cdot t)^x}{x!} \cdot \exp(-v \cdot t) = \exp(x \cdot \ln(v \cdot t) - v \cdot t - \ln x!) \quad (\text{B1})$$

ここで、階乗を近似計算する手法として、式(B2)に示すスターリングの公式が知られている。

$$x! \approx x \cdot \ln x - x \quad (\text{B2})$$

しかし、式(B2)を式(B1)に適用した場合、その近似精度が低いため、ポアソン分布の全確率が 1 とならないことに注意が必要である。そこで、より精度を高めた式(B3)を適用することによって、全確率を 1 に近づけることが可能となる。

$$x! \approx \sqrt{2 \cdot \pi \cdot x} \cdot \left(\frac{x}{e}\right)^x \quad (\text{B3})$$

参考文献

- 1) 帯広開発建設部，東日本高速道路株式会社北海道支社：平成 29 年秋頃を目標に国道 274 号日勝峠の通行止め解除，2016，<http://www.ob.hkd.mlit.go.jp/hp/osirase/press/pdf/douro28049.pdf>，(最終閲覧日 2016 年 12 月 6 日)
- 2) Lien, D.: On the minimum and maximum of bivariate lognormal random variables, Extremes 8, pp.79-83, 2005.