

砂礫が部分的に被覆した岩河床に形成される河床形状に関する検討

Linear Stability Analysis on Bed Configuration of Soft Rock Partially Covered with Sediment.

北見工業大学大学院 社会環境工学専攻

○学生会員

蘭森啓悟

北見工業大学大学院 教授 社会環境工学専攻

正会員

渡邊康玄

1. はじめに

近年、全国的に河床低下が問題となっている河川が多く見られている。砂礫層の下に流砂の衝突に対して極めて浸食されやすい軟岩層が存在する場合、河床低下の進行により河床を覆っていた砂礫が一掃されると、急激に河床が低下し、護岸の浮き上がりや橋脚の根入れ不足が深刻な問題となる。図-1は、表層の砂礫層が喪失し、軟岩の浸食により基礎が露出した橋梁の例である。軟岩はある程度の固結度を持っているが流砂などの衝突に対しては弱く、一度浸食を受けると流水や流砂が集中し、局所的な深掘れを形成しやすい特徴を有している。このため、洪水発生時には、更なる局所洗掘が進行する可能性がある。また、河床を覆う砂礫層の消失は、魚類等の産卵環境や生息環境の悪化を招く。

このようなことから、軟岩の浸食機構の解明は喫緊の課題となっている。軟岩河床等の侵食に関連して、固定床上の流砂に関する研究¹⁾²⁾や岩盤河床等の侵食機構に関する研究³⁾⁴⁾⁵⁾が行われている。また、軟岩河床等における河床形状に関しても、多くの研究⁶⁾⁷⁾が行われているが、軟岩侵食形状に関する知見の集積は十分とは言えない状況にある。そこで著者ら⁸⁾は、完全に露岩した状態での軟岩の洗掘現象に対し、サムナーらが行った鋼製水路を用いた軟岩洗掘の再現実験⁹⁾のデータを参考に線形安定解析を行い、軟岩洗掘時における交互砂州状の洗掘について検討を行った。その結果、交互砂州状の攪乱が無限大の波長において増幅率が最大となることを示し、実験で縦断的に一様な洗掘が生じた点と一致する結果を得ている。

しかしながら、部分的に砂礫が被覆した河床では、流砂の軟岩への衝突が阻まれることにより洗掘現象が部分的に減衰し、現象が大きく異なることが予想される。そこで、本研究ではNelson and Seminaraの研究¹⁰⁾を参考に、被覆率 C と平均覆礫層厚 $\bar{e}$ を用いて河床を覆う堆積物の分布を表現し、部分的に被覆した軟岩河床でどのような洗掘形状が現れるのかを検討することとする。

2. 安定解析

(1) 被覆率 C 、平均覆礫層厚 $\bar{e}$

Nelson and Seminaraの研究¹⁰⁾の覆礫の考え方を参考に、以下のように取り扱うこととする。なお、彼らの研究では、



図-1 軟岩の浸食により橋脚の基礎が露出した例

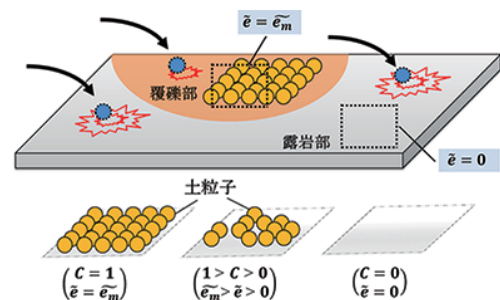


図-2 被覆率 C と平均覆礫層厚 $\bar{e}$

掃流砂層厚により地形の変化を表現しているが、ここでは、軟岩の浸食による地形を扱っているため、そのままの考え方を利用することができない。ここでは、上流からの流砂量が平衡流砂量よりも少なく、砂礫が鉛直方向に重なって流掃されない状況を考えることは同じであるが、被覆率 C および空間平均の堆積層厚 $\bar{e}$ の概念を取り入れて、部分的に軟岩が露出した河床を扱うこととする。

河床が完全に覆われた場合の平均覆礫層厚を $\bar{e}_m$ とおくと、平均覆礫層厚 $\bar{e}$ は0.0から $\bar{e}_m$ の間で変化し、被覆率 C は0から1の間で変化する。上流から流掃され堆積する土砂を均一粒径 $\bar{d}_s$ の球形と仮定すると、一層のみを考える場合 $\bar{e}_m = C\bar{d}_s\pi/6$ となる。なお、各項上の $\sim$ は次元を有していることを示している。

無次元覆礫層厚 e は、完全に覆礫した場合($\bar{e}=\bar{e}_m$)との比で表現し、これは被覆率 C に等しい。

$$e = \bar{e}/\bar{e}_m = C \quad (1)$$

これにより、完全に露岩化した場合($C=0$)、部分的に露岩化した場合($0 < C < 1$)または岩河床表面を堆積砂が完全に覆う場合($C=1$)に分類できる。図-2にその模式図を示す。

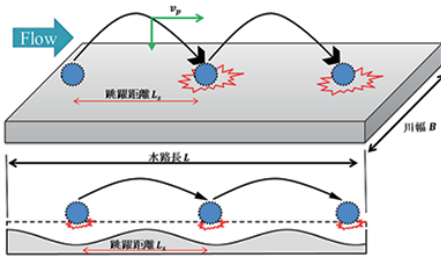


図-3 流砂の衝突イメージ

(2) 流砂の衝突による洗掘

軟岩河床における河床形状は、砂礫の堆積がない場合、上流から流送されてきた砂礫の衝突による洗掘によって形成される。損傷量は衝突エネルギーに比例するという石橋の研究¹¹⁾を参考に洗掘深 $\bar{D}$ は式 (2) で表現できる⁸⁾。

$$\bar{D} = \gamma \Sigma \left(\frac{\bar{q}_b \bar{T} \bar{w}}{\bar{d}_s^3 \pi / 6 \bar{L}_s} \frac{\bar{v}_p^2}{2g} \right) \quad (2)$$

ここで、 γ ; 損傷係数, $\bar{q}_b$; 単位幅流砂量, $\bar{T}$; 通水時間, $\bar{d}_s$; 粒径, $\bar{L}_s$; 流砂の跳躍距離, $\bar{v}_p$; 砂粒の速度, $\bar{g}$; 重力加速度である。

河床高 $\bar{\eta}$ の変化は軟岩の洗掘によって生じるとし、式 (2) を用いて、式 (3) のように表現する。

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + (1 - C) \bar{\gamma} \frac{\bar{s} \bar{\rho}}{2} \frac{\bar{q}_b \bar{v}_p^2}{\bar{L}_s} = 0 \quad (3)$$

ここで、 $\bar{\eta}$; 河床高, $\bar{t}$; 時間, C ; 被覆率, s ; 砂礫の水中比重 ($=1.65$), $\bar{\rho}$; 水の密度である。

(3) 部分的に覆礫した軟岩の洗掘モデル

Colombini ら¹²⁾が行った解析の考え方を基に、部分的に覆礫した軟岩における洗掘現象のモデル化をおこなう。川幅一定の直線水路における拡散項を省略した2次元浅水流式と連続の式および流砂の連続式は、等流の諸量

$$\begin{aligned} (x, y) &= (\bar{x}, \bar{y}) / \bar{D}_0, (u, v) = (\bar{u}, \bar{v}) / \bar{u}_0, D = \bar{D} / \bar{D}_0 \\ H &= \bar{H} / (F_{r0}^2 \bar{D}_0), \eta = \bar{\eta} / \bar{D}_0, \gamma = \bar{\gamma} \bar{\alpha}_0, t = \bar{t} \bar{u}_0 / \bar{B} \\ F_{r0} &= \bar{u}_0 / (\bar{g} \bar{D}_0)^{1/2}, (q_{bx}, q_{by}) = (\bar{q}_{bx}, \bar{q}_{by}) / (\bar{s} \bar{g} \bar{d}_s^3)^{1/2} \\ (\tau_x, \tau_y) &= (\bar{\tau}_x, \bar{\tau}_y) / (\bar{\rho} \bar{u}_0^2), v_p = \bar{v}_p / \bar{u}_0, L_s = \bar{L}_s / \bar{D}_0 \end{aligned}$$

を用いて無次元化すると式 (4)～(8) で表される。各座標系を図-4に示す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} + \beta \frac{\tau_x}{D} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial y} + \beta \frac{\tau_y}{D} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial u D}{\partial x} + \frac{\partial v D}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\pi}{6} \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\beta \sqrt{s} \bar{d}_s}{F_{r0}} \left(\frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (1 - C) \frac{\gamma R}{F_{r0}} (s \bar{d}_s)^{3/2} \frac{q_b v_p^2}{L_s} = 0 \quad (8)$$

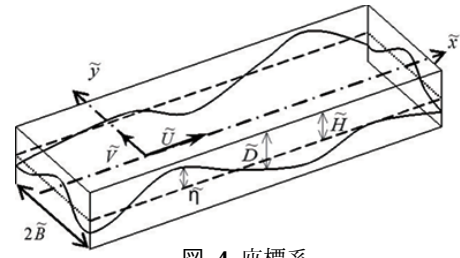


図-4 座標系

ここで、 $\bar{x}, \bar{y}$; それぞれ縦断方向および横断方向座標軸, $\bar{u}, \bar{v}$; それぞれ $\bar{x}$ 軸方向および $\bar{y}$ 軸方向の流速, $\bar{H}$; 水位, $\bar{D}$; 水深, $\bar{\tau}_x, \bar{\tau}_y$; それぞれ $\bar{x}$ 軸方向および $\bar{y}$ 軸方向の掃流力, $\bar{q}_{bx}, \bar{q}_{by}$; それぞれ $\bar{x}$ 軸方向および $\bar{y}$ 軸方向の掃流砂量, $\bar{e}$; 平均覆礫層厚, F_r ; フルード数, $\bar{\eta}$; 河床高 ($=H-D$), β ; 川幅水深比 ($=\bar{B}/\bar{D}_0$), 式 (8) 中の $R(=\bar{u}_0 \bar{\rho} / (2 \bar{\alpha}_0))$ は流水の運動エネルギーと軟岩の一軸圧縮強度の比で表される無次元のパラメータであり, $\bar{\alpha}_0$ は軟岩の一軸圧縮強度である。また、添え字の 0 は等流時の値を示し、各項上の $\sim$ は次元を有していることを示す。

(u, v, H, D, C) を摂動パラメータ ε を用いて、式 (9) で示される等流時の値と摂動量とに分ける。

$$(u, v, H, D, C) = (1, 0, H_0, 1, C_0) + \varepsilon(u_1, v_1, h_1, d_1, C_1) \quad (9)$$

摂動量については河床形状が交互砂州状の形状を想定しており、 (u, v, H, D, C) の微少攪乱項に対して縦断方向に $\cos$ 波、横断方向に $\sin$ 波を与えている。ただし、横断方向の流速 v に関しては、両岸において横断流速は生じないとして、微少攪乱項に対して横断方向に $\cos$ 波を与えている。

$$(u_1, v_1, h_1, d_1, C_1) = (S_{y1} \hat{u}_1, C_{y1} \hat{v}_1, S_{y1} \hat{h}_1, S_{y1} \hat{d}_1, S_{y1} \hat{C}_1) E_1 \quad (10)$$

ここで、 $E_1 = \exp[i(\lambda_r x - \omega t)]$, $S_{y1} = \sin(ny\pi/2)$, $C_{y1} = \cos(ny\pi/2)$ である。 ω は複素数であり、実数部 ω_r および虚数部 ω_i はそれぞれ摂動量の角周波数および時間増幅率である。 ω_i が正の値を持つとき現象は増幅し、負の値を持つとき現象は減衰する。 λ_r は流下方向の微少攪乱の波数であり、 $\lambda_r = 2\pi \bar{B} / \bar{L}_s$ で表される。

式 (4)～(7) に式 (9), 及び式 (10) を代入し整理すると、 ε の一次のオーダーに関して式 (11) が得られる。

$$\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & f_{35} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} & f_{45} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} & f_{55} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u}_1 \\ \hat{v}_1 \\ \hat{h}_1 \\ \hat{d}_1 \\ \hat{C}_1 \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

$(\hat{u}_1, \hat{v}_1, \hat{h}_1, \hat{d}_1)$ が 0 以外の解を持つには、式 (12) が条件となる。

$$\begin{vmatrix} f_{11} & \dots & f_{15} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{51} & \dots & f_{55} \end{vmatrix} = F(\omega, \lambda_r, \beta, \tau_s, d_s) = 0 \quad (12)$$

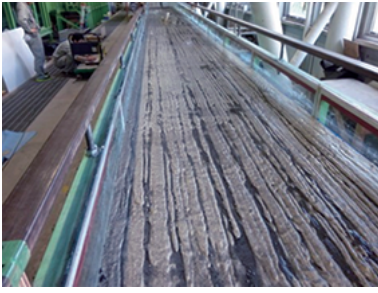
図-5 通水終了後の水路⁹⁾

表-1 水理条件

条件	実験条件
水路幅 B	0.9[m]
実験流量 Q	10.0[l/s]
水深 h	3.0[cm]
粒径 d_s	1.18[mm]
河床勾配 I	1/300
無次元掃流力 τ_*	0.051
河床形態	交互砂州

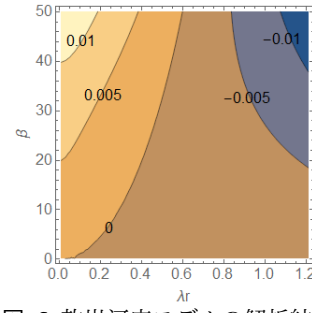
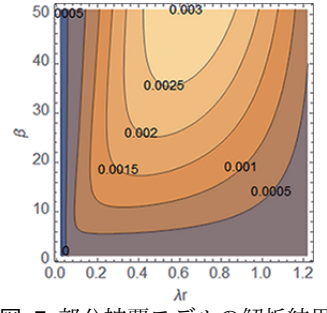


図-6 軟岩河床モデルの解析結果 図-7 部分被覆モデルの解析結果



d_s および τ_* が与えられたとき、微少攪乱の発達を示す ω_i は川幅と水深の比 β によって決定される。これより、 β と縦断方向の河床波形の波数 λ_r による時間増幅率 ω_i の値の変化を見ることによって、河床に現れる形状について検討を行うことができる。

3. 検討条件

(1) 軟岩洗掘の再現実験

サムナーらが実施した軟岩洗掘実験⁹⁾における水理条件を表-1に示す。軟岩モルタル床上には、時間の経過とともに複数の縦筋状の溝が発達したことが報告されている⁹⁾。図-5は、通水後の河床形状を撮影したものである。本研究では、この水理条件を基準にして検討を行うこととした。

(2) 諸量の設定

掃流砂量 q_b は Mayer-Petter, Müller の式より、

$$q_b = 8(\tau_* - \tau_{cr})^{3/2} \quad (13)$$

また、縦横断成分に分解し、以下の形で用いる。

$$\begin{aligned} q_{bx} &= q_b \cos \delta \\ q_{by} &= q_b \sin \delta \\ \sin \delta &= \left(v_1 - \frac{rr}{\beta} \sqrt{\frac{1}{\tau_0}} \frac{\partial}{\partial y} (F_{r0}^2 h_1 - d_1) \right) \varepsilon \end{aligned}$$

河床摩擦係数には、式 (14) を用いた。

$$C_f = \left(6 + 2.5 \ln \left(\frac{\bar{D}}{\bar{k}_t} \right) \right)^{-2} \quad (14)$$

Sklar and Dietrich が行った研究¹³⁾より v_p , L_s について、以下の関係を用いる。

$$\frac{\tilde{v}_p}{\sqrt{sg\tilde{d}_s}} = \alpha_1 \left(\frac{\tilde{d}_s}{\bar{k}_t} \right)^{1/4} (\tau_* - \tau_{cr})^{0.5} \quad (15)$$

$$\frac{\tilde{L}_s}{\tilde{d}_s} = \alpha_2 (\tau_* - \tau_{cr})^{0.9} \quad (16)$$

ここで、 α_1, α_2 は係数でありそれぞれ、 $\alpha_1=10$, $\alpha_2=8$ とされている。 $\bar{k}_t$ は水理学的粗度であり、砂面の粗度を $\bar{k}_s$, 軟岩面の粗度を $\bar{k}_r$ とおいて、式 (17) の形で用いることとする。

$$\bar{k}_t = C\bar{k}_s + (1-C)\bar{k}_r \quad (17)$$

$\bar{q}_b$ は水路に十分な給砂が存在するときの給砂量を $\bar{q}_{bc}$ とおくと、被覆率 C を用いて、以下の形で表現する。

$$\bar{q}_b = C\bar{q}_{bc} \quad (18)$$

限界掃流力 τ_{cr} については、井上ら³⁾によって導かれた、以下の式を用いた。

$$\tau_{cr} = \frac{\alpha_1}{\frac{1}{\kappa} \ln(30.1 \frac{\alpha_* d_s}{k_s})} \quad (19)$$

ただし、

$$\alpha_1 = \frac{2A_3}{0.4A_2} \frac{(\mu_f - \tan \theta)}{(\mu_f + (1/0.85))} \frac{\cos \theta}{0.85}$$

ここで、 θ : 河床勾配, μ_f : 静止摩擦係数, α_* : 砂礫の着目高さであり、 $\kappa=0.4$, $A_2=\pi/4$, $A_3=\pi/6$, $\alpha_*=0.65$ とし、静止摩擦係数には一般的な値である 0.85 を用いる。

軟岩の一軸圧縮強度 α_0 , および損傷係数 $\bar{\gamma}$ について、大澤らが行ったモルタルで擬似した軟岩を用いた実験¹⁴⁾より $\alpha_0=76[\text{kN}]$, $\bar{\gamma}=7.256[\text{kgf}]$ を用いることとした。

4. 解析結果

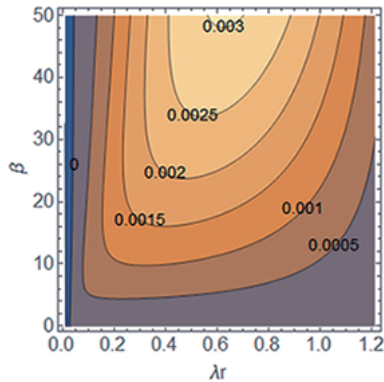
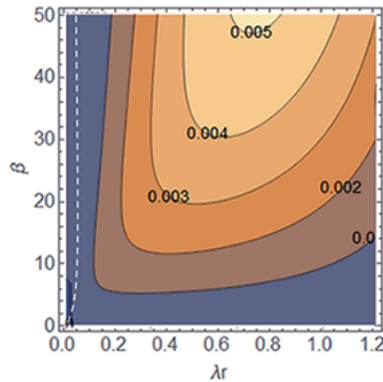
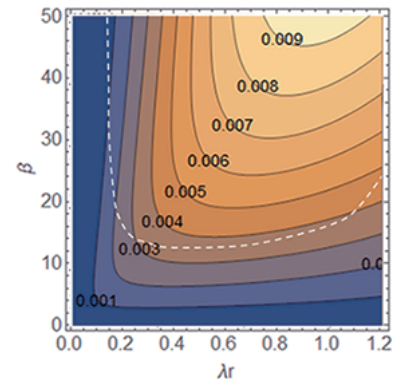
(1) 完全に露岩化した軟岩河床の洗掘⁸⁾

表-1 に示されるサムナーらの実験⁹⁾と同一の完全に露岩化した河床状態を想定したケースの水理条件を基に安定解析を実施した。なお、計算条件は、実験の条件である $d_s=0.04, \tau_0=0.05$ とした。求められた ω_i のコンター図を図-6に示す。

図-6より、 ω_i が最も発達する λ_r の位置が、おおよそ 0.0 付近にあることが見てとれる。 $\lambda_r = 2\pi\tilde{B}/\tilde{L}$ であることから、中規模河床波の要因である攪乱の波長 L は ∞ に近い値をとることになる。つまり、波長が縦断的に無限に伸びていき、縦断的に一樣な洗掘形状を形成すると考えられる。この結果より、図-5に見られるような縦筋状の洗掘跡が現れる点で一致する知見を得た。ただし、洗掘現象は第2種2次流に起因するものとも考えられ、今回与えた交互砂州状の微少攪乱に起因するものであるかは不明であり、今後さらなる検討が必要である。

(2) 部分的に被覆された軟岩河床の洗掘

部分的に砂礫で被覆された条件について、式 (12) より求められた ω_i のコンター図を図-7に示す。なお、計算条件は、

図-8 ω_i のコンター図 ($C_0=0.10$)図-9 ω_i のコンター図 ($C_0=0.50$)図-10 ω_i のコンター図 ($C_0=0.90$)

サムナーらの実験⁹⁾と同一の条件を使用し、 C_0 については0.1として計算を行った。

図-7より、 ω_i が最大となる λ_r の位置が、およそ0.6付近にあることが見てとれる。 $\lambda_r = 2\pi\tilde{B}/\tilde{L}$ であることから、部分的に被覆が河床に存在する場合、今回の条件下では波長 $\tilde{L}$ がおおよそ4.2mの河床形状が発達することになる。なお、他の条件は(2)部分的に被覆された軟岩河床の洗掘で使ったものを用いている。

(3) 水理条件による比較

解析の際に与えた水理条件を一部変更することによって、各水理量が現象に与える影響を検討することとする。

等流時の被覆率 C_0 を0.1, 0.5, 0.9と変化させたケースを図-8~10に示す。図中に示される白点線は、それぞれ同ケースにおける角周波数 ω_r が0となる位置を図に重ねて示したものである。なお、他の条件は(2)部分的に被覆された軟岩河床の洗掘で使ったものを用いている。

β を固定し C_0 を小さくしていくと ω_i が最大となる λ_r が小さくなる方向に移動する。これは、被覆率が小さくなると波長が長くなる、という矢野ら¹⁵⁾が行った覆礫を与えた岩河床の洗掘実験で得られた知見と一致する。また、 C_0 を小さくしていくと ω_i の最大の値は小さくなる傾向が見られるが、これは被覆率 C_0 が小さくなるということは本解析の場合、流砂量が少なくなることの意味しており、その分現象が減衰するためであると考えられる。

ω_r が0であるとき、洗掘の進行は停滞し、局所的な洗掘が生じることが予想されるため、特に注意が必要であると考えられる。例えば、図-10に示す $C_0=0.9$ のケースでは、 β が14である場合、 ω_i が最大となる位置で ω_r が0となっている。このとき、波長 $\tilde{L}$ がおおよそ5.2mの局所的な深掘れが生じることが予想される。ただし、このような現象の発生は未だ確認されておらず、今後は実験等による検討が必要である。

また、流砂の粒径 d_s 、等流時の無次元掃流力 τ_0 を変化させたケースについても検討を行った結果、 d_s および τ_0 が大きくなると ω_i が最大となる λ_r が小さくなる方向に移動す

るとともに、 ω_i の値そのものが大きくなる傾向を示した。

5. おわりに

今回、河床を覆う堆積物の分布を考慮したモデルによる解析を行い、サムナーらが実施した軟岩洗掘実験⁹⁾の水理条件を基に、河床形状の形成要因の解明を試みた。その結果、被覆率が小さくなると、中規模河床波の要因である攪乱の波長が大きくなることが明らかになった。このことは、矢野らが行った覆礫を与えた岩河床の洗掘実験¹⁵⁾で報告された傾向と一致する。

しかし、本解析では河床高さの変化は軟岩の洗掘によってのみ生じると設定しており、河床の回復については考慮していない。今後は流砂による堆積・侵食が、河床形状にどの程度影響を及ぼすかの検討が必要である。

参考文献

- 1) 江頭進治, 吉栖雅人, 伊藤隆郭: 固定床開水路における砂礫の輸送形態と輸送能力, 水工学論文集 40 巻, pp.971-976, 1996.
- 2) 久加朋子, 竹林洋史, 藤田正治: 固定床と移動床が混在する場合における動的平衡河床の不可逆性, 土木学会論文集, 第71号, 2015.
- 3) 井上卓也, 泉典洋, 米元光明, 旭一岳: 軟岩上の限界掃流力と軟岩の洗掘速度に関する実験, 河川技術論文集, 第17巻, 20011年7月.
- 4) 小松祐輔, 渡辺康玄, 泉典洋, 竹林洋史: モルタルで疑似した軟岩の流砂の衝突による洗掘, 河川技術論文集, 第17巻, 2011.
- 5) 井上卓也, 村上泰啓, 伊藤丹, 数馬田貢: 流砂による軟岩侵食と岩の物性値の関係, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.69, No.4, 2013.
- 6) 泉典洋, 横川美和, Gary PAKER: 基盤岩上に形成される周期的ステップ地形, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.68, No.4, 2012.
- 7) 井上卓也, 清水康行, Gary PARKER, 山口里実, 伊藤丹: 給砂量と岩床侵食地形の関係, 土木学会論文集 B1(水工学), Vol.70, No.4, 2014.
- 8) 藺森啓悟, 渡辺康玄: 軟岩で構成された河床に現れる形状の検討, 応用力学シンポジウム, 2016.
- 9) サムナー圭希, 井上卓也, 清水康行: 岩盤底上の砂州形成に伴う侵食地形, 水工学論文集, 第72号, 2016.
- 10) Peter A. Nelson and Giovanni Seminara: A theoretical framework for the morphodynamics of bedrock channel. Geophysical Research Letters. Vol.39, 2012.
- 11) 石橋毅: ダム排砂設備の流下砂礫による摩耗・損傷に関する水理学的研究, 土木学会論文報告集, 第334号, 1983.
- 12) Colombini, M., G. Seminara and M. Tubino: Finite amplitude alternate bars. Journal of Fluid Mechanics. Vol.181, pp213-232, 1987.
- 13) Leonard S. Sklar, William E. Dietrich: A mechanistic model for river incision into bedrock by saltating bed load, Water Resources Research, Vol.40, 2004.
- 14) 大澤亮介, 渡辺康玄, 吉川泰弘: 流砂の衝突と転動による軟岩の洗掘, 土木学会北海道支部論文報告集, 第70号, 2013.
- 15) 矢野雅昭, 渡辺康玄, 井上卓也, 山口里実, 渡辺和好, 吉井康幸: 岩河床河川における覆礫厚が自由砂州形状に及ぼす影響, 水工学論文集, 第59巻, 2015年2月.