

沈水植物を有する開水路の流速分布

Velocity distribution in open-channel flow with submerged canopies

北海道大学工学部環境社会工学科社会基盤学コース ○学生員 恒川和久 (Kazuhisa Tsunekawa)

北海道大学大学院工学研究員 正会員 デ リマ アドリャノ コウチニョ

(Adriano Coutinho de Lima)

1. はじめに

沈水植物と流体との間にはスケールをまたいだ相互作用が存在する。沈水植物とは植物全体が水面下にあり根は水底に固着している植物である。様々な種に対してえさや生息地を提供したり、河床や海底の浸食を防止したりするなど環境にとって非常に重要なものである。その一方で、流水に対する抵抗を増加させ洪水の流化能力を著しく低下させてしまうなどの問題もある。したがって流体の挙動が水中の生態系に与える影響を研究することが、工学と環境の両方の分野にとって極めて重要である。

沈水植物によって生じるキャノピーは陸生のものと違って、水中の全体もしくは大部分を占めるため、キャノピーによる動力学的な影響は流れの全体に与えられるということが、これまでの研究で分かっている(Nepf, 2012)。キャノピーの密度が低い場合は、底面摩擦と河床付近の擾乱を高め、速度は対数分布として現れる。その一方で、キャノピーの密度が高い場合は、速度分布は混合層となり、擾乱は二つのスケールに大別される。キャノピーの上部に発生するキャノピーと同スケールの擾乱(以降、キャノピースケールの擾乱)と、キャノピー内部に発生する個々の植物のスケールの擾乱(以降、草木スケールの擾乱)である。キャノピースケールの擾乱は海藻床からの幼生や花粉の噴射に影響する。また、不安定な流れ場は、キャノピースケールの擾乱によるものである。一方で草木スケールの擾乱は、葉の表面からの栄養の摂取に影響する。

また、植生の密度によって流れは大きく3種類に大別できる。植生の密度が少なく抵抗がほとんどない場合(Case.1)、植生の抵抗によって流れが乱れキャノピースケールの擾乱が発生する場合(Case.2)、植生密度がさらに大きくなり植生内部の流速がほぼ一定になる場合(Case.3)である。

本研究では、沈水植物を有する流れの基本状態における流速分布を求める。基本状態における流れは、流れの不安定性によるキャノピースケールの擾乱の影響を受ける以前に、草木スケールによって発生する擾乱

に規定された安定した乱流であると仮定する。またこれまでの研究では渦動粘性係数は定数として扱っていたが(Singh et al. 2015)、本研究では混合距離モデルを用いて渦動粘性係数を表わすことで、より正確な値となるようにしている。

2. 定式化

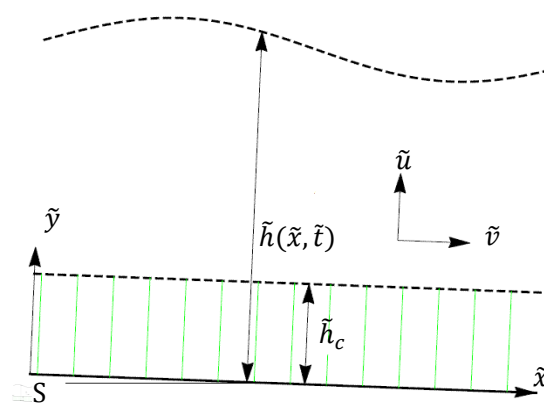


図-1 沈水植物を有する開水路の模式図

本研究では、図-1のような沈水植物を有する開水路について考える。植物は均質に生えていて、流れによって形が変化しないものとする。図1.の開水路内の流れは次の Navier-Stokes 方程式によって表わせる。方程式は植生の抵抗を含む。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + gS + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\tau}_{xy}}{\partial y} - \tilde{D}_x \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} - g + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\tau}_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\tau}_{yy}}{\partial y} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここで $\tilde{x}$ および $\tilde{y}$ はそれぞれ流下方向および水深方向の座標、 $\tilde{u}$ および $\tilde{v}$ はそれぞれ $\tilde{x}$ および $\tilde{y}$ 方向の流速、 S および $\tilde{p}$ はそれぞれ平均河床勾配および圧力、

$\tilde{\tau}_{ij}(i, j = x, y)$ は応力テンソル、 $\tilde{D}_x$ は植生の抵抗、 $\tilde{h}$ は水深、 $\tilde{h}_c$ は植生の高さである。また、応力テンソルにはせん断応力テンソル $\tilde{\tau}_{l,ij}(i, j = x, y)$ とレイノルズ応力テンソル $\tilde{\tau}_{t,ij}(i, j = x, y)$ があり、以下のような関係がある。

$$\tilde{\tau}_{l,xx} = 2\rho\tilde{v}_t\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}}, \tilde{\tau}_{l,yy} = 2\rho\tilde{v}_t\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{y}}, \tilde{\tau}_{l,xy} = \rho\tilde{v}_t\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{y}} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{x}}\right) \quad (4.a, b, c)$$

$$\tilde{\tau}_{t,xx} = 2\tilde{v}_t\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{x}}, \tilde{\tau}_{t,yy} = 2\tilde{v}_t\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{y}}, \tilde{\tau}_{t,xy} = \tilde{v}_t\left(\frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{y}} + \frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{x}}\right) \quad (5.a, b, c)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\tau}_{xx} &= \tilde{\tau}_{l,xx} + \tilde{\tau}_{t,xx}, & \tilde{\tau}_{yy} &= \tilde{\tau}_{l,yy} + \tilde{\tau}_{t,yy}, \\ \tilde{\tau}_{xy} &= \tilde{\tau}_{l,xy} + \tilde{\tau}_{t,xy} \end{aligned} \quad (6.a, b, c)$$

また、レイノルズ応力テンソルは混合距離モデルを用いて以下のようにあらわせる。

$$\tilde{v}_t = \tilde{l}^2 \left| \frac{\partial\tilde{u}}{\partial\tilde{y}} \right|, \tilde{l} = \kappa\tilde{y} \left(\frac{\tilde{h}-\tilde{y}}{\tilde{h}} \right)^{1/2} \quad (7.a, b)$$

ここで $\tilde{v}_t$ は動粘性係数 $\tilde{v}_t$ は渦動粘性係数、 $\tilde{l}$ は混合距離、 κ はカルマン定数(=0.4)である。

2.1. 無次元化

(1),(2),(3)式は以下の関係を用いて無次元化できる。

$$(\tilde{u}, \tilde{v}) = (\tilde{u}_f, \tilde{v}_f) \quad (8)$$

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{h}) = (\tilde{h}_0(x, y, h)) \quad (9)$$

$$\tilde{t} = \frac{\tilde{h}_0}{\tilde{u}_f} t \quad (10)$$

$$(\tilde{p}, \tilde{\tau}_{ij}) = \rho\tilde{u}_f^2(p, \tau_{ij}) \quad (11)$$

$$(\tilde{v}, \tilde{v}_t) = (\tilde{u}_f(v, v_t)) \quad (12)$$

ここで $\tilde{u}_f$ は基本状態での摩擦速度(= $\sqrt{gS\tilde{h}_0}$)、 $\tilde{h}_0$ は基本状態での水深である。上記の関係を用いると(1),(2),(3)式は以下の形になる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + 1 + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - D_x \quad (13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} - S^{-1} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \quad (14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

ここで $D_x = \tilde{D}_x \frac{\tilde{h}_0}{\tilde{u}_f^2}$ である。

2.2. 基本状態

これまでの研究では不安定な流れの平均をとったものを基本状態としていた(Ravi Singh et al, 2015)。本研究では、基本状態での流れはキャノピースケールの擾乱の影響を全く受けないものとし、草木スケールの擾乱に規定された乱流とする。よって流れは安定して

いるものとし、流速 v 、方向 x 、時間 t は無視できる。基本状態の流れでは運動方程式は次のように単純化される。

$$1 + \frac{d\tau_{xy0}}{dy} - D_{x0} = 0 \quad (16)$$

また、基本状態での水深 $h_0=1$ とする。

3. 基本解

(13)式を各ケースでの条件ごとに解くことで各ケースでの流速分布を求める。

3.1. 植生の抵抗が0の場合(Case.1)

Case.1 は植生の密度が非常に低いので抵抗 $D_{x0}=0$ とする。境界条件は以下のものを用いる。

$$\tau_{xy0} = 0 \text{ at } y = 1 \quad (17)$$

$$u_0 = 0 \text{ at } y = y_r \quad (18)$$

ここで y_r は流速 u_0 が0となるときの高さである。以上の条件の下で(15)式を解くと以下の式が得られる。

$$\tau_{xy0}(y) = 1 - y \quad (19)$$

(4)・(7)の関係から(19)式は以下の形になる。

$$(1-y)y^2\kappa^2\left(\frac{du_0}{dy}\right)^2 + v\frac{du_0}{dy} = 1 - y \quad (20)$$

せん断応力は水底付近の薄い層にのみ働くので流れにはほとんど影響を与えない。よって動粘性係数 v は無視できる。すると(19)式は以下のように単純化できる。

$$\frac{du_0}{dy} = \frac{1}{\kappa y} \quad (21)$$

この方程式を境界条件の下で解くと最終的に図-2のよう流速分布とそれを表わす式が得られる。

$$u_0(y) = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_r} \quad (22)$$

この式は Case.1 の流速分布を表している。図-2では $y_r = 0.01$ としている。また図-3 が実際の開水路で測定された流速分布と比較したものである。

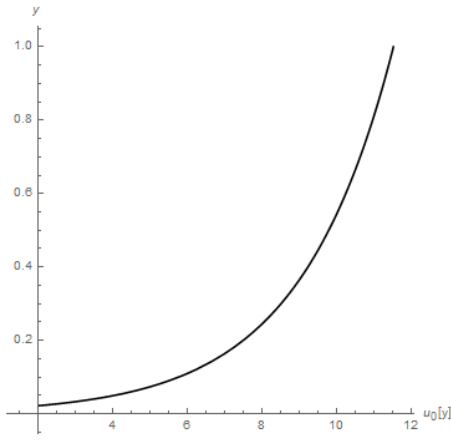
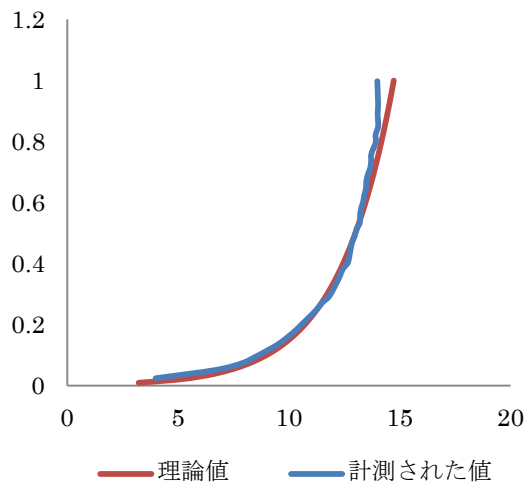

 図-2 Case.1 の流速分布($y_r = 0.01$)


図-3 実際の開水路の流速分布との比較

3.2. 植生の抵抗によって流れが乱れキャノピースケールの擾乱が発生する場合(Case.2)

植生の密度が大きく抵抗が発生する場合を考える。開水路を植生内 ($0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{h}_c$) と植生のない部分 ($\tilde{h}_c \leq \tilde{y} \leq \tilde{h}_0$) の二つのパートに分けて考えることで流速分布を求める。植生のない部分を Part.A、植生内を Part.C とする。また、植生による抵抗のパラメータを α とする。 α は植生の密度と摩擦係数によって変化する。抵抗のパラメータ α を用いて植生の抵抗 D_{x0} は次のように表される。

$$D_{x0} = \alpha u_0^2 \quad (23)$$

基本状態での方程式は次のようになる。

$$\text{Part.A : } 1 + \frac{d\tau_{xy,a0}}{dy} = 0 \quad (24)$$

$$\text{Part.C : } 1 + \frac{d\tau_{xy,c0}}{dy} - \alpha u_{c0}^2 = 0 \quad (25)$$

基本状態での境界条件及び整合条件は以下のよう

なる。

・境界条件

$$\tau_{xy,a0} = 0 \text{ at } y = 1 \quad (26)$$

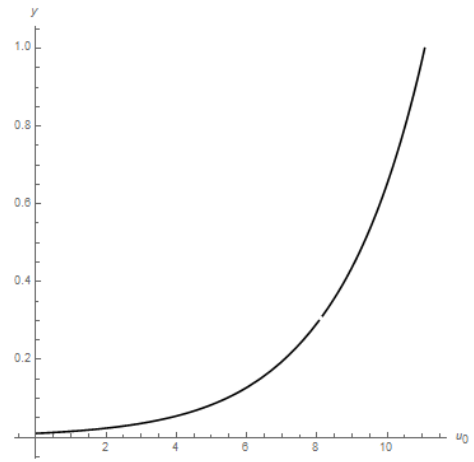
$$u_{c0} = 0 \text{ at } y = y_r \quad (27)$$

・整合条件

$$\tau_{xy,a0} = \tau_{xy,c0} \text{ at } y = h_c \quad (28)$$

$$u_{a0} = u_{c0} \text{ at } y = h_c \quad (29)$$

応力テンソルは Case.1 のものと同様に扱い、混合距離モデルも同様のものを用いる。また植生の高さ $h_c = 0.3$ とする。これらの条件を基に(24)(25)式から解き進めると以下の流速分布とそれを表わす式が得られた。


 図-4 Case.2 の流速分布($h_c = 0.3, \alpha = 0.001$)

$$u_{a0} = 2.5(4.59 + \log(y)) \quad (h_c \leq y \leq h_0) \quad (30)$$

$$u_{c0} \rightarrow \text{numerically solved} \quad (0 \leq y \leq h_c)$$

3.2. 植生の密度が非常に大きく、植生内の流速が一定となる場合(Case.3)

Case.3 では水路を 3 つのパートに分けて考える。植生がなく植生から離れた部分 ($\tilde{h}_v \leq \tilde{y} \leq \tilde{h}_0$)、植生がないが植生から近い部分 ($\tilde{h}_c \leq \tilde{y} \leq \tilde{h}_v$)、植生のある部分 ($0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{h}_c$) である。またそれぞれのパートを Part. I、Part. II、Part. III とする。

Case.3 ではそれぞれのパートで用いる混合距離モデルが異なる。Part. I では以下の混合距離モデルを用いる。

$$\text{Part. I : } \tilde{v}_t = \tilde{l}_a^2 \left| \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{y}} \right|, \tilde{l}_a = \kappa(\tilde{y} - \tilde{h}_c) \left(\frac{\tilde{h} - \tilde{y}}{\tilde{h} - \tilde{h}_c} \right)^{1/2} \quad (31.a,b)$$

Case.3 では植生の密度が非常に大きく、植生内と植生に近い部分は混合距離が一定となる。よって以下の混合距離モデルを用いる。

$$\text{Part. II, Part. III} : \tilde{v}_t = \tilde{l}_b^2 \left| \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right|, \tilde{l}_b = \tilde{l}_d \kappa \quad (32.a, b)$$

ここで $\tilde{l}_d$ は植物間の距離である。

基本状態での方程式は以下ようになる。

$$\text{Part. I} : 1 + \frac{d\tau_{xy, i0}}{dy} = 0 \quad (33)$$

$$\text{Part II} : 1 + \frac{d\tau_{xy, ii0}}{dy} = 0 \quad (34)$$

$$\text{Part III} : 1 + \frac{d\tau_{xy, iii0}}{dy} - \alpha u_{c0}^2 = 0 \quad (35)$$

基本状態での境界条件及び整合条件は以下のようになる。

・境界条件

$$\tau_{xy, i0} = 0 \text{ at } y = 1 \quad (36)$$

$$\frac{du_{iii0}}{dy} = 0 \text{ at } y = 0 \quad (37)$$

植生内では流速一定のため $\frac{du_{iii0}}{dy} = 0$ となる。本来は植生内でも河床付近の微小な層では流速が異なるが、簡単のため植生内全体の流速を一定とする。

・整合条件

$$\tau_{xy, i0} = \tau_{xy, ii0} \text{ at } y = h_v \quad (38)$$

$$u_{i0} = u_{ii0} \text{ at } y = h_v \quad (39)$$

$$\tau_{xy, ii0} = \tau_{xy, iii0} \text{ at } y = h_c \quad (40)$$

$$u_{ii0} = u_{iii0} \text{ at } y = h_c \quad (41)$$

これらの条件のもとで(33)-(35)式を解き進めると以下の流速分布とそれを表わす式が得られる。

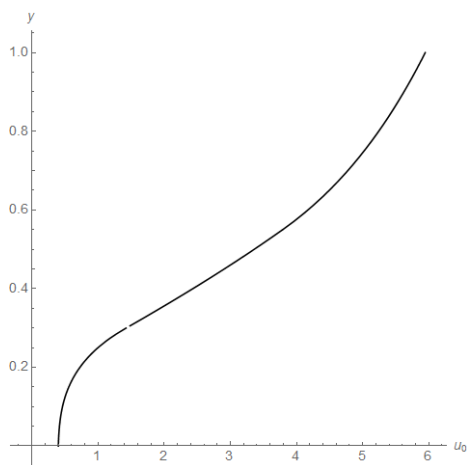


図-5 Case.3 の流速分布($h_c = 0.3$, $h_v = 0.55$, $\alpha = 6.25$)

$$u_{i0} = 3.78 + 2.89 \log(-4.01(0.3 - y)) \quad (h_v \leq y \leq h_0) \quad (42)$$

$$u_{ii0} = 4.16(-0.15 + 2(0.83 - \sqrt{1-y} + \sqrt{1-yy})) \quad (h_c \leq y \leq h_v) \quad (43)$$

$$u_{iii0} \rightarrow \text{numerically solved} \quad (0 \leq y \leq h_c)$$

4. 結果と考察

図-2,4,5 で各ケースの流速分布を示した。図-2 からわかるようにCase.1の流速は対数分布に従っている。また、図-3 からわかるように本研究で求めた Case.1の流速分布と実際の開水路の流速分布はほぼ一致した。Case.1 と Case.2 の流速分布を比較すると、植生の抵抗がある分、Case.2 のほうが全体的に流速が遅くなっている。

Case.3 では更に植生の抵抗が増し、他の二つのケースに比べて最大流速が大幅に小さくなっている。またPart. II ($\tilde{h}_c \leq \tilde{y} \leq \tilde{h}_v$)の部分で流速が著しく低下し、流速分布は混合層となっている。この流速の低下により流れが乱れ、キャノピースケールの擾乱を発生させると考えられる。

一方Case.2はCase.3と同様に植生の抵抗はあるが、流速分布は安定し混合層は発生していないように見える。よって、Case.2 でキャノピースケールの擾乱が発生する条件はCase.3の場合より複雑であると考えられる。

5. 今後の展望

今回求めた基本状態の流速分布をベースに流れの不安定性について線形安定解析を行う。キャノピースケールの擾乱が発生する条件及びその規模を複数のパラメーターを用いて解明する。また、キャノピースケールの擾乱によって流れがどのように変化するか調べる。特にCase.2ではキャノピースケールの擾乱が発生する場合としない場合があるため、擾乱が発生する条件及び要因を詳しく分析する。最終的には混合層のメカニズムを解明し、擾乱の各規模の特徴が得られる分布モデルを開発する。

参考文献

- 1) Heidi M Nepf. :Flow and Transport in Regions with Aquatic Vegetation, Annual Review of Fluid Mechanics, Vol44, pp.123-142, 2012.
- 2) 岡本隆明・前川卓耶・山上路生 :平坦河床から植生群落に遷移する過程で発生する Diverging Flow に関する研究, 土木学会論文集 B1(水工学) Vol.69, No.4, I_871-I_876, 2013.
- 3) Ravi Singh et al. : Linear stability analysis for monami in a submerged seagrass bed, J. Fluid Mech. (2016), vol. 786, 2015