# せん断変形を考慮した断面分割法による CFRP 梁の非線形曲げ挙動の解析

Analysis on nonlinear bending behaviors of CFRP beams by section partition method with shear deformation

北海道大学大学院工学院 ○学生員 那須桃香 (Momoka Nasu) 北海道大学大学院工学研究院 正員 松本高志 (Takashi Matsumoto)

### 1. はじめに

炭素繊維強化ポリマー(以下, CFRP)は,高強度かつ軽 量で,耐腐食性に優れた材料である.その特性から,近 年,橋梁の梁部材への適用が期待されている<sup>1)</sup>.

CFRP を橋梁の梁部材として用いる場合,単層板を積 層させた積層板と呼ばれるものの耐荷力および変形を考 える必要がある.これまでは,積層板の材料特性から, それらの検討が行われてきた.この場合において,耐荷 力については概ね算定できる方法が提案されており,変 形については積層板を弾性材料とみなして算定する方法 のみが提案されているのが現状である<sup>1,-7)</sup>.

しかし,実際の CFRP 梁は弾性材料ではない. 直方向 の挙動について,単層板が破壊することにより,梁の破 壊に至るまでに徐々に剛性が低下し,若干の非線形性を 示すことが分かっている.また,せん断方向の剛性が低 く,比較的早期に非線形挙動を示す.このため,CFRP 梁 のたわみ変位を,曲げ変形の成分とせん断変形の成分の 両方を考慮して求める方法が必要とされている.

そこで、本研究では、既往の実験結果について、断面 分割法による解析を行い、その有効性を検証することを 目的とする。断面分割法は、断面を分割し、要素ごとに 変形を計算する方法である。直方向の非線形挙動を梁の 曲げにおいて簡易に考慮でき、せん断方向の非線形挙動 も足し合わせることができるという特徴を持つ。

#### 2. 実験方法

#### 2.1 供試体

曲げ載荷実験に用いた供試体は、CFRP の箱形断面梁 (長さ1000 mm,高さ100 mm,幅100 mm,板厚5 mm, 隅角部外側 R約5 mm,隅角部内側 R約1 mm)である. 供試体は VaRTM (Vacuum assisted Resin Transfer Molding) により作られた.繊維シートを成形型に所定の構成で設 置し,真空バックをかぶせて密閉状態として減圧し、そ の後樹脂を含浸させて硬化成形した.今回の実験では2 種類の積層構成の供試体を3体ずつ作製した.また,積 層板の材料特性を得るために、要素試験を行った.

炭素繊維と樹脂の材料特性を表-1 に,積層構成と平 均繊維堆積含有率を表-2 に示す.2 種類の供試体を QI (Quasi-Isotropic) と CP (Cross-Ply) と呼ぶこととする.

QI において、[0/45/-45/90]5 は繊維の向きが 0 度方向, 45 度方向,-45 度方向,90 度方向の層を積み重ねて 1 組 の多軸連続繊維シートとしており,それらが 5 組積層さ れていることを示している.表-3 に各供試体の方向別 積層数を示す.QI と CP で各層の目付量を変えているた めに,合計積層数が異なっている.

表-1 炭素繊維および樹脂の材料特性

	Property	Value	Remarks	
Carbon fiber	Elastic modulus E <sub>f</sub> (GPa)	240	Normal value	
	Poisson's ratio $\nu_{\rm f}$	0.20	Assumed value <sup>6)</sup>	
	Shear modulus G <sub>f</sub> (GPa)	100	$G_{\rm f} = \frac{E_{\rm f}}{2(1+\nu_{\rm f})}$	
Epoxy resin	Elastic modulus E <sub>m</sub> (GPa)	4.20	Assumed value <sup>4)</sup>	
	Poisson's ratio $\nu_m$	0.38	Assumed value <sup>7)</sup>	
	Shear modulus G <sub>m</sub> (GPa)	1.52	$G_{\rm m} = \frac{E_{\rm m}}{2(1+\nu_{\rm m})}$	

表-2 供試体の構成						
Name	Laminate structure	Fiber volume fraction				
QI	[0/45/-45/90]5/[90/-45/45/0]5	46.1 %				
СР	[0/90]5/[90/0]5	48.0 %				

表-3 方向別積層数							
Name	0°	90°	±45°	Total			
QI	10	10	20	40			
СР	10	10	0	20			

QI では、梁軸方向 (Longitudinal),梁周方向 (Transverse),斜行方向 (Diagonal)の繊維比率 L:T:D が 1:1:2 であり疑似等方性となり,CP では L:T が 1:1 であ り直交積層となるように積層構成を定めた.

## 2.2 載荷方法と計測項目

載荷は4点曲げにより行い,QIは支間長850 mm, せん断支間375 mm,曲げ支間100 mmとした.CPは支間 長850 mmに対して,せん断支間375,285,185 mm,そ れぞれ曲げ支間100,280,480 mmとした.以降それぞ れをCP375,CP285,CP185と呼ぶ.図-1に供試体寸法 と載荷条件(QI)を示す.

載荷点と支点には幅 50 mm, 高さ 5 mm, 奥行き 120 mm の銅製板を用いた. 銅製板と供試体の隙間は石膏により埋めた. 載荷点では幅 50 mm, 高さ 55 mm, 奥行き 200 mm の銅製ブロックを介して載荷した.また, 補剛材として幅 60 mm, 高さ 90 mm, 奥行き 30 mm の杉材を載荷点と支点の位置に,ゴム系接着剤を用いて接着した. 補剛材設置により,既往の実験で観察された上フランジ隅角部の損傷が,梁が終局に至るまでに生じないように するためである.

図-2 には変位とひずみの計測位置を示す.変位計 9 点(図中矢印 1~9), 三軸ひずみゲージ 8 点(図中 1s~4s, 5s, 6s, 9s, 10s), ひずみゲージ9点(図中7s, 8s, 11s~ 17s)により計測を行った.既往の実験結果に基づき,破壊 が予測される載荷板近傍にひずみゲージを配置し、加え てせん断支点中央にも配置した.また,梁軸方向直ひず みを計測するために曲げ支間に7点配置した.載荷は荷 重制御により行い、約5kN毎に載荷を停止して計測を 行った.

#### 2.3 結果概要

破壊した供試体の写真を図-3 に示す. 各供試体の耐 荷力は、QIの3体では97.0, 98.2, 92.9 kN (平均 96.0), CP375の3体では74.4,78.5,82.4kN(平均78.4),CP285 の3体では103.1, 98.2, 100.1 kN (平均100.47), CP185 の2体では126.2, 127.4 kN (平均126.8)であった.

いずれの供試体もせん断支点側の載荷板端部の上フラ ンジとウェブで脆性的に鉛直方向の破壊が生じた.

### 3. CFRP 梁の変位の算出方法

#### 3.1 曲げ変形による変位の算出方法

断面分割法により曲げ変位を算出した. ここでは, ス パンを10分割,断面を高さ方向に20分割して解析を行 った。

まず、断面に圧縮縁ひずみを付与し、CFRP の構成則 から求めた弾性係数を用いてひずみ分布と応力分布を計



図-2 変位とひずみの計測位置

算する.ここで断面の力が釣り合うように、中立軸の位 置を決定する.中立軸の位置を決定後,曲げモーメント の計算をする. 圧縮縁ひずみを漸増させて繰り返し計算 し, M-Φ の近似式を求める. Φ は以下の式で表される.

$$\frac{1}{\rho} = \Phi = \frac{d\theta}{dx} = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{h}$$
(1)

ここに,  $\rho$ は曲率半径,  $\theta$ はたわみ角,  $\epsilon$ 'は圧縮縁ひずみ, εは引張縁ひずみ,hは高さである.

M-Φ の式から, Φ-x の式を求め, x で積分することで θ-x 図を作成する. 図-4 に示すように, BMD から, 各 要素の Wx と Xg を計算する.

面積モーメント法を用いて,各要素のたわみを求め, それらを合わせてたわみ曲線を描く.

#### せん断変形による変位の算出方法 3.2

せん断変位は Timoshenko 梁において以下の式で表さ れる、せん断変位の項を用いて求めた.

$$y_{s} = \frac{Pa}{2GA_{w}}$$
(2)

ここで y<sub>s</sub>は載荷点位置のせん断変位, P は全体の鉛直荷 重,Gはせん断弾性係数,Awはウェブの断面積,aはせ ん断スパン長である. 図-5 に供試体 OI と CP375-1 のひ ずみゲージ 1s, 2s における荷重-面内せん断ひずみ関係 をそれぞれ示す.

まず,部材計測によるGの算出方法を記す.実験にお いて、OIは荷重の増加に伴いせん断剛性の低下がほとん ど起きず,CP は徐々にせん断剛性が低下していることが



(a) OI

(b) CP375



(c) CP275 (d) CP185 図-3 破壊状況



図-4 面積モーメント法

分かった. CP はせん断に抵抗する斜行方向の単層板を有 していないため、せん断変形が非線形になるものと考え られる.そこで、CP については、ウェブのせん断スパン 中央のせん断応力-面内ひずみ関係を 5 次の近似曲線で 表して、非線形挙動を考慮したせん断変位を求めた.

まず,ひずみゲージ 1s と 2s の貼り付け位置であるウ ェブ中央におけるせん断応力τを求めると,

$$\tau = \frac{P}{2I}(\frac{BH}{4} + \frac{H^2}{8})$$
 (3)

ここに, I は断面 2 次モーメント, B はフランジ幅, H は梁の高さである.

次に,実験における荷重-せん断ひずみ関係を3次式で 近似すると,次式のようになる.

 $\gamma(P) = 0.0536P^3 - 3.2271P^2 + 181.1P \quad (CP375)$ 

$$\begin{split} \gamma(P) &= 0.0265 P^3 - 1.4055 P^2 + 157.28 P \quad (CP285) \qquad (4) \\ \gamma(P) &= 0.0277 P^3 - 2.3758 P^2 + 199.27 P \quad (CP185) \end{split}$$

ここに, γ(P)は面内せん断ひずみ, P は載荷荷重(kN)で ある. なお, この式の適用範囲は積層構成と荷重条件に よるため,本論文の範囲内に限られる.

(3),(4)よりせん断応力-面内ひずみ関係を5次式で近似し、各点ごとの接線の傾きを求め、それを各点におけるせん断弾性係数G(部材計測)とする.

次に,材料特性を得るために行われた要素試験からG を求める方法を記す.試験では,引張応力-引張ひずみ関 係が得られている.部材計測と同様に,これを5次式で 近似し,その各点ごとの接線の傾きをせん断弾性係数 G(要素試験)とする.



図-5 荷重-ひずみ曲線(ひずみゲージ1sと2sの平均値)

### 4. 荷重-変位関係の解析結果

面積モーメント法により求めた曲げ変位と Timoshenko 梁理論により求めたせん断変位の算出結果 を足し合わせて得られた,載荷点位置における荷重-変位 関係について実験結果との比較を示す.図中,(部材計測) と(要素試験)は, 3.2 に示した方法でそれぞれ求めた Gを 用いて,算出していることを示す.

図-6(a)に QI の荷重-変位関係と供試体 3 体による実 験結果との比較を示す. QI-1, 2, 3 それぞれにおいて, 耐荷力は 97.0, 98.2, 92.9 kN, 平均値 96.0 kN であり, 耐荷力時の載荷点位置変位は 10.79, 11.08, 10.97 mm, 平均値 10.94 mm であった. 解析結果は, 耐荷力の平均値 において, 載荷点位置変位 11.65 mm であった. 曲げ変形 とせん断変形による変位はそれぞれ, 10.40 mm, 1.244 mm であり, 曲げ変形による変位がせん断変形による変位の 8.36 倍である. QI の場合は, せん断変形の影響が小さい ことが分かる. グラフの形は概ね一致しており, 特に荷 重 40 kN 前後まではよく一致している.

図-6(b)に CP375 の荷重-変位関係と供試体 3 体による 実験結果との比較を示す. CP375-1, 2, 3 それぞれにお いて,耐荷力は 74.4, 78.5, 82.4 kN,平均値 78.4 kN で あり,載荷点位置変位は 10.67, 11.76, 12.65 mm,平均値 11.69 mm であった.解析結果は,耐荷力の平均値におい て,載荷点位置変位 12.85 mm であった.曲げ変形とせん 断変形による変位はそれぞれ,5.540 mm,7.315 mm であ り,せん断変形による変位が曲げ変形による変位の 1.32 倍である.解析(部材計測)の方が剛性の値が小さくなっ ているものの,グラフの形は概ね一致している.

図-6(c)に CP285 の荷重-変位関係と供試体 3 体による 実験結果との比較を示す. CP285-1, 2, 3 それぞれにお いて,耐荷力は 103.1, 98.2, 100.1 kN,平均値 100.47 kN であり,載荷点位置変位は 11.21, 10.89, 10.90 mm, 平均値 11.00 mm であった.解析結果は,耐荷力の平均値 において,載荷点位置変位 13.44 mm であった.曲げ変形 とせん断変形による変位はそれぞれ,5.507 mm,7.936 mm であり,せん断変形による変位が曲げ変形による変位の 1.44 倍である. 50 kN 前後まではグラフの形は概ね一致 しているものの,それ以降,解析(部材計測)の方が剛性は 小さく計算されている.

図-6(d)に CP185 の荷重-変位関係と供試体 2 体による 実験結果との比較を示す. CP185-1, 2 それぞれにおい て,耐荷力は 126.2, 127.4 kN,平均値 126.8 kN であり, 載荷点位置変位は 10.35, 9.65 mm,平均値 10.02 mm で あった. 解析結果は,耐荷力の平均値において,載荷点 位置変位 11.71 mm であった.曲げ変形とせん断変形に よる変位はそれぞれ, 3.756 mm, 7.953 mm であり,せん 断変形による変位が曲げ変形による変位の 2.12 倍であ る. CP の 3 種類で比較すると,せん断スパンが小さくな るにつれて,せん断変形の影響が大きくなることが分か る.実験結果との比較では,解析(部材計測)の方が剛性は 低くなっているが,グラフの形は概ね一致している.

CP285とCP185では,解析(要素試験)で求めた剛性が, 実験や解析(部材計測)の剛性より大幅に低くなっている. 要素試験では,CPが繊維を持たない方向(±45°方向)に 切り出した試験体を用いているので,部材計測の結果と 差異が出た可能性がある.さらに,せん断スパンが小さ いとせん断変形の影響が大きくなるので,CP285,CP185 の解析(要素試験)結果は差異がより大きくなったと考え られる.



全体的には,荷重-変位関係は概ね傾向を再現できてお り,断面分割法による解析の有効性を検証することがで きた.

#### 5. 結論

本研究では、2 種類の異なる積層構成と、3 種類の異な るせん断スパン長のもと行った、箱形断面 CFRP 梁供試 体4点曲げ載荷実験を対象とし、断面分割法を用いた変 位の検討を行った.積層構成は疑似等方性(QI)と直交異 方性(CP)の2 種類, せん断スパン長は 375 mm, 285 mm, 185 mm の3 種類とした.

変位は、曲げ変形による変位とせん断変形による変位 をそれぞれ求め、後から足し合わせることで算出した. 曲げ変位は、CFRPの構成則から求めた弾性係数を使い、 面積モーメント法で算出した.せん断変位は、実験時に 計測された荷重-せん断ひずみ関係の近似式から、せん断 応力-せん断ひずみ関係の近似式を求め、そのグラフの傾 きをせん断弾性係数とし、Timoshenko 梁のせん断変位の 項を用いることで算出した.

算出した荷重-変位関係と、実験で得られた荷重-変位 関係を、各供試体それぞれで比較すると、全体的にグラ フの形は一致していた. CFRP 梁の荷重-変位を概ね再 現できていると言え、断面分割法による解析の有効性を 検証することができた.

### 参考文献

- 木戸英伍,松本高志,櫻庭浩樹,真砂純一,林川俊郎: 曲げ載荷実験における箱形断面 CFRP 梁の強度・変形 特性の把握,土木学会北海道支部論文報告集,土木学 会,Vol.66, A-3, 2010.
- 2) 櫻庭浩樹,松本高志,木戸英伍,真砂純一,林川俊郎: 45°方向の繊維配向を有した箱形断面 CFRP 梁の変形 挙動の把握,土木学会北海道支部論文報告集,土木学 会, Vol. 66, A-4, 2010.
- 3) Sakuraba, H., Matsumoto, T., and Hayashikawa, T.: A study on the flexural behavior of CFRP box beams with different laminate structures, Keynote Lectures and Extended Abstracts of the Twelfth East Asia-Pacific Conferences on Structural Engineering and Construction (EASEC-12), Hong Kong SAR, China, EASEC12-38, pp. 539-540, 2011.
- 4) 櫻庭浩樹, 松本高志, 堀本歴, 林川俊郎: VaRTM 成 形による箱形断面 CFRP 梁の曲げ挙動に及ぼす積層 構成の影響, 構造工学論文集, 土木学会, Vol. 58A, pp.946-958, 2012.
- 5) 櫻庭浩樹, 松本高志, 林川俊郎: 積層構成が異なる箱 形断面 CFRP 梁の曲げ挙動に関する研究, 土木学会 論文集 A1 (構造・地震工学), Vol. 68, No. 1, pp.73-87, 2012.
- 6) D. ハル, T.W. クライン(宮入裕夫,池上皓三,金原 勲共訳): 複合材料入門,培風館, pp. 1-65, 2003.
- 三木光範,福田武人,元木信弥,北篠正樹:複合材料, 共立出版, pp.1-157, 1997.