

熱伝導・凍結膨張解析における混合ハイブリッド FEM の適用性の検討

Study on applicability of analyses for thermal conductivity and frost heaving with Mix Hybrid FEM

北海道大学工学部

北海道大学大学院工学院

北海道大学大学院工学研究院

○ 学生員

白石瑛人

(Akito Shiraishi)

学生員

工藤史登

(Fumito Kudo)

フェロー

蟹江俊仁

(Shunji Kanie)

1. はじめに

寒冷地における地下埋設型パイプラインの破損や、埋設に伴う周辺地盤の凍結膨張などによる凍上被害は、昨今の課題である。さらに、近年のエネルギー問題や環境問題を背景に、凍土を利用しようという機運も高まっている。優れた強度や完全な遮水性などの物性を有する凍土は、環境への負担の少なさから、都市圏の地下などで行われている人工地盤凍結工法で利用されている。また、福島第一原子力発電所における遮水用凍土壁が注目を浴びるなど利用例は広がりを見せている。これらの諸問題への対策と利用例の広がりが起因となり、凍土に伴う凍結膨張の解析精度のより一層の向上が求められていくと考える。

凍結膨張解析における膨張率の算出には、熱伝導解析と高志の式¹⁾を用いる。高志の式では、有効拘束応力一定の下で、凍上率は凍結速度の関数で表せられるため、凍結速度が速くなるほど凍上率は低下する。そのため、凍上率は熱伝導解析の精度に大きく影響を受ける。我々は従来、熱伝導解析に有限要素法(以下 FEM)を用いてきた。しかし、FEM は要素の節点上に目的変数を定義するため、各要素境界の熱量収支を直接評価できず、熱量管理の点において精度に疑問が残る。そこで、凍結に伴う要素の相変化の問題を扱う場合、要素境界に熱流量を定義することにより、熱量管理に優れた混合ハイブリッド FEM(以下 MHF)を用いることで、熱伝導解析の精度を向上させることを考えた。

本研究では、潜熱領域を等価比熱法の適用によって考慮した熱伝導解析と、その結果を用いた高志の式による凍結膨張解析の連成解析を行う。そして、熱伝導解析に FEM を用いた解析結果と MHF を用いた解析結果を比較し、凍結膨張解析に与える影響について考察する。

2. 解析手法

本研究では潜熱領域を考慮した一次元熱伝導解析・凍結膨張連成解析を行い、熱伝導解析に FEM を用いたものと MHF を用いたものの結果を比較する。なお、潜熱領域の考慮には等価比熱法を適用し、凍結膨張率は高志の式を用いて算出した。

2.1 熱伝導解析

MHF における熱伝導解析は式(1)、(2)からなる混合形式の熱伝導方程式を離散化する。

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -q \quad (1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\rho c \frac{\partial T_k}{\partial t} \quad (2)$$

λ : 熱伝導率, T : 辺上の温度, x : 位置, q : 熱流束, ρ : 密度, c : 比熱, T_k : 要素温度, t : 時間を表す。また、式(1)はフーリエ則を、式(2)は質量保存則を表している。式(1)、(2)を離散化し、一つのマトリックスにまとめると MHF における熱伝導方程式は式(3)のように表せる。

$$[M] \begin{Bmatrix} Q_i \\ T_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda T_i \\ \rho c L \frac{\partial T_k}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$[M]$: 熱伝導マトリックス, λ : 熱伝導率, T_i : 境界温度, Q_i : 要素境界における熱流量, ρ : 密度, c : 比熱, L : 要素長, T_k : 要素温度, t : 時間を表す。

一方、FEM における熱伝導解析は式(4)に示す非退化形式の熱伝導方程式を離散化する。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

ρ : 密度, c : 比熱, T : 温度, t : 時間, λ : 熱伝導率, x : 位置を表す。式(4)を離散化すると、FEM における熱伝導方程式は式(4)のように表せる。

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [D] \{T\} = 0 \quad (5)$$

$[C]$: 熱容量マトリックス, $[D]$: 熱伝導マトリックス, T : 節点温度を表す。

2.2 等価比熱法

潜熱とは、物質の相が変化するときに必要なとされる熱エネルギーの総量である。そのため、相変化が生じる際の温度変化に必要な熱量は、通常温度変化に必要な熱量に潜熱を加えたものとなり、相変化の際は温度変化が滞る。そのため、潜熱の影響を考慮するために、本解析では等価比熱法を用いることとする。等価比熱法とは、本来潜熱の影響で温度変化が滞る温度帯の比熱を変化させることにより、潜熱を考慮した温度変化をさせる手法である。

その区間の温度変化に必要な熱量は、土の熱容量にその分の熱量を上乗せして考える形を想定する。相変化における潜熱を L 、土の熱容量を $c_1\rho$ 、既述した比熱を変化させる領域における見かけの熱容量を $c_2\rho$ とすると、以下の関係が成り立つ。

$$\int_{T_S}^{T_L} c_2 \rho dT = L m_w + \int_{T_S}^{T_L} c_1 \rho dT \quad (6)$$

となるため、見かけの熱容量 $c_2 \rho$ は

$$c_2 \rho = \frac{L m_w}{T_L - T_S} + c_1 \rho \quad (7)$$

となる。 T_L , T_S はそれぞれ相変化の起こる温度範囲を表し、 m_w は単位体積当たりの土中に含まれる水の質量である。

2.3 凍結膨張量の算出

凍上率の算出には、式(8)の高志の式を用いる。

$$\xi = \xi_0 + \frac{\sigma_0}{\sigma_e} \left(1 + \sqrt{\frac{U_0}{U}} \right) \quad (8)$$

ξ : 凍上率, σ_e : 凍結方向の有効拘束応力, U : 凍結速度を表す。また、 ξ_0 , σ_0 , U_0 は対象土の材料特性に依存する固有値である。

凍結膨張率の算出は次のように行う、まず、熱伝導解析の結果から凍結速度を求める。次に式(8)の高志の式から凍上率を求め、凍上率から凍結膨張率を算出する。

3. 解析モデルと解析概要

本研究では一次元熱伝導・凍結膨張解析問題において、熱伝導解析に FEM を用いたものと MHF を用いたものの解析結果を比較検討する。そこで、温度変化によって要素が膨張するモデルを考える。図-1 に示されるような両端に拘束応力を与え、冷却部分に水が供給され他部からの水の流出がない完全飽和の土を想定する。物性値は表-1 に示す。今、各要素の初期温度を全て+1℃とし、境界条件として左端の温度を-10℃で冷却し、変位の拘束はない。このときの水平方向への温度変化と凍結膨張率を一次元モデルで計算した。

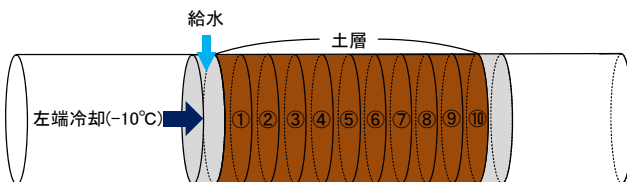


図-1 解析モデル

表-1 物性値

密度[kg/m ³]	1600	ξ_0	5.0×10^{-4}
比熱[J/(kgK)]	750	σ_0 [kPa]	6
熱伝導率 [J/(smK)]	2.5	σ_e [kPa]	60
含水比	0.3	U_0 [m/sec.]	4.431×10^{-7}
要素長[m]	0.1		

4. 解析結果

解析結果をグラフに示す。図-2 は時間と要素温度、図-3 は時間と膨張率、図-4 は要素番号毎の膨張率を示したグラフである。破線が FEM、実線が MHF による解析結果を示している。図-2 より、FEM による解析結果と MHF による解析結果を比較すると、温度の変遷に違いがあることが分かる。図-3、図-4 より FEM の解析結果と MHF を用いた解析結果では、凍結する時間帯と膨張率に大きく違いがあることが分かる。図-2、

図-4 より、温度が下降していく遷移状態では明らかに違いが発生するものの、時間が経過し定常状態につれて、温度解析結果はほぼ同じ値に収束していくが、凍結膨張率には大きく差異があることがわかる。

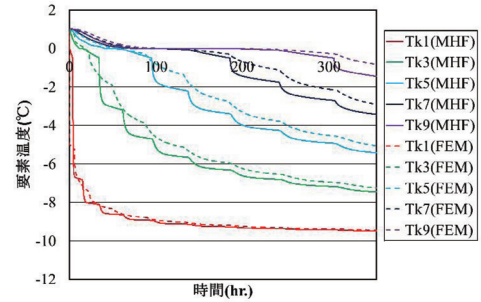


図-2 時間と要素温度グラフ

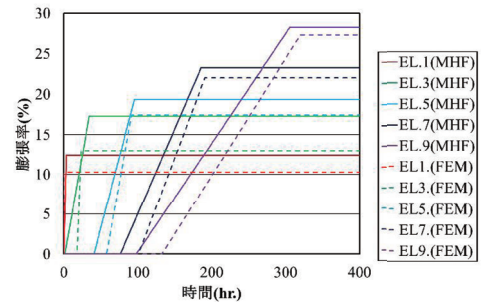


図-3 時間と膨張率グラフ

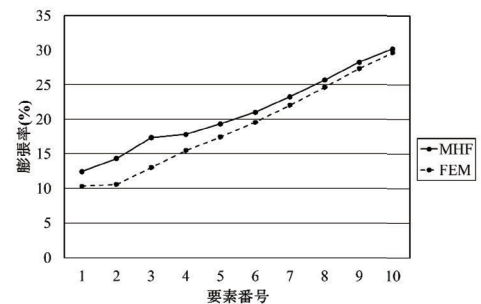


図-4 要素毎膨張率グラフ

5. まとめ

相変化の評価は温度の遷移過程と関係がある。図-2 より FEM は要素温度を節点温度の平均から算出するため、相変化を適切に評価することが難しい。対して、MHF は要素温度を直接算出できるため、的確に相変化を評価ができる。そのため、両手法の解析では各要素温度が潜熱領域に入る時間帯、及び凍結継続時間に大きく差がある。凍結膨張率の算出には高志の式を適用しているため、凍結速度及び凍結継続時間の差異の影響を受け、凍結膨張率に差が生じる。実現象に対して膨張率予測への適用を考えた際に、FEM による凍結膨張解析では膨張量を過小評価してしまう可能性が高い。従って、安全側の解析になる MHF による解析を適用すべきであると考える。

以上から、熱伝導解析に FEM を適用した解析と MHF を適用した解析における凍結膨張量の差異を確認できた。今後の研究では、実験を行い、解析結果と比較することで解析精度の確認をしていきたい。

6. 参考文献

- 1) 木下誠一：凍土の物理学，森北出版，1982