

地盤傾斜を考慮した凍土地盤の融解に伴う地下水浸透流の解析

Seepage analysis due to thawing of permafrost considering gradient of the ground

北海道大学工学部
北海道大学大学院工学院
北海道大学大学院工学研究院

○ 学生員 小川昌也 (Masaya Ogawa)
学生員 石田湧士 (Yuto Ishida)
フェロー 蟹江俊仁 (Shunji Kanie)

1. はじめに

永久凍土帯では、夏季の気温上昇に伴い地面の表層が融解する。融解する層は活動層と呼ばれ、近年は地球温暖化により活動層の厚さは増加している。凍土の融解により発生した水は、融解潜熱を地中へ輸送し、凍土の融解を進行させる。活動層の増加に伴い、凍土の融解による水の発生量が増え、地中の間隙水圧の増加による有効応力の低下とともに斜面崩壊の進行が懸念されている。

凍土の融解に伴う地形変形の挙動は未解明なことが多く、実験と数値解析の両面から解明する。解析では、温度浸食によって融解した凍土から生じた水の、地盤傾斜を考慮した浸透・流出過程や凍土地盤への熱伝導解析、地下水浸透流による土粒子の移動を算出する必要がある。

本稿では、地盤の傾斜を考慮した地下水浸透流の基礎的な研究を行う。地下水浸透流の解析手法として、領域を要素に分割し、要素間の水の流出入に質量保存則を適用することで、要素内の代表点の水頭を求める有限体積法¹⁾がある。西垣らは要素間の境界面積を、境界を形成する2要素の水頭の関数である非線形型とみなし、領域内の水の流れをデュプイの準一様流²⁾として、鉛直2次元地盤に対して有限体積法を適用可能にしたが、傾斜を有する鉛直2次元地盤の地下水浸透流解析についての有限体積法の適用性はまだ明らかにされていない。

以上から本研究では、傾斜を有する鉛直2次元地盤を流れる地下水浸透流に対する有限体積法の適用性について検討する。

2. 解析手法

2.1. 解析モデル

領域を横方向に n 分割し、要素番号を el.1 から el.n とする。基準面 L に対する領域の傾斜角を θ とする。解析モデルの一部を図-1に示す。

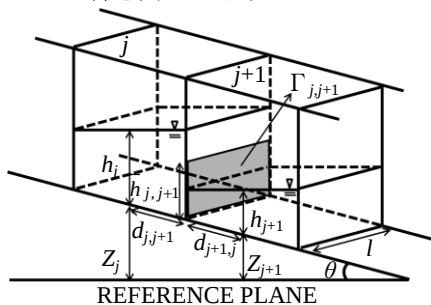


図-1: 解析モデル (一部)

$\bar{h}_{j,j+1}$: el.j と el.j+1 の平均水位

$\Gamma_{j,j+1}$: el.j と el.j+1 の境界面積

h_j : el.j の、要素底面からの水位

Z_j : el.j の底面中央から、基準面までの距離

$d_{j+1,j}$: el.j+1 の底面中央から $\Gamma_{j,j+1}$ までの距離

$d_{j,j+1}$: el.j の底面中央から $\Gamma_{j,j+1}$ までの距離

l : 断面幅

2.2. 境界条件と初期条件

境界条件として、領域の上面の圧力は大気圧、底面は不透水境界、端部での水の流出入は、最上流境界では許さず最下流境界では許す場合と許さない場合を考える。

初期条件として、el.1 を飽和砂、その他の要素は乾燥砂としたものと、全要素を飽和砂としたものを用意する。砂の透水係数は全要素で $0.025(\text{cm/s})$ として、水の流れはデュプイの準一様流近似を用い、要素底面と平行な流れのみを考える。傾斜角 θ は10度とする。

2.3. 解析方法

着目する要素番号を j とし、el.j に隣接する要素番号と着目要素からの流出流量を図-2に示す。

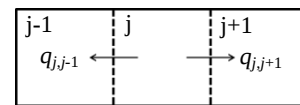


図-2: 着目要素からの流出流量

$q_{j,j+1}$: el.j から el.j+1 への流出流量

$q_{j,j-1}$: el.j から el.j-1 への流出流量

el.j の流量変化を、底面積を A_j として(1)で表す。

$$A_j \frac{\partial h_j}{\partial t} = -(q_{j,j-1} + q_{j,j+1}) \quad (1)$$

(1)で時間項は前進差分法で展開し、(2)を得る。

$$h_j^{k+1} = h_j^k - \frac{\Delta t}{A_j} (q_{j,j-1} + q_{j,j+1}) \quad (2)$$

ダルシー則より、 $q_{j,j-1}$ と $q_{j,j+1}$ は(3)で表せる。

$$\begin{aligned} q_{j,j-1} &= \Gamma_{j,j-1} \times k \times i_{j,j-1} \\ q_{j,j+1} &= \Gamma_{j,j+1} \times k \times i_{j,j+1} \end{aligned} \quad (3)$$

k : 透水係数、 $i_{j,j+1}$: el.j と el.j+1 の動水勾配

$\Gamma_{j,j+1}$ と $i_{j,j+1}$ は、それぞれ(4)と(5)で表す。

$$\Gamma_{j,j+1} = \bar{h}_{j,j+1} \times l \quad (4)$$

$$i_{j,j+1} = \frac{(h_j + Z_j) - (h_{j+1} + Z_{j+1})}{(d_{j+1,j} + d_{j,j+1}) \cos \theta} \quad (5)$$

(4)で、平均水位 $\bar{h}_{j,j+1}$ は(6)で表す。

$$\bar{h}_{j,j+1} = \frac{h_j \cdot d_{j+1,j} + h_{j+1} \cdot d_{j,j+1}}{d_{j,j+1} + d_{j+1,j}} \quad (6)$$

(2)を全要素に適用する際、el.1 では $q_{1,0}$ は 0 として扱う。el.n では $q_{n,n+1}$ は最下流境界で水の流出がない時は 0 として扱い、流出がある時は el.n+1 を水位が常に 0cm の要素とみなす。(2)から(6)より、各要素の水位を表す式を(7)から(9)で表す。el.1 は(7)で求め、el.2 から el.n-1 は(8)で求める。el.n は、最下流境界で流出がある時は(8)で、流出がない時は(9)で求める。

$$h_1^{k+1} = [1-C \quad -C] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}^k + [-C' \quad C'] \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}^{k-2} \quad (7)$$

$$h_j^{k+1} = [C \quad 1 \quad -C] \begin{bmatrix} h_{j-1} \\ h_j \\ h_{j+1} \end{bmatrix}^k + [C' \quad -2C' \quad C'] \begin{bmatrix} h_{j-1} \\ h_j \\ h_{j+1} \end{bmatrix}^{k-2} \quad (8)$$

$$h_n^{k+1} = [C \quad 1+C] \begin{bmatrix} h_{n-1} \\ h_n \end{bmatrix}^k + [C' \quad -C'] \begin{bmatrix} h_{n-1} \\ h_n \end{bmatrix}^{k-2} \quad (9)$$

ただし、 C と C' を(10)で定義する。(5)、(6)で、 $d_{j+1,j}$ と $d_{j,j+1}$ の値は等しいためこれらの値を d とする。

$$C = \frac{\Delta t}{A_i} \cdot \frac{kl}{2} \tan \theta, \quad C' = \frac{\Delta t}{A_i} \cdot \frac{kl}{4d \cos \theta} \quad (10)$$

境界条件に応じて(7)から(9)を重ね合わせ繰り返し計算を行い、ステップごとの各要素の水位を求める。

3. 解析結果

今後凍土の融解現象を実験にて再現する予定である。そのため、本解析のモデルとして実験に用いる凍土と同じ寸法の領域(流線方向長さ 50cm, 断面幅 15cm, 断面高さ 10cm)を用意し、流線方向に分割する。ここで、分割数と 1 ステップの時間幅による解析精度に着目する。

図-3 は、分割数による el.n の水位変化を表したものである。グラフは、基準面(REFERENCE PLANE: 以下 R.P)からの高さを示す。分割数を変える際、初期水量を一定にするため、上流側 20% の区間の要素は飽和砂になるように初期水位 10cm を与えた。一般的に分割数を上げると解析精度は向上するが、実験で与える予定の最大傾斜角 20 度に対して、初期水位と要素幅の比が 16:1 を越えると、水位は発散してしまう。 $n=15, 20, 50$ での水位の挙動は類似しているが、分割数が少ない方が計算負荷は小さいため、本解析では $n=15$ とした。

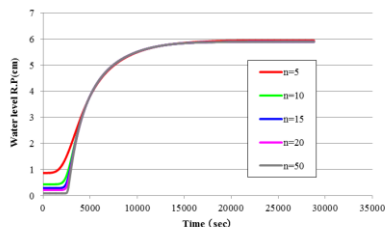


図-3: 分割数による el.n の水位変化 ($\Delta t=1$)

図-4 は Δt の値による el.15 の水位変化を表したものである。 $\Delta t=2$ までは解析精度に影響はないが、 $\Delta t=3$ を超えると水位は発散する。1 ステップの時間幅が大きい方が計算負荷は小さいので、本解析では $\Delta t=2$ とした。

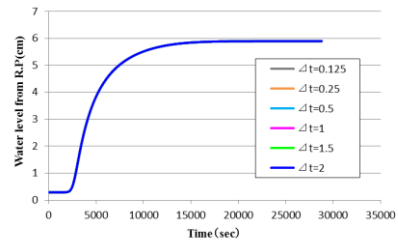


図-4: Δt の値による el.15 の水位変化 ($n=15$)

3.1. 最下流境界で流出がない場合

初期条件として el.1 に 10cm の水位を与え $\theta=10$ とした時の解析結果を図-5 に示す。グラフは要素番号が奇数のものを抽出し、R.P からの高さを示したものである。

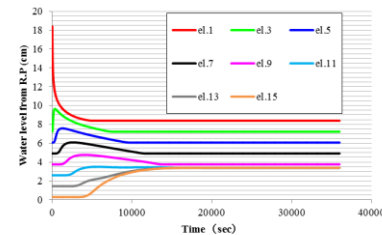


図-5: 最下流境界で水の流出がない場合の水位変化

3.2. 最下流境界で流出がある場合

初期条件として全要素に 10cm の水位を与え、 $\theta=10$ とした時の解析結果を図-6 に示す。グラフは要素番号が奇数のものを抽出し、 h_j について並べたものである。

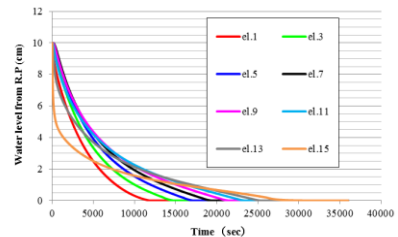


図-6: 最下流境界で水の流出がある場合の水位変化

3.3. 解析結果の評価

本解析では時間経過に伴う要素ごとの水位を調べているため、全要素の水位が収束するまで領域内の水面は不連続となっている。しかし、最下流境界での流出を許さない場合、最終的には全要素の水位が収束し、水面は連続で地表面と平行になるため、各要素の $h_j + Z_j$ の収束値は等しくなる。図-5 を見ると el.11, 13, 15 の収束値は一致しており、el.1, 3, 5, 7, 9 の収束値は各要素の Z_j の値に一致しているため、排水が完了したと判断できる。また、最下流境界での流出を許す場合、図-6 から、全要素の排水が完了したと判断できる。

4. まとめと今後の展望

解析結果から、傾斜を有する地盤に対して、有限体積法を用いて正確な評価ができていていると言える。

今後の展望として、地下水浸透流による土粒子移動の解析を行う予定である。

5. 参考文献

- 1) 西垣誠: 積分差分法による異方性帯水層の浸透解析, (1986)土質工学会論文
- 2) 国土技術政策総合研究所: 地下水モデルに関する研究, (2006)国総研資料