

水位流量曲線の最適分割に関する研究

A Study on Optimum Partition of Water-level-Discharge Curve

北海学園大学工学部社会環境工学科 ○学生員 坪晴奈 (Haruna Tsubo)
 北海学園大学工学部社会環境工学科 学生員 梅木沢弥 (Takuya Umeki)
 北海学園大学工学部社会環境工学科 フェロー 許士達広 (Tatsuhiko Kyoshi)

1. はじめに

河川の水位流量観測は通常水位のみが水位計により自動観測されており、流量への換算は各観測所における水位流量曲線(H-Q曲線)により行われる。水位流量曲線は年間36回、または24回程度実施される流量観測の2ヵ年分の資料を用いて算出され、通常1)式のように2次曲線式で表され、2)式のように直線化して折れ線として検討されている。

$$Q = a(H+b)^2 \quad \dots 1)$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{a}}\sqrt{Q} - b \quad \dots 2)$$

年間の流量観測において、測定される水位Hと流量QをHと $\sqrt{Q}$ のグラフにプロットし、それに折れ線(直線の組み合わせ)を当てはめ、各直線について最小自乗法で $\sqrt{a}, b$ を定める。折れ線の分割は標高方向には河道横断面図を見ながら、地形の変化点を参考に点の配列から定めるが、一定以上の分割は人間の目では判別しにくい。期別の分割は8, 9月の洪水や、融雪期の後で河道変化が生じるために行われる。北海道では行われない箇所が多いが、どの程度の変化で行うべきかについては特に決めるはない。本研究では昨年に引き続きAICを用いて分割後の折れ線の精度を比較し、数学的な最適化手法を検討する。

2. AICの適用

最適な分割手法についてはAIC(赤池情報量基準)の適用が考えられる。これは

$$AIC = -2 * (\text{モデルの最大対数尤度}) + 2 * (\text{モデルの自由パラメータ数}) \quad \dots 2)$$

で表され、AICを最小にするモデルが最適である。この式はモデルの当てはまりを表す最大対数尤度が同程度であれば、パラメータ数が最も少ないものを選び、節約の原理の一つの具現化となっている。回帰モデルに対しては誤差が正規分布すると仮定してAICは以下ようになる。

$$AIC = n \log 2\pi + n \log \sigma^2 + n + 2k \quad \dots 3)$$

モデル比較のためには定数部分を見捨て

$$AIC = n \log \sigma^2 + 2k \quad \dots 4)$$

$$\sigma^2 : \text{誤差分散} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$n : \text{データ数} \quad y_i : \text{データ値、}$$

$$\hat{y}_i : \text{回帰直線または曲線による推定値}$$

ここでの $\log$ は自然対数である。2kをバイアス補正

項と呼びkは式に含まれるパラメータ数で、例えば直線では2, 2次曲線では3である。またAICはデータ数が少ないときには誤差が生ずるため、

$$AIC = n \log \sigma^2 + n \log \left(\frac{n+k}{n-k} \right) \quad \dots 5)$$

$$\approx n \log \sigma^2 + \frac{2nk}{n-k} \quad \dots 6)$$

を用いる。ここでは、6)式の形とし、これを修正AICと呼ぶことにする。

この水位流量の関係式として2)式のような折れ線を用いる場合は、AICを用いて水位-流量に最適な折れ線を当てはめるという数学的問題となる。n個のデータに対しp本の折れ線を当てはめる場合、問題は折れ線の境目(折れ点)m1, m2, ..., m(p-1)であり、これは仮定してそれぞれの直線のAICを算出し、その合計が最小になるように決定すればよい。すなわち

$$AIC = \text{Minimum} (AIC_1 + AIC_2 + \dots + AIC_k + AIC_p) \quad \dots 7)$$

AIC_k (k=1...p) はそれぞれの折れ線のAICである。

3. 水位流量曲線に生じる問題点と自動化による解消

H- $\sqrt{Q}$ の折れ線を作成する場合、隣接する2つの線分の端部の間に交点がないことが多く、極端な場合2つの線が平行に近くなる。こういった場合に2つの線をつなぐために、作業者の判断が必要となる。

例えば点のつながりや河道横断系から線を分けると図-1 になることがある。

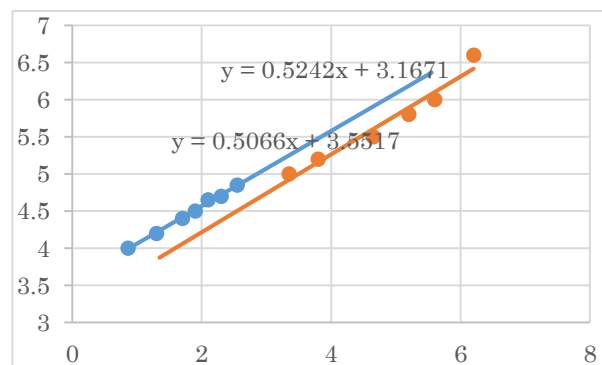


図-1 H- $\sqrt{Q}$ 線が平行に近い例

これを解消するために、図-2のように二つの線の端部の何点かを使って第3の線を入れたり、全体を一本化したりすることが行われる。第3の線を入れても線が重なることがあることから、図-3のように両端部のデー

タ(黄色の3点)を重複させて交点を作って対処する。

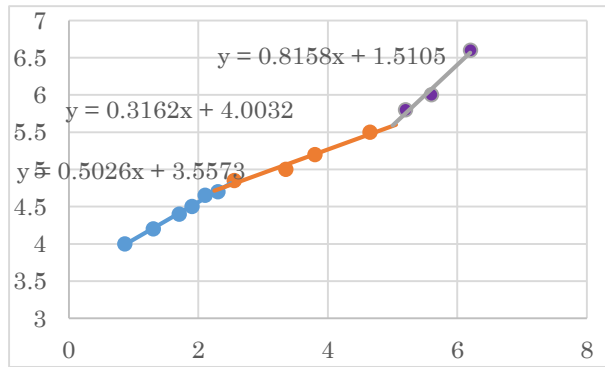


図 - 2 中間に第3の線を入れる方法

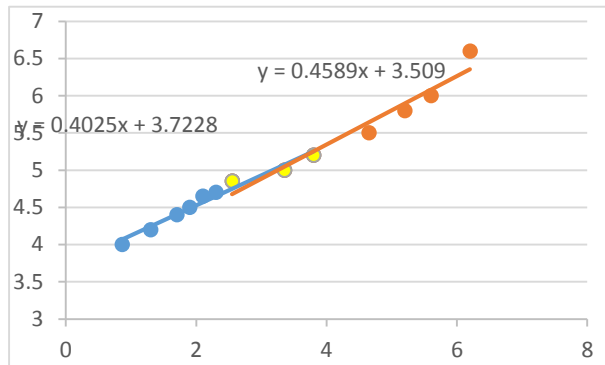


図 - 3 データを重複させる方法

こういった作業は煩雑であるため、AICによる最適化と合わせて、線分をつなぐ作業を自動化することが効果的である。

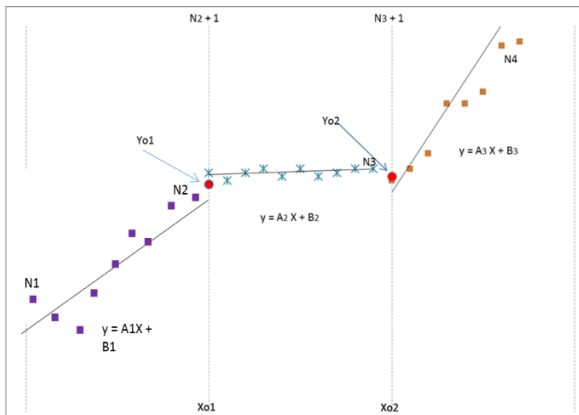


図 - 4 自動化方法 I

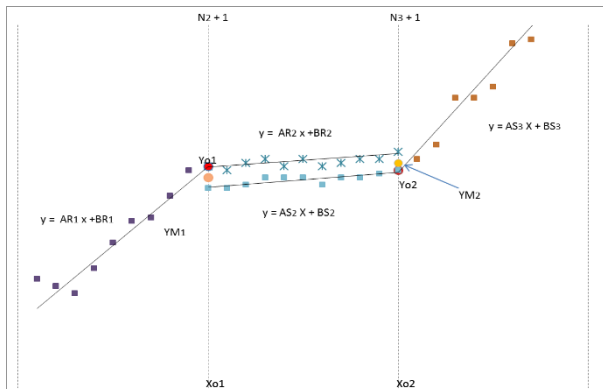


図 - 5 自動化方法 II

まず図 - 4 に示すように区分データの回帰線を描き 2 つの線分間の幅が狭い側の端部で二つの線分間の中点を出す。次に図 - 5 に示すように中点を通る直線をデータとの回帰で定め、重複する端部の中点を求める。最後にもう一度中点を取って線を決めなおす。

4. 期別に分かれる場合の $H - \sqrt{Q}$ 折れ線

出水前後で稼働断面が変化するため、期別にデータを分けて折れ線を定めることが行われる。標高が高い所は、断面が変化しにくいので、期別に分けられず 1 本の線になることが多い。標高の高い部分の出水が発生すると時期が重なる標高の低い部分を一連の折れ線とし、他の期間を別な折れ線とする。

図 - 6、図 - 7 は期別に分けた $H - Q$ 曲線が用いられている豊平川の藻岩観測所において AIC による最適化手法によって $H - \sqrt{Q}$ 折れ線を算定したものである。最初に標高および期別に 8 つの線に分け、1 本の場合から 8 本の場合までいろいろな組み合わせで折れ線を描いて、合計の AIC を求め、最小な組み合わせを最適とした。表 - 1 はその一部を示すもので、たとえば全体が 5 本や 6 本では、生じうる組み合わせがそれぞれ 10 程度ありすべて計算し、表には AIC 最適なもののみを載せている。

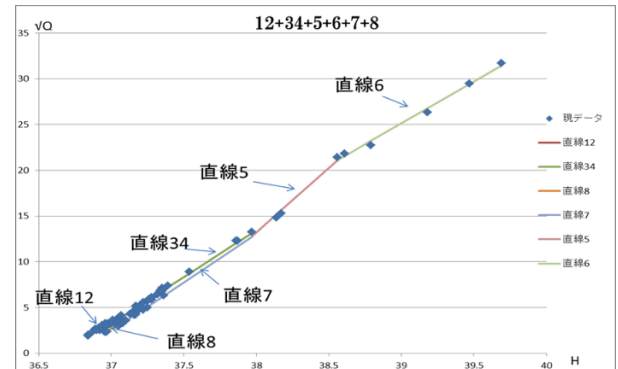


図 - 6 折れ線 6 本 (AIC 第 1 位)

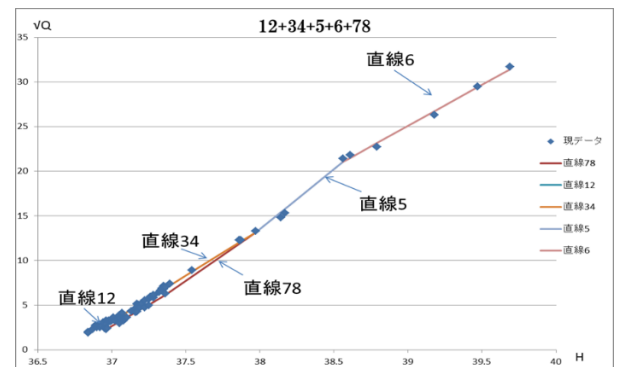


図 - 7 折れ線 5 本 (AIC 第 2 位)

表 - 1 折れ線の組み合わせと AIC

本数	組み合わせ	修正AIC	順位
1	12345678	-113.878	
2	123478-56	-122.561	
3	1234-56-78	-172.147	
4	12-34-56-78	-209.730	
5	12-34-5-6-78	-226.082	2
6	12-34-5-6-7-8	-227.457	1
7	12-3-4-5-6-7-8	-224.489	3
8	1-2-3-4-5-6-7-8	-223.213	