

特異な組織構造がもたらす竹構造の合理的な曲げ抵抗性に関する研究

Study on bending properties of wild bamboo with peculiar tissue structures

北海道大学工学部
北海道大学大学院工学院
山梨大学大学院総合研究部
熊本県立大学環境共生学部
北海道大学大学院工学研究院

○ 学生員 谷垣俊行 (Toshiyuki Tanigaki)
学生員 佐藤諭佳 (Yuka Sato)
非会員 島 弘幸 (Hiroyuki Shima)
非会員 井上昭夫 (Akio Inoue)
正 員 佐藤太裕 (Motohiro Sato)

1. はじめに

竹は温暖で湿潤な地域に広く分布し、現在世界では1250 種の竹が存在している。成長が早く、地表に筍が現れてから 2, 3 ヶ月もすれば成竹の大きさに至る。¹⁾ また高い強度と柔軟性を併せ持つ特異な植物であり、そのしなやかさや強さといった有用性を活かして構造材や日用品など多くの用途に使われてきた。このような特徴を可能にする竹の構造に着目すると、中空円筒で細長く、曲げに対して断面が潰れやすいという欠点を竹特有の「節」と「組織構造」を持つことで補っていると考えられる。本研究はその両者のうち、竹の適者生存の進化の過程で獲得した特徴的な組織構造に着目し、構造力学的観点から曲げ抵抗性にどのような影響を与えるのかを検証し、そこから最適な力学形状を知ることが目的とする。

竹断面の組織構造は、表皮側では維管束の密度が高く、内側では低く分布していることが知られている。²⁾ また竹は変形のしにくさを表す弾性係数が軸方向と半径方向で異なる異方性構造を有する。この維管束の傾斜分布および異方性構造が竹の曲げ抵抗性の要因であると考え、竹断面の弾性係数の変化による強度への影響、そして軸方向と半径方向での弾性係数の相違による楕円化率への影響と曲げモーメントの関係を検証した。

2. 維管束と曲げ剛性の関係

2.1 竹断面における弾性係数の変化

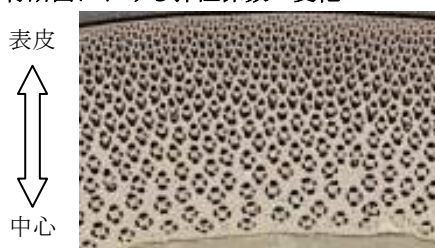


図-1 竹の断面図

図-1 は竹断面の維管束鞘の分布を表しており、図の上側が表皮、下側が竹の中心側となっている。この図からわかるように、竹断面の表皮側では維管束鞘が密であるが、竹管の中心にかけて疎になってゆく。この密度の変化を考慮するため、竹断面の厚さを h 、竹の内半径を a 、竹断面の中心を基準とし、半径方向外向きを正とする座標を r とすると半径方向弾性係数 E_f は r の一次関数で表される。

$$E_f(r) = b_0 + b_1 r \quad (a \leq r \leq a + h) \quad (1)$$

$$b_0 = 13 - b_1 a - \frac{1}{2} b_1 h, \quad b_1 = \frac{13}{h}$$

2.2 弾性係数が一定の場合の曲げ剛性

一般的に曲げ剛性とは曲げ変形のしにくさを表す指標であり、弾性係数と断面二次モーメントを掛け合わせたものである。ある任意の断面における弾性係数を E 、断面二次モーメントを I と示す。弾性係数が一定の場合の曲げ剛性を $EI_{const.}$ と表すと、以下の式で表される。

$$EI_{const.} = \frac{\left\{ b_0 + b_1 \left(a + \frac{h}{2} \right) \right\}}{4} \left\{ (a + h)^4 - a^4 \right\} \pi \quad (2)$$

2.3 弾性係数が線形の場合の曲げ剛性

弾性係数が線形となる時の曲げ剛性を EI_{linear} とし、(1)を用いて弾性係数が一定の時と同様に求めると、以下の式で表せる。

$$EI_{linear} = \int_a^{a+h} \int_0^{2\pi} (b_0 + b_1 r) (r \sin \theta)^2 r d\theta \cdot dr \quad (3)$$

$$= \frac{1}{4} \pi b_0 \left\{ (a + h)^4 - a^4 \right\} + \frac{1}{5} \pi b_1 \left\{ (a + h)^5 - a^5 \right\}$$

2.4 曲げ剛性の比較

$EI_{const.}$ および EI_{linear} の比較を行う。

$$EI_{linear} - EI_{const.} = \frac{1}{4} \pi b_1 h^3 \left(a^2 + ah + \frac{3}{10} h^2 \right) \quad (4)$$

a および h はいずれも正であり、 $b_0 = 13/h$ であるので

$$EI_{linear} > EI_{const.} \quad (5)$$

となることがわかる。

以上より竹は曲げに対して強い構造を得るために維管束分布を線形にさせ、曲げ剛性を高めている。

3. 組織構造と楕円化の関係

3.1 等方性構造と異方性構造

竹は異方性構造をうまく活かすことで曲げ抵抗性を高めていると考えられている。一般的に植物の軸方向弾性係数は半径方向弾性係数の約 10 倍であると知られている。³⁾ 今回、軸方向弾性係数を一定値 E_1 と定め、竹の組織構造を三つに場合分けし、断面の潰れ量を表す楕円化率に及ぼす影響を求める。

3.2 ひずみエネルギーと停留条件

純曲げを受ける竹断面の楕円化率を求める．一般的に全ひずみエネルギーは軸方向の変形と円周方向の変形それぞれに加わるひずみエネルギーの和で表される.⁴⁾ 単位長さあたりのひずみエネルギーは,

$$U = U_z + U_\theta \quad (6)$$

となる．ここで U_z は軸方向, U_θ は円周方向のひずみエネルギーを表す．曲げモーメントと曲率の関係は

$$M = EIC \quad (7)$$

であり, U_z は(7)を用いて

$$U_z = \int_0^L M dC = \frac{1}{2} C^2 E_1 I_1 \quad (8)$$

となる．また U_θ は以下の式で表される．

$$U_\theta = \int_0^{2\pi} \frac{M^2}{2E_f(r)I_2} r d\theta \quad (9)$$

ここで I_1, I_2 はそれぞれ断面二次モーメントを表す．

また楕円化率は

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad (10)$$

で表される停留条件から求められる．

まず竹が等方性の場合, (8), (9)における弾性係数を $E_1 = E_f(r) = E$ とおくと, ひずみエネルギー U_1 は以下の式で表される．

$$U_1 = \frac{\pi}{8} \left\{ (a+h)^4 - a^4 \right\} E C^2 \left(1 - \frac{3}{2} \xi + \frac{5}{8} \xi^2 \right) + \frac{9\pi E}{8} \left\{ (a+h)^2 - a^2 \right\} \xi^2 \quad (11)$$

次に竹が異方性であり, 維管束分布が一定の時のひずみエネルギーを U_2 とすると, (12)となる．

$$U_2 = \frac{\pi}{8} \left\{ (a+h)^4 - a^4 \right\} E_1 C^2 \left(1 - \frac{3}{2} \xi + \frac{5}{8} \xi^2 \right) + \frac{9\pi}{8} \left\{ b_0 + b_1 \left(a + \frac{h}{2} \right) \right\} \left\{ (a+h)^2 - a^2 \right\} \xi^2 \quad (12)$$

最後に竹が異方性であり, 維管束分布が線形となる場合のひずみエネルギー U_3 は以下の式．

$$U_3 = \frac{\pi}{8} \left\{ (a+h)^4 - a^4 \right\} E_1 C^2 \left(1 - \frac{3}{2} \xi + \frac{5}{8} \xi^2 \right) + \frac{3\pi}{8} \left\{ 3b_0 \left\{ (a+h)^2 - a^2 \right\} + 2b_1 \left\{ (a+h)^3 - a^3 \right\} \right\} \xi^2 \quad (13)$$

3.3 曲げモーメントと楕円化率の関係

図-2, 図-3 は去年, 実際に竹を計測して得られたデータのうち, 内半径 $a=2.168\text{cm}$, 厚さ $h=0.632\text{cm}$ を用いて, 同じ曲げモーメントを与えた際のそれぞれの楕円化率を示したものである．図-2 は等方性の際の楕円化率 ξ_1 および異方性かつ $E_f(r)$ が一定の場合の楕円化率 ξ_2 を, 図-3 は ξ_2 および異方性かつ $E_f(r)$ が線形の場合の楕円化率 ξ_3 を示す．

図-2, 図-3 から等方性構造よりも異方性構造である方が, 楕円化率が小さくなる事がわかる．また, 異方性構造のうち半径方向の弾性係数が線形の場合の方が一定の場合よりも楕円化率を抑制することが確認できる．以上より竹の維管束分布による異方性は楕円化の抑制に影響を及ぼし, 異方性構造によって曲げ抵抗性を大きく高めていることがわかる．

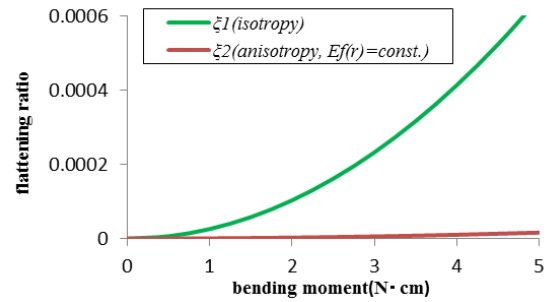


図-2 楕円化率の比較(ξ_1, ξ_2)

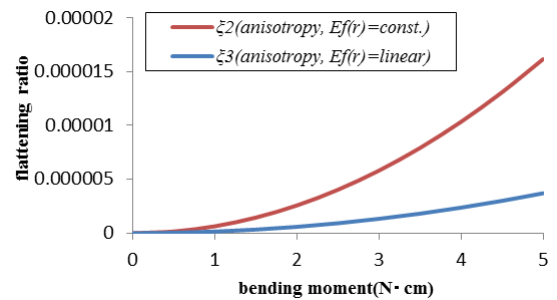


図-3 楕円化率の比較(ξ_2, ξ_3)

4. まとめ

本研究から得られる知見は以下のとおり．

- ・竹の維管束は中心から半径方向外向きにかけて傾斜分布をしており, 表皮側の方が中心側よりも維管束の分布が多い．その傾斜分布により曲げ剛性を高め, 外力に対して抵抗性を増している．
- ・竹は軸方向と半径方向で弾性係数が異なるという異方性構造を持つことで楕円化を抑制し, 等方性構造の場合よりも曲げ抵抗性の高い構造形態となっている．また, 竹断面の維管束分布によっても楕円化を抑制することが確認された．
- ・竹は軽くて細長く, 中空円筒という曲げに弱い構造形態を, 組織構造に工夫を凝らすことで補い, 外力から身を守る最適な力学形状を得ている．

5. 謝辞

本研究は科研費基盤研究(B)(研究課題番号: 15H04207, 研究代表者: 佐藤太裕)により実施されたことを付記し, 関係各位にお礼申し上げます．

6. 参考文献

- 1) 井上昭夫, 栃原志保里, 北里春香: タケにおける節の役割, 不知火海・球磨川流域圏学会誌, Vol.7. No.1, pp.14-15, 2013
- 2) 有尾一郎, 森田千尋, 陶山裕之, 佐藤英一, 藤井堅: 竹の異方性組織構造に観る複合積層モデルに関する力学的考察, 日本機械学会論文集(A 編)69 巻 677 号 No.02-0183, 2003
- 3) Ulrike G.K Wegst, Michael F.Ashby: The structural efficiency of orthotropic stalks, stems, and tubes, J Mater Sci, No.42, pp9005-9014, 2007
- 4) Calladine, C.,: Theory of Shell Structures, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1983