

## 既往水文データを用いた将来確率値の推定法について

A method of the future extreme value estimation using past hydrological data

北海学園大学工学部社会環境工学科 フェロー 許士達広 (Tatsuhiko Kyoshi)

北海学園大学工学部社会環境工学科 学生員 平村晃基 (Kouki Hiramura)

北海学園大学工学部社会環境工学科 学生員 畠中洋祐 (Yousuke Hatanaka)

## 1. まえがき

地球温暖化が顕在化しつつあり、集中豪雨の頻度の増大や過去最大の規模を上回る降雨量の観測など、相次ぐ異常気象による災害の発生が現実のものとなっている。将来の豪雨の規模のさらなる増大が懸念されるなか、気候変化を考慮した将来における降雨確率値の推定が求められ、温室化ガスの増大等を仮定したいくつかのシナリオに基づき、全球的な気象モデルと地域気象モデルの結合による推定が行われているが、採用されるシナリオにより結果はかなり異なる。

一方既往降雨データによる統計的解析で、時系列を区分して確率水文学の増加や減少の傾向を算出することも行われているが、将来の分散やひずみ係数の算定法などに問題があり、手法は確立されていない。本研究では実用的な観点から、既往降雨データを用いて基本的な統計理論に基づき将来確率雨量を推定する方法について、一般化極値分布を対象に検討する。

## 2. 一般化極値分布による確率値

3 母数の代表的分布である一般化極値分布は、水文学の確率値  $X_p$  は標準変数  $E_p$  の一次式で表すことができる。

$$X_p = c + \left(\frac{a}{k}\right) \cdot E_p \quad \dots 1)$$

$$E_p = 1 - \{-\ln(p)\}^k \quad (p: \text{非超過確率}) \quad \dots 2)$$

$X$  : 水文学量  $a$  : 尺度母数  $C$  : 位置母数

$k$  : 形状母数

理論平均、理論標準偏差、理論歪み係数はそれぞれ 3)、4)、5)式で表される。

$$\mu_x = c + \frac{a}{k} \{1 - \Gamma(1+k)\} \quad \dots 3)$$

$$\sigma_x = \frac{a}{|k|} \sqrt{\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)} \quad \dots 4)$$

$$\gamma_x = \text{sign}(k) \frac{-\Gamma(1+3k) + 3\Gamma(1+k)\Gamma(1+2k) - 2\Gamma^3(1+k)}{[\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)]^{3/2}} \quad \dots 5)$$

データから平均、標準偏差、歪み係数を求めて、

3)、4)、5)式から定数を定め、1)、2)式から確率値を求める。言い換えれば将来確率値は将来の水文学量の平均、標準偏差、歪み係数を推定することにより求められる。

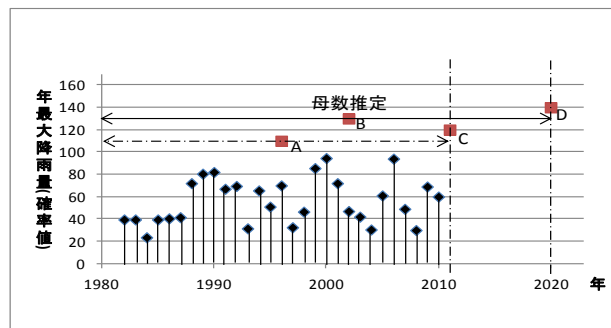
## 3. 期間確率と時点確率

水文データから将来の確率を算出する時に次の2つの考え方ができる。

・期間確率・・・観測開始時点から、将来の時点  $t$  までの期間の平均的な母数を推定するもので、水文学量の累加値を年数で除したものをを用いて表される。

・時点確率・・・将来の時点  $t$  の母数を推定するもので水文学量の累加値の線の勾配あるいは単位期間の差分を用いて表される。なお従来から用いられている確率は現時点までの期間確率に相当する。

これを概念図で示すと図のようになる。



A は現在の 2010 年から見た 1980～2010 年までの平均的な期間確率

B は将来の 2020 年から見た 1980～2020 年までの平均的な期間確率

C は 2010 年現在時点における時点確率

D は将来の 2020 年時点における時点確率

母数の求め方は、時系列の回帰によるが、累加値を用いる場合と、直接平均等を求める方法が考えられる。

## 4. 累加値による方法

## 1) 期間確率の場合

母数は 6)～8) の累加値を求め

$$\text{和} \quad X_t = \sum_{i=1}^t x_i \quad \dots 6)$$

$$2 \text{ 乗和 } Y_t = \sum_{i=1}^t (x_i - \bar{X}_t)^2 \quad \cdots 7)$$

$$3 \text{ 乗和 } Z_t = \sum_{i=1}^t (x_i - \bar{X}_t)^3 \quad \cdots 8)$$

これらの直線およびべき乗回帰により将来時点  $t$  の値 を求める。将来における母数は上式を用いて次式で推定する。

$$\text{期間平均} \quad \bar{x}_t = \frac{1}{n} \hat{X}_t \quad \cdots 9)$$

$$\text{期間標準偏差} \quad s_t = \sqrt{\frac{\hat{Y}_t}{(n-1)}} \quad \cdots 10)$$

$$\text{期間歪み係数} \quad \gamma_t = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} \cdot \frac{\hat{Z}_t}{n} \cdot \frac{1}{s_t^3} \quad \cdots 11)$$

2) 時点確率の場合

i) 累加の式 6) 7) 8) の将来時点における変化率から将来時点における平均値、標準偏差、ひずみ係数を推定する。変化率は微分であるが、ここでは一つ前の時点との差とする。

$$\text{時点平均} \quad \bar{x}_t = (\hat{X}_t - \hat{X}_{t-1}) \quad \cdots 12)$$

$$\text{時点標準偏差} \quad s_t = \sqrt{\frac{n}{n-1} (\hat{Y}_t - \hat{Y}_{t-1})} \quad \cdots 13)$$

$$\text{時点歪み係数} \quad \gamma_t = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} \cdot \frac{(\hat{Z}_t - \hat{Z}_{t-1})}{s_t^3} \quad \cdots 14)$$

5. 直接平均・標準偏差等を回帰で求める方法

これは累加値を用いずに、各データ数における平均、標準偏差、ひずみ係数を算出してそれに直接回帰の線を当てはめるものである。確率としては期間確率となり、時点確率を求めるときはその差分となる。

最小二乗法は一般に 15) 式であらわされるが、正確には  $y$  の分散  $\sigma$  が求められれば 16) 式となる。

$$E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad \cdots 15) \quad E' = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sigma_i^2} \quad \cdots 16)$$

$y_i$  が平均値や標準偏差であれば、その中のデータ数は  $i$  個であり、データ数による誤差分散  $\sigma_i^2$  の違いが生じる。

ここでは説明は省略するが、一般に  $n$  個のデータ  $x$  の分散がそれぞれ  $\sigma^2$  であるときに、その和の分散は  $n \sigma^2$  である。しかしデータを累加していったときの回帰の誤差分散は各累加値とも等しくなり、 $\sigma^2$  は一定である。この前提に立つと、平均、標準偏差の回帰の重みは、以下のようになる。

$$1) \text{ 平均} \quad \bar{x}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \quad \text{回帰誤差分散を RVar で表すと}$$

$$\text{RVar}(\bar{x}_k) = \frac{1}{k^2} \text{RVar}(\sum_{i=1}^k x_k) = \frac{1}{k^2} \text{se}^2 \cdots 15)$$

回帰の各項の分散はデータ数  $k$  に対し  $1/k^2$  の比となる。

2) 標準偏差

$$s_k = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{k-1}} \quad \cdots 16)$$

$$\text{RVar}(s_k) = \frac{1}{k-1} \text{RVar}(\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}) \quad \cdots 17)$$

回帰の各項の分散はデータ数  $k$  に対し  $1/(k-1)$  の比となる。

3) ひずみ度

分散に関係なく定まる。標準偏差が次式で表されるので、その 2 乗を用いる。

$$\text{RVar}(\gamma) = \frac{6k(k-1)}{(k-2)(k-3)(k-4)} \quad \cdots 18)$$

推定値の重み付き推定のために回帰式  $\hat{y} = a^* x + b^*$  の重み付き定数は以下のように表される。

$$a^* = \frac{\sum w_i (x_i - \bar{wx})(y_i - \bar{wy})}{\sum w_i (x_i - \bar{wx})^2} = \frac{\sum w_i \sum w_i x_i y_i - \sum w_i x_i \sum w_i y_i}{\sum w_i \sum w_i x_i^2 - (\sum w_i x_i)^2} \quad \cdots 19)$$

$$b^* = \bar{wy} - a^* \bar{wx} = \frac{1}{\sum w_i} (\sum w_i y_i - a^* \sum w_i x_i) = \frac{\sum w_i x_i^2 \sum w_i y_i - \sum w_i x_i \sum w_i x_i y_i}{\sum w_i \sum w_i x_i^2 - (\sum w_i x_i)^2} \quad \cdots 20)$$

累加値の重み  $w_k$  は平均では  $k^2$ 、標準偏差は  $k-1$ 、ひずみ度は  $(k-2)(k-3)(k-4)/(k(k-1))$  となる。

以上により国内の 4 観測所について 1950 年から 2010 年までの最大日降雨資料を用いて 2030 年の日雨量確率値を試算したものが下表である。時点確率と期間確率は、いずれも一時回帰直線によるが、一定の差が生じている。累加値による方法と、直接求める方法の期間確率に差が出たので原因を検討中である。

表－1 将来確率試算値

| 観測所 | 区分 |    | 平均    | 標準偏差  | ひずみ度  | 2030 年<br>確率値 |
|-----|----|----|-------|-------|-------|---------------|
| A   | 累加 | 時点 | 125.4 | 60.85 | 1.293 | 321.2         |
|     |    | 期間 | 122.0 | 62.26 | 1.609 | 330.9         |
|     | 直接 | 期間 | 126.7 | 56.25 | 1.310 | 308.1         |
| B   | 累加 | 時点 | 116.5 | 45.28 | 1.622 | 268.6         |
|     |    | 期間 | 116.9 | 45.90 | 1.651 | 271.7         |
|     | 直接 | 期間 | 110.1 | 42.16 | 1.851 | 255.0         |
| C   | 累加 | 時点 | 115.7 | 56.08 | 3.144 | 320.6         |
|     |    | 期間 | 113.7 | 51.82 | 3.076 | 302.7         |
|     | 直接 | 期間 | 115.8 | 64.56 | 4.066 | 354.6         |
| D   | 累加 | 時点 | 157.5 | 74.89 | 1.884 | 415.7         |
|     |    | 期間 | 154.1 | 71.35 | 1.859 | 399.5         |
|     | 直接 | 期間 | 156.1 | 79.96 | 2.554 | 443.0         |