

北海道における年最大日雨量の非定常解析

Non-stationary Analysis of Annual Maximum Daily Precipitation in Hokkaido

北見工業大学大学院 ○学生員 梅津 佳 (Kei Umetsu)
北見工業大学 正 員 中尾隆志 (Takashi Nakao)
北見工業大学名誉教授 フェロー 佐渡公明 (Kimiteru Sado)

1. はじめに

近年，地球温暖化に伴い異常気象の増加が懸念されている．本研究の解析対象地域である北海道においても，短時間局所豪雨に関する報道がなされる回数が多くなっているように感じられる．

確率降水量・再現期間は，長期降水量が定常であるとした仮定のもとに，観測値に対し確率分布モデルを当てはめて推定を行っているが，最近の降水の様子を見ると必ずしも定常であるとは言い切れない可能性がある．土木事業の観点からは，限られた財源から最大の効果を求められており，降水量の地域差も考慮した計画の策定も求められているのが現状である．そのため治水対策における確率降水量の算定方法の見直しが必要である．

本研究では北海道内の年最大日雨量が，観測開始から，はたして定常的に取り扱えるのかの検討を行っている．

2. 使用データ

本解析で用いているデータは気象庁ホームページ内の過去の気象データ検索¹⁾より得られる北海道 22 官署の年最大日雨量のうち，開所年から 2013 年までのデータを解析対象とした．

2. 1 データの品質および欠測データの取り扱い

観測データが休止や測器の故障等により得られない場合，または明らかに誤差が大きく間違いであると確定できる場合のデータを欠測値とする処理が施されるが，計算精度の低下を回避するため以下の品質情報の全て，すなわち資料不足値（20%を超える欠損がある場合），疑問値（値がかなり疑わしい場合），欠測（統計値がない場合）に該当する全てのデータに関して欠測とみなした．また，2013 年付近のデータに欠測がある場合，非定常性を議論する上では使用を控えるべきであり，解析対象外とした．更に，開所年から 2013 年までの標本サイズを n とした場合，後に示す初期の不安定性²⁾の点から $60 \leq n$ である場合にも解析対象外の官署とした．

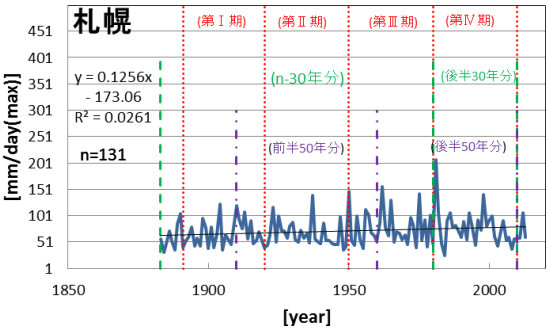
これにより解析対象外に該当する官署は北見枝幸（2009 年に資料不足値），室蘭（2006 年に資料不足値），紋別（2007 年および 2008 年に資料不足値），広尾（ $n=56$ ）となる．また，釧路は 1910 年に観測場所を移転により，その前後のデータの均質性が疑われるため，開始年を 1910 年からとし，2013 年までを解析対象と変更した．このように，データの品質に疑問がある場合にはデータの不連続を無くすように（データセットに欠測値が含まれないよう）開始年を定めた．表－1 に，解析に用いた 18 気象官署と解析期間を示す．

表－1 解析対象となる官署と解析対象期間

官署名	解析対象期間	官署名	解析対象期間
稚内	1938年～2013年	釧路	1910年～2013年
羽幌	1921年～2013年	根室	1884年～2013年
留萌	1943年～2013年	網走	1899年～2013年
小樽	1943年～2013年	雄武	1943年～2013年
寿都	1888年～2013年	旭川	1889年～2013年
江差	1941年～2013年	岩見沢	1947年～2013年
函館	1896年～2013年	札幌	1883年～2013年
苫小牧	1943年～2013年	倶知安	1944年～2013年
浦河	1927年～2013年	帯広	1892年～2013年

2. 2 期間の分割

データの定常，非定常性をみるのには初期の不安定性を考慮すると，最低 30 年間のデータが必要となる²⁾．そこで本研究では以下に示す i-iii の期間についてそれぞれ考察を行った．各区分方法の一例として札幌の時系列データを図－1 に示す．



図－1 札幌における年最大雨量の時系列変化

i) 30 年に区分

先に述べたように，初期の不安定性では最低限 30 年分のデータが必要なので，各官署における開所年から 2013 年までの標本を 30 年毎に，第Ⅰ期から第Ⅳ期まで，第Ⅰ期(1891 年～1920 年)，第Ⅱ期(1921 年～1950 年)，第Ⅲ期(1951 年～1980 年)，第Ⅳ期(1981 年～2010 年)と区分した．なお，1 期分の標本数が 30 に満たない場合はその期を全て欠測扱いとした．

ii) 第Ⅳ期とそれ以前の観測データに区分

上記で分割した第Ⅳ期とそれ以前の定常，非定常性をみるために観測開始年～1980 年までのデータ，1981 年～2010 年までのデータに区分し，定常，非定常性の検討を行った．

iii) 50年に区分

初期の不安定性を50年まで拡大し、1官署の観測データを前半50年分(1911年~1960年)と後半50年分(1961~2010年)に区分する方法。なお、ここで前半部分の標本サイズを n_1 、後半部分の標本サイズを n_2 とした場合、 $n_1=n_2=50$ を満たす官署のみを解析対象官署とした。

3. 平均値、分散値の検定

北海道の気象官署で得られる降水量データに、近年の異常気象などの影響により従来の観測値に対して定常性が疑われる可能性も出てきた。そこで、帰無仮説検定により2つの標本間における差の有意性を検討した。

3. 1 検定手法³⁾

帰無仮説検定は、1つの仮説を立て、標本データがこの仮説のもとでどの程度の確率で起こるかを計算し、その確率が小さいとき、仮説を棄却するというのが仮説検定の基本的な考え方となる。この場合、仮説のもとで起こる確率がどのくらい小さければ仮説を棄却するかという基準(有意水準)が必要となり、これには習慣的に0.05と0.01が用いられる。本研究では、これに従い有意水準を0.05および0.01の2種類での仮説検定を行った。

本研究で扱う観測データは2対の母分散が($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)とみなせるかどうか不明である。従って、平均値に対する検定を行う際、2対の母分散が($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)と仮定できる場合と($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)が仮定できない場合によって検定手法が異なる。そのため、初めに分散に関する仮説検定を行い、続いて平均値の仮説検定へと進める必要がある。

更に、それぞれの検定に対して平均値、分散ジャンプの有為性を検出するため第1段階として両側検定を行い、第2段階としてハイジャンプ、もしくはロージャンプであるかを検出できるよう片側検定を組み合わせた手法を採用した。以下、標本分散としては不偏分散を用いる。

正規母集団をAとした $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ である大きさ n_1 の標本($x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n_1}$)、正規母集団Bとした $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ である大きさ n_2 の標本($x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$)に対する標本平均値、標本分散、 F_0 はそれぞれ次式に定義される。なお、本研究では2母数対数正規分布(以下LN2と称す)を用いての解析を行うため、対数変換を行った標本データで解析を進めている。

標本平均値

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_{1i} \quad \dots (1)$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} x_{2i} \quad \dots (2)$$

標本不偏分散

$$u_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 \quad \dots (3)$$

$$u_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{n_2} (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 \quad \dots (4)$$

$$F_0 = u_1^2 / u_2^2 \quad \dots (5)$$

a) 分散に対するF-検定

X_{m2}, X_{n2} がそれぞれ自由度 m, n の χ^2 分布に従い、互いに独立ならば、標本分布

$$F = \frac{X_m^2 / m}{X_n^2 / n} \quad \dots (6)$$

は自由度対(m, n)のF分布 $f(m, n)$ に従う。これより、仮説 H_{00} のもとで統計量

$$F = u_1^2 / u_2^2 \quad \dots (7)$$

が自由度対(n_1-1, n_2-1)のF分布に従う。

2つの正規母集団の分散について、帰無仮説 $H_{00} = [\sigma_1^2 = \sigma_2^2]$ (対立仮説 $H_{11} [\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2]$)とする。それぞれ大きさ n_1, n_2 の標本から u_{12}, u_{22} を求め、式(5)の実現値が

$$F_0 > F_{n_1-1, n_2-1}^{\alpha} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \quad \dots (8)$$

または

$$F_0 < F_{n_1-1, n_2-1}^{1-\frac{\alpha}{2}} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \quad \dots (9)$$

ならば、仮説 H_{00} を有意水準 α で棄却する。この場合棄却域が両側となる両側検定となる。片側検定の場合はいずれかの棄却域で検定を行う。

b) 平均値に対するt-検定($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ と仮定される場合)

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ と仮定される場合その共通の値を $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ とおき、式(3)、式(4)を用いて

$$U^2 = \frac{(n_1 - 1)U_1^2 + (n_2 - 1)U_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad \dots (10)$$

とおけば、自由度 n_1+n_2-2 のt分布に従う統計量 T が得られる。

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{U \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad \dots (11)$$

2つの母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ について、帰無仮説 $H_0 [\mu_1 = \mu_2]$ ($H_1 [\mu_1 \neq \mu_2]$)とする。標本の大きさがそれぞれ n_1, n_2 の標本の平均値を $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ とし、統計量、式(10)の実現値を μ_2 とするとき、

$$|t_0| = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2|}{U \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} > t_{n_1+n_2-2}(\alpha) \quad \dots (12)$$

ならば、仮説 H_0 を有意水準 α で棄却する。また、分散に対するf-検定の時と同様にして、片側検定の場合はいずれかの棄却域で検定を行う。

c) 平均値に対するt-検定($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ が仮定できない場合)

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ が仮定できない場合における統計量 T は、

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{U_1^2}{n_1} + \frac{U_2^2}{n_2}}} \quad \dots (13)$$

の確率分布は仮説 H_0 のもとで自由度

$$c = \frac{1}{1 + \frac{U_2^2}{n_2} / \frac{U_1^2}{n_1}} \quad \dots (14)$$

ただし

$$d = \frac{1}{\frac{c^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - c)^2}{n_2 - 1}} \quad \dots (15)$$

の t 分布で近似されることが知られている．有意水準 α の棄却域は

$$P\{|t| > t_{d(\alpha)}\} = \alpha \quad \dots (16)$$

であるような $t_{d(\alpha)}$ の値によって定められる．

2 つの正規母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ について帰無仮説 H_0 「 $\mu_1 = \mu_2$ 」 とする．大きさがそれぞれ n_1 , n_2 の標本から得られる統計量，式(14)の実現値 t_0 が

$$|t_0| > t_{d(\alpha)} \quad \dots (17)$$

であるとき，仮説 H_0 を有意水準 α で棄却する．片側検定の場合はいずれかの棄却域で検定を行う．

4 検定結果

3 章のような手法で，1 章にある i~iii のようなデータ区分に対してそれぞれ帰無仮説検定を行った．検定の結果，仮説が棄却された官署は根室，江差，苫小牧，寿都である．また，平均値，分散においてすべての官署でロージャンプは検出されなかった．

根室では iii の区分， $\alpha=0.05$ において平均値ジャンプ(ジャンプの大きさは 13.3mm)，江差では iii の区分， $\alpha=0.05$ において分散ジャンプ，苫小牧では i の区分のうち，第IV期と第III期との比較で， $\alpha=0.05$ において平均値ジャンプ(ジャンプの大きさは 17.0mm)が有意となった．また，寿都では i の区分のうち，第IV期と第III期との比較で， $\alpha=0.05$ と $\alpha=0.01$ の両方において平均値ジャンプ(ジャンプの大きさは 13.2mm)が有意となり，更に，ii の区分， $\alpha=0.05$ と $\alpha=0.01$ の両方において分散ジャンプが有意となった．

以下にジャンプが検出された官署について，どれほどの差がみられるかを比で表—2 に示す．

表—2 平均値，分散の比

根室(平均値)	1.172
江差(分散)	1.139
苫小牧(平均値)	1.215
寿都(平均値)	1.246
寿都(分散)	1.471

なお，根室は iii)区分のうち前半部分の平均値を後半部分の平均値で割ったもの，江差は ii)区分のうち前半部分の分散を後半部分の分散で割ったもの，苫小牧は i)区分のうち第III期の平均値を第IV期の平均値で割ったものである．また，寿都は i)区分のうち第I期の平均値を第

IV期の平均値で割ったものと，ii)区分のうち前半部分の分散を後半部分の分散で割ったものである．

5 対数正規分布を用いた確率降水量の検討

3 母数対数正規分布(LN3)の関係式は以下による⁴⁾．

1) 確率密度関数(PDF)

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)\sqrt{2\pi}\sigma_y} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\ln(x-a)-\mu_y}{\sigma_y}\right]^2\right\} \quad \dots (18)$$

ここで， $y = \ln(x-a)$ とする．

2) 確率分布関数(CDF)

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x-a)-\mu_y}{\sigma_y}\right) \quad \dots (19)$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt \quad \dots (20)$$

3) 非超過確率 p に対する水文統計量 x_p

$$z = \frac{\ln(x-a)-\mu_y}{\sigma_y} \quad \dots (21)$$

$$x = a + \exp(\mu_y + \sigma_y z) \quad \dots (22)$$

$$x_p = a + \exp(\mu_y + \sigma_y z_p) \quad \dots (23)$$

z_p は $p = \Phi(z)$ となる z の値

4) 母数推定

母数の推定には積率法を用いた．

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \quad \dots (24)$$

$$S_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2 \quad \dots (25)$$

$$C_{sx} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{x_j - \bar{x}}{S_x}\right)^3 \quad \dots (26)$$

$$\mu_x = \bar{x} \quad \dots (27)$$

$$\sigma_x = [N/(N-1)]^{1/2} S_x \quad \dots (28)$$

$$\gamma_x = \frac{\sqrt{N(N-1)}}{N-2} C_{sx} = C_{sx} (A + B \cdot C_{sx}^3) \quad \dots (29)$$

ここに，A，B は次のように与えられている．

$$A = 1.01 + 7.01/N + 14.66/N^2 \quad \dots (30)$$

$$B = 1.69/N + 74.66/N^2 \quad \dots (31)$$

ここで，積率と母数の関係は以下の通りとなる．

$$\mu_x = a + \epsilon \sqrt{\Phi} \quad \dots (32)$$

$$\sigma_x = \epsilon \sqrt{\Phi(\Phi - 1)} \quad \dots (33)$$

$$\gamma_x = (\Phi + 2)\sqrt{\Phi - 1} \quad \dots (34)$$

$$\epsilon = \exp(\mu_y) \quad \dots (35)$$

$$\Phi = \exp(\sigma_y^2) \quad \dots (36)$$

よって、母数は以下に示す関係より推定する。

$$\Phi = \left[\beta + \sqrt{\beta^2 - 1} \right]^{1/3} + \left[\beta - \sqrt{\beta^2 - 1} \right]^{1/3} - 1 \quad \dots (37)$$

ただし、 $\beta = 1 + \frac{\gamma_x^2}{2}$ とする。

$$\epsilon = \frac{\sigma_x}{\sqrt{\Phi(\Phi - 1)}} \quad \dots (38)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\ln \Phi} \quad \dots (39)$$

$$\mu_y = \ln \epsilon \quad \dots (40)$$

$$a = \mu_x - \epsilon \sqrt{\Phi} \quad \dots (41)$$

なお、式(18)において $a=0$ とした場合に、2 母数対数正規分布(LN2)と呼ばれ、以下、LN2 を用いて算出した確率降水量の比較を行う。

帰無仮説検定が棄却された 4 官署で平均、分散のジャンプが検出された期間と最近のデータのみから計算された T 年確率(XT)の比を求めると、表一3 のようになり、XT(100)では 1.3 から 1.5 倍程度となった。

表一3 ジャンプが有意となった 4 官署の XT の比

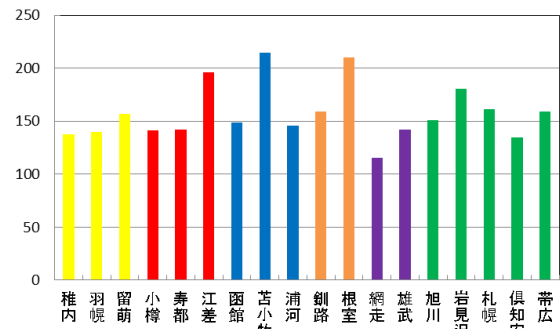
	XT(100)	XT(50)	XT(10)
根室($\alpha = 0.05$, 平均値ジャンプ)	1.324	1.306	1.254
寿都($\alpha = 0.01$, 平均値ジャンプ)	1.402	1.382	1.33
寿都($\alpha = 0.01$, 分散ジャンプ)	1.521	1.467	1.327
江差($\alpha = 0.05$, 分散ジャンプ)	1.421	1.371	1.24
苫小牧($\alpha = 0.05$, 平均値ジャンプ)	1.412	1.387	1.32

一般に降水は海洋や地形によって大きく左右されることが知られており、フェーン現象に代表されるように地形がトリガーになることが多い。北海道はおおよそ東西に 500Km、南北に 400Km の大きさであり、山脈の位置や海岸からの距離といった因子が降水量に影響する可能性は十分考えられる。こうしたことから、北海道の地形的な特徴も考慮するために、観測対象官署を山脈、海岸からの距離といった地形的特徴に注目し、図一2 に示すように 6 つの地域に分類し、それぞれ比較を行った。



図一2 北海道解析対象の気象官署

以下に官署毎の XT(100)を官署毎にまとめたものを図一3 に示す。なお、ジャンプが有効となった官署については、定常とみなせる部分標本を用い、それ以外の官署については観測開始年から 2013 年までのデータを用いて XT(100) を算出した。



図一3 気象官署毎の XT(100)の比較

6 まとめ

- (1) 検定の結果、i の区分で平均値または分散のジャンプが検出された官署は、寿都、苫小牧の 2 官署であった。ii の区分では、寿都の分散にジャンプがみられた。iii の区分では、根室に平均値、江差に分散のジャンプがみられた。
- (2) 検定の結果、ジャンプが検出された官署について、XT(100)は 3 割から 5 割程度降水量が増加し、XT(50)は 3 割から 4 割程度降水量が増加し、XT(10)は 2 割から 3 割程度降水量が増加していることがわかった。
- (3) XT(100)を地域毎で比較した場合、降水量がオホーツク海側で比較的少なく、内陸部で比較的多いことがわかった。

参考文献

- 1) 気象庁 HP 過去の気象データ検索
(<http://www.jma.go.jp/jma/index.html>)
- 2) 寒川典昭, 荒木正夫, 渡辺輝彦: 確率分布の推定母数の不確定性評価法, 土木学会論文集, 第 375 号, II-6, pp.133-141, 1986
- 3) 田代嘉宏: 確率と統計要論, pp.120-136, 森北出版, 2001.
- 4) 星 清: 現場のための水文統計(1), 開発土木研究所月報, No.540 pp.33-62, 1998 年 5 月