

混合ハイブリッドFEMの熱伝導・熱応力連成解析への適用

Application of Mixed Hybrid FEM to thermal conductivity-stress coupled analysis

北海道大学工学部環境社会工学科	○	学生会員	工藤史登	(Fumito Kudo)
北海道大学大学院工学院		学生会員	鄭好	(Hao Zheng)
北海道大学大学院工学院		学生会員	大村健祐	(Kensuke Omura)
北海道大学大学院工学院		学生会員	神谷遼多	(Ryota Kamiya)
北海道大学大学院工学研究院		フェロー	蟹江俊仁	(Shunji Kanie)

1. はじめに

近年、災害時のリスクが少ない埋設型 LNG タンクや、北方圏における安全でなおかつ環境影響の少ない埋設型パイプラインが注目されている。こうした構造物の埋設は周辺地盤を凍結させ、凍上現象を引き起こす。また、地盤を人工的に凍結させる地盤凍結工法がライフライン網の構築などに利用されてきた。そのため、凍上量の予測や、凍上により構造物が示す挙動の予測を行うために、数値解析精度を向上させることが工学的に非常に重要であると言える。

凍結凍上解析は、大きく分けると熱伝導解析と力学的解析からなる。両解析の計算精度を高めるためには、それぞれに適した手法で計算することが望ましいと考えられる。我々はこれまで熱伝導解析、力学的解析共に有限要素法(以下、FEM)を用いてきた。FEM は要素の節点上に目的変数を定義するため、節点の変位から物体の変形を計算するなどの力学的解析には高い精度を誇る。しかし、熱伝導解析では、FEM は要素境界における熱流量を直接計算できないため、熱量管理の点で計算精度に疑問が残る。そこで、熱伝導解析においては、要素境界に熱流量を定義することにより、熱量の評価に優れる混合ハイブリッド FEM(以下、MHF)を用いることで、熱伝導・熱応力連成解析の精度が高まる。

以上から、本研究では熱伝導解析に MHF、力学的解析に FEM を適用した計算精度の高いカップリングモデルを構築し、計算精度への影響を検討する。

2. 解析手法

本研究では、一次元熱伝導・熱応力連成解析を行う。そして、従来の FEM のみの解析結果とカップリングモデルによる解析結果を比較した。

2.1 熱伝導解析

FEM における熱伝導解析は、式(1)に示す非退化形式の熱伝導方程式を離散化する。

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

λ :熱伝導率 ρ :密度 c :比熱 θ :温度 t :時間

式(1)を離散化すると、熱伝導方程式は式(2)のように表せる。

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [D] \{T\} = 0 \quad (2)$$

[C]:熱容量マトリクス [D]:熱伝導マトリクス

T :節点温度

MHF における熱伝導解析は、式(3)、(4)に示す混合形式の熱伝導方程式を離散化する。

$$\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = -q \quad (3)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4)$$

λ :熱伝導率 θ :温度 q :熱流束 ρ :密度 c :比熱 t :時間

式(3)はフーリエ則、式(4)は熱量の保存則を表している。式(3)、(4)を離散化し、一つのマトリクスにすると熱伝導方程式は式(5)のように表される。

$$[M] \begin{Bmatrix} Q_0 \\ Q_L \\ T_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \lambda T_0 \\ \lambda T_L \\ \rho c L \frac{\partial T_k}{\partial t} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

[M]:熱伝導マトリクス

Q :熱流量 L :要素長 T_k :要素代表温度 T :境界温度

両手法ともに時間の離散化にはクランク・ニコルソン法を適用した。また、FEM における要素代表温度は、要素ごとに節点の平均値を用いる。

2.2 力学的解析

力学的解析には FEM を用いる。力学的平衡は式(6)で表される。

$$E \frac{d^2 u}{dx^2} + X = 0 \quad (6)$$

E :ヤング率 u :変位 X :物体力

式(6)を離散化すると力学的 FEM は式(7)で表される。

$$[K] \{u\} = \{f_T\} + \{f_E\} \quad (7)$$

[K]:要素剛性マトリクス u :節点変位

f_T :熱応力により発生する力 f_E :弾性力

熱応力により発生する力は、式(8)から計算することができる。

$$\{f_T\} = EA\alpha \{\Delta T\} \quad (8)$$

E :ヤング率 A :断面積 α :線膨張係数 ΔT :温度変化

式(8)から熱応力により発生する力を求め、式(7)に代入することで、各要素の節点変位を求めることができる。また、温度変化は熱伝導解析で算出した要素代表温度を

用いる。

3. 解析モデルと解析条件

本研究では熱伝導・熱応力連成解析問題における、FEM-MHF カップリングモデルの解析精度を検討する。そこで、温度変化によって、力学的挙動が変化する解析モデルを設定する。今回は図1に示される地中に埋められた LNG タンクを想定し、熱伝導・熱応力連成解析を行った。今、各要素の初期温度をすべて 0°C とし、境界条件として内円の節点温度を -100°C 、外円の節点温度を 0°C で固定したときの半径方向への温度と応力の分布を、一次元のモデルで計算した。計算条件および物性値は、カップリング解析による結果の差異を定性的に見るためすべて1とした。なお、時間刻みは $0.01[\text{sec}]$ とし、安定条件のため、下記の式(9)を満たすよう設定した。

$$d = \frac{\lambda}{\rho c (\Delta x)^2} < \frac{1}{2} \quad (9)$$

4. 解析結果

解析結果をグラフに示す。図2は時間と要素の温度、図3は $t=1$ における各要素の温度、図4は時間と応力の関係を示したグラフである。破線が FEM、実線が MHF による解析結果を示している。

図2より、FEMを用いた解析結果とMHFによる解析結果を比較すると、初期の時間帯で結果に違いがみられる。特に、従来の解析法では、境界条件を与えた内円の要素においての温度、要素全体の応力の曲線が最初期の時間帯に急激に変化している。また、図2、図3より、すべての要素において、MHFによる解析結果の方がFEMに比べ温度の下降が穏やかであることがわかる。加えて、図2、図4において、温度が下降していく遷移状態では明らかに違いが発生するものの、時間が経過した定常状態では、温度、応力両方の解析結果は同じ値に収束する。

5. まとめ

図2において、FEMでは要素の代表温度を節点の平均値からとっているため、境界条件を与えた節点を含む内円の要素では突然温度が上昇していると考えられる。同様の理由で、温度変化が大きい内円に近い要素の方が、FEMとMHFによる解析結果の差が大きい。また、図2において、熱量の評価を厳密に行えるMHFを熱伝導解析に適用することにより、要素の温度変化の過程が変化し、その結果、図4の力学的解析においても影響を及ぼしていることが考えられる。

以上から、熱伝導・熱応力連成解析における、従来のFEMのみの解析とFEM-MHFカップリング解析の計算結果の差異を定性的に示すことが出来た。今後の研究では実際の現象に近い形での解析を進め、カップリング解析の精度を確認していきたい。

参考文献

1)石田湧士：混合ハイブリッド有限要素法における要素特性とモデル化が解析精度に与える影響について、北海道大学寒冷地建設工学講座平成25年度卒業論文

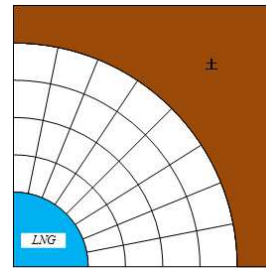


図1 解析モデル

表1 物性値

密度 $\rho [\text{kg/m}^3]$	1
比熱 $c [\text{J/kg} \cdot \text{K}]$	1
熱伝導係数 $\lambda [\text{W/m} \cdot \text{K}]$	1
ヤング率 $E [\text{GPa}]$	1
線膨張係数 α	1
断面積 $A [\text{m}^2]$	1
要素長 $L [\text{m}]$	1

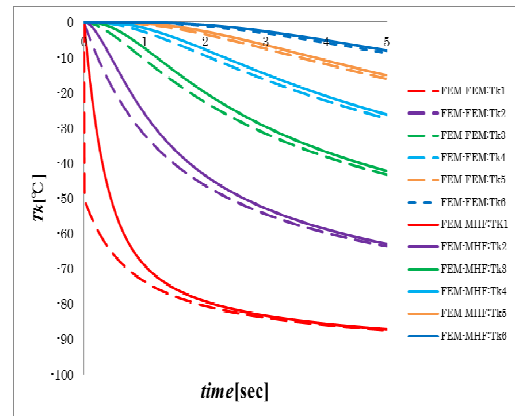


図2 時間と要素温度

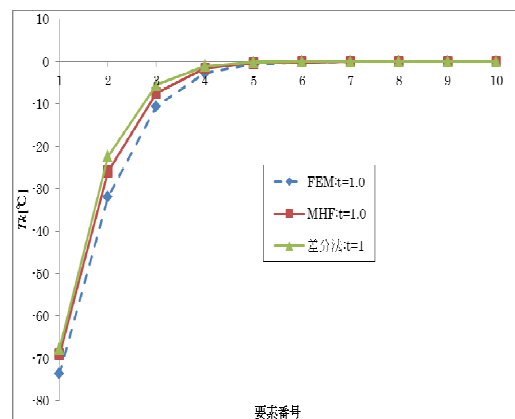


図3 要素番号と要素温度

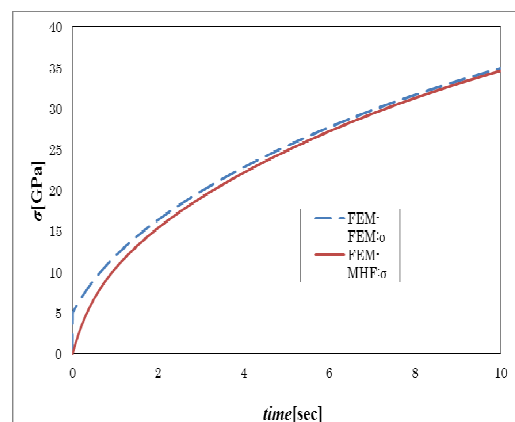


図4 時間と応力