振動解析と GA 最適化手法を用いた鉄道高架橋損傷同定法の開発

Development of a railway bridge damage identification approach using traffic-induced vibration analysis and GA optimization

北海道大学工学部　〇学生員　森川和将 (Kazusa Morikawa)
北海道大学大学院工学研究院　正会員　何　興文 (Xingwen He)
北海道大学大学院工学研究院　フェロー　林川俊郎 (Toshiro Hayashikawa)
北海道大学大学院工学研究院　正会員　松本高志 (Takashi Matsumoto)
神戸大学大学院工学研究科　フェロー　川谷充郎 (Mitsuo Kawatani)

1.　はじめに

現在，我が国には橋長15m以上の橋梁が約16万橋あり，そのうちの30％の約4万7千橋が高度経済成長期に建設されたものである。高度経済成長期の初めの1960年代に建設された橋梁が最近で建設から50年がたち，多くの橋梁が劣化，老朽化しており，今後そういった問題が深刻化してくると考えられる。日本の社会経済活動における道路ネットワークの機能を将来にわたって確保していくためには，着実に高齢化していくこれらの橋梁構造物の健全性などの状態について把握し，補修や補強等の対策を実施することが求められている。今後，問題に対応するために早急なメンテナンスが必要となってくるが，橋梁を維持管理している地方自治体の多くは財政力，技術者が不足しているという現状で，また，従来の維持管理方法では多くの技術者と莫大な費用が必要となり，点検補修がなかなか進んでいないのは実体である。こういった背景を踏まえ，できるだけ短時間でかつ低コストで橋梁構造物の健全度を評価できる手法が求められている。

構造物の健全度が何らかの要因によって損なわれた場合，損傷した部材の剛性や減衰性能，場合によっては質量が変化し，走行荷重下で健全な構造物と異なる振動特性が現れる。こうした構造物が発信する情報を把握することより，健全度評価に活用できる[1]。鉄道においても，振動モニタリングによる健全度評価は有用であると報告されている[2]。列車走行による鉄道振動の測定は比較的に容易で，鉄道事業者だけでなく沿線自治体も含め，多数かつ継続的に実施されている。これらの振動データを適切に利用し橋梁の健全度を把握できれば，効率的なヘルスモニタリング手法になると考えられる。

現在の構造同定における代表的なパラメトリック手法等では，部材数が多く，自由度の大きな構造については，逆解析の誤差などによって同定そのものが困難である。そこで，この逆解析による問題を回避すべく，本研究では近年工学的問題への応用が著しいソフトコンピューティング理論を取りいれ，実測応答から逆解析により構造の損傷を同定する方法ではなく，交通振動解析による健全度評価手法の構築を試みる。具体的には，想定し得る損傷パターンを入力して順解析により構造応答を計算し，これを実測値と比較することにより，損傷パターンすなわち橋梁の損傷部位及びその程度を推定する。

本論文では，シンプルな2自由度の列車モデルおよびRCラーメン構造を有する鉄道高架橋の平面有限要素モデルを用いて，提案手法の適用可能性および有効性を数値解析により検討し，その結果を報告する。

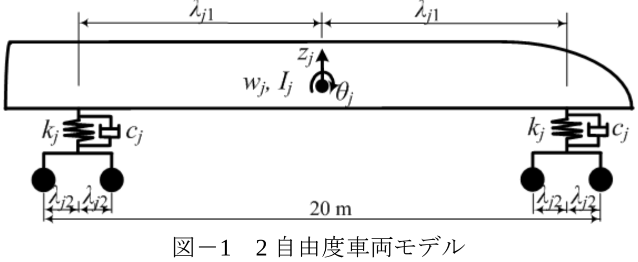
2.　損傷同定理論

考案した手法を実用かつ効率的なものにするために，次のように橋梁－走行列車連成振動解析手法とソフトコンピューティング理論を応用する。まず，橋梁－車両連成解析を用い，橋梁の動的応答を求めるプログラムを構築し，設定した損傷シナリオに対応する擬似実測値を計算しておく。そして，遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm，以下 GA）による最適化手法を用いて構造部材の損傷パターンを特定する。具体的には構造物の部材損傷パターンを GA における個体群（人口）とし，構築した連成振動解析プログラムから出力した構造物の応答と実測値との差を目的関数に設定する。目的関数が最小つまり推定した応答と実測値が最も近い場合の損傷パターンが，求める解である。

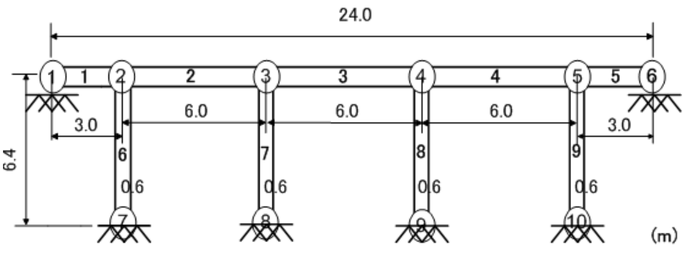
3.　橋梁と車両連成振動の定式化

本研究では基本検討として構想した橋梁健全度評価手法の適用性を検証するために，2 自由度車両モデル及び鉄道 RC ラーメン高架橋モデルを用いる。2 自由度車両モデルを図－1，鉄道 RC ラーメン高架橋モデルを図－2 に示す。

図－1 において，z_j 及び θ_j は車体の上下及び回転振動を表し，w_j 及び I_j は車体の重量及び回転慣性モーメントである。また，k_j 及び c_j は枕ばねのばね定数及び減衰係



図－1　2 自由度車両モデル



図－2　鉄道 RC ラーメン高架橋モデル

数を表す。橋梁と車両との連成振動の定式化について，次のように示す。

3.1　車両の振動方程式

上下振動(Bouncing of car body)

$$m_j \ddot{z}_j + \sum_{l=1}^{2} v_{jl}(t) = 0 \tag{1}$$

縦揺れ振動 (Pitching of car body)

$$I_j \ddot{\theta}_j + \sum_{l=1}^{2} (-1)^l \lambda_{j1} v_{jl}(t) = 0 \tag{2}$$

ここで，j は車両の番号，l と k は，車体と台車に関する変数，l = 1，2 はそれぞれ車体の前後，k = 1，2 はそれぞれの台車における前後軸を表す。また，$v_{jl}(t)$は車体と台車を連結する枕ばねの伸張を正として発生する力を表す。

$$\begin{aligned} v_{jl}(t) = k_j \left\{ z_j + (-1)^l \lambda_{j1}\theta_j - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{2} w_{jlk} \right\} \\ + c_j \left\{ \dot{z}_j + (-1)^l \lambda_{j1}\dot{\theta}_j - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{2} \dot{w}_{jlk} \right\} \end{aligned} \tag{3}$$

上記の式のおいて，w_{jlk}はレール変位と路面凹凸による車輪の変位を表す。

$$w_{jlk} = w(t, x_{jlk}) - z_0(x_{jlk}) \tag{4}$$

上式の $w(t,x_{jlk})$と $z_0(x_{jlk})$はそれぞれ車輪とレールとの接触点におけるレールの変位と凹凸を表す。また，列車の輪重 $P_{jlk}(t)$は，次の式で計算される。

$$P_{jlk}(t) = \frac{1}{4} w_j + \frac{1}{2} w_{jt} + w_{jw} + \frac{1}{2} v_{jlk}(t) \tag{5}$$

ここで，w_j，w_{jt} 及び w_{jw} は，それぞれ車体，台車及び輪軸の重量である。

上記の定式化により各式を展開・代入すると， 車両振動方程式のマトリクス形が得られる。

$$\mathbf{M}_v \ddot{\mathbf{w}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{w}}_v + \mathbf{K}_v \mathbf{w}_v = \mathbf{f}_v \tag{6}$$

ここに， $\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{K}_v$ および $\mathbf{f}_v$ はそれぞれ質量マトリクス，減衰マトリクス，剛性マトリクスおよび外力ベクトル項である。

3.2 橋梁の振動方程式

橋梁モデルの振動方程式は，有限要素法および D’Alember 原理に基づき，次式で表される。

$$\mathbf{M}_b \ddot{w}_b + \mathbf{C}_b \dot{w}_b + \mathbf{K}_b w_b = \boldsymbol{f}_b \tag{7}$$

$\mathbf{M}_b$，$\mathbf{C}_b$ および $\boldsymbol{K}_b$ は，それぞれ質量マトリクス，減衰マトリクス，および剛性マトリクスである。

ここで， $\mathbf{C}_b$は以下の式で求める。

$$\mathbf{C}_b = p_1 \mathbf{M}_b + p_2 \mathbf{K}_b \tag{8}$$

ここで，

$$p_1 = \frac{2\omega_{b1}\omega_{b2}(h_{b1}\omega_{b2} - h_{b2}\omega_{b1})}{\omega_{b2}^2 - \omega_{b1}^2}, \quad p_2 = \frac{2(h_{b2}\omega_{b2} - h_{b1}\omega_{b1})}{\omega_{b2}^2 - \omega_{b1}^2} \tag{9}$$

ω_{b1} と ω_{b2} は橋梁モデルの 1 次と 2 次固有円振動数で，h_{b1} と h_{b2} は対応する減衰定数である。

外力ベクトル $\mathbf{f}_b$ は，

$$\mathbf{f}_b = \sum_{j=1}^{h}\sum_{l=1}^{2}\sum_{m=1}^{2} \boldsymbol{\Psi}_{jlm}(t) P_{jlm}(t) \tag{10}$$

ここで， $P_{jlm}(t)$は輪重で， $\Psi_{jlm}(t)$ は分配ベクトルである。

橋梁の変位ベクトル $\boldsymbol{w}_b$ は，固有振動モードで表すと，

$$\mathbf{w}_b = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\varphi}_i q_i = \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{q} \tag{11}$$

ここで，$\mathbf{q}$ は一般化座標で $\boldsymbol{\Phi}$ は固有ベクトル φ_i で構成される。

$$\mathbf{q} = \{q_1 \quad q_2 \quad \cdots \quad q_n\}^T \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \{\boldsymbol{\varphi_1},\ \boldsymbol{\varphi_2},\ \cdots,\ \boldsymbol{\varphi_n}\} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1n} \\ \varphi_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \varphi_{m1} & \cdots & \cdots & \varphi_{mn} \end{bmatrix} \tag{13}$$

ここで，m 自由度の数で，n 考慮する最高モード次数である。

$\boldsymbol{w}_b$ を橋梁の振動方程式に代入すると，

$$\mathbf{M}_b \boldsymbol{\Phi} \ddot{q} + \mathbf{C}_b \boldsymbol{\Phi} \dot{q} + \mathbf{K}_b \boldsymbol{\Phi} q = \boldsymbol{f}_b \tag{14}$$

両辺に$\boldsymbol{\Phi}^T$を乗じると

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M}_b \boldsymbol{\Phi} \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{C}_b \boldsymbol{\Phi} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K}_b \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{q} = \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{f}_b \tag{15}$$

ここで，
$$\boldsymbol{\Phi}^T = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varphi_1} \\ \boldsymbol{\varphi_2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varphi_n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{21} & \cdots & \varphi_{m1} \\ \varphi_{12} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \varphi_{1n} & \cdots & \cdots & \varphi_{mn} \end{bmatrix} \tag{16}$$

固有ベクトルの直交性を利用すると，

$i \neq j$ の際

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}_b \boldsymbol{\varphi}_i = 0,\quad \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_b \boldsymbol{\varphi}_i = 0,\quad \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C}_b \boldsymbol{\varphi}_i = 0$$

$i = j$ の際,

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}_b \boldsymbol{\varphi}_i = M_i,\quad \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K}_b \boldsymbol{\varphi}_i = K_i,\quad \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C}_b \boldsymbol{\varphi}_i = C_i$$

ここで，
$$\boldsymbol{\varphi_i}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{f}_b = f_i \tag{17}$$

とすると，橋梁振動方程式は以下のような式となる。

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + K_i q_i = f_i \tag{18}$$

上記車両および橋梁の振動方程式を連立させると，次の形となる。* は，車両の影響を入る橋梁のマトリクスを表す。これを逐次数値積分を用いて振動応答を求める。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_b^* & \boldsymbol{0} \\ Sym. & \mathbf{M}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\boldsymbol{w}}_b \\ \ddot{\boldsymbol{w}}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^* & \mathbf{C}_{bv} \\ Sym. & \mathbf{C}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\boldsymbol{w}}_b \\ \dot{\boldsymbol{w}}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_b^* & \mathbf{K}_{bv} \\ Sym. & \mathbf{K}_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ \boldsymbol{w}_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{F}_b \\ \boldsymbol{F}_v \end{Bmatrix} \tag{19}$$

3.3 橋梁－車両連成振動解析

前節で示したように定式化を行い，振動系である車両との連成振動方程式を，逐次積分法であるNewmark's β法を用いて動的応答解析を行う。このとき，β=1/4とし，各時間間隔における収束判定は1/1000とする。今回の解析において橋梁モデルは，10節点，9要素でモデル化している。車両は1台とし，速度は60km/hとする。車両モデルの諸元を表－1に示す。

3.4 損傷前後の橋梁振動応答

車両が高架橋を通過した際に，図－2 で示した橋梁モデルの 3 番目節点について，健全時および 3 番要素の曲げ剛性 40％低減させた場合の加速度時刻歴応答結果をそれぞれ図－3 に示す。結果の比較より，40%損傷時では健全時に比べると，加速度の振幅が減少していることが分かる。これは橋梁部材の剛性が低下したことが原因である。橋梁損傷時の動的応答は健全時のものと差異が現れ，損傷推定の指標となり得ると考えられる。

4. GAによる損傷同定

遺伝的アルゴリズム(GA)は近年，探索・学習・最適化の技術的手法として，工学分野で注目されている。GAは自然界における生物の遺伝・進化の過程を繁殖・淘汰，遺伝子の交叉，及び突然変異等のプロセスを簡単な数理モデルに置き換え，それを最適化手法として用いようとするものである。また，GAは得られた解の評価が可能であれば最適解を求めることができ，従来の最適化手法のように解の微係数，あるいは感度解析をする必要がない。

工学的問題には最適解が必ずしも明確ではないが，評価は可能であるという問題は多数存在する。多数の離散値を有する最適化問題にGAを応用することは非常に有用であると考えられている。そこで本研究では，GAを利用して部材損傷の程度およびその箇所の推定を行う。次にその具体的な手法を示す。

4.1 GA アルゴリズム [3)~6)]

このアルゴリズムでは，参考文献[3)]で推奨されている値をキャリブレーションにより決定し，交叉率60%，突然変異率3.3%，初期集団個体数を50のGAモデルを用いる．図-2の橋梁モデルの曲げ剛性を離散値パラメーターとして扱い，それぞれ3ビットの遺伝子列によってコード化した。遺伝子列と離散値パラメーターを表-2に示す。

表-2 において，上段の遺伝子列に対し，下段に示す数値（離散値）が橋梁－車両連成振動解析プログラムにおける要素の剛性 EI 低下率として入力されるよう設定した。また，GA においては目的関数 $F(x)$がしばしば問題となるが，本研究では実験値と解析値との 2 乗差の平均値が最小となることを想定し，下式で表す関数を用いて適応度を評価する。

$$F(x) = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}\left[f(i) - f'(i) \right]^2 \tag{20}$$

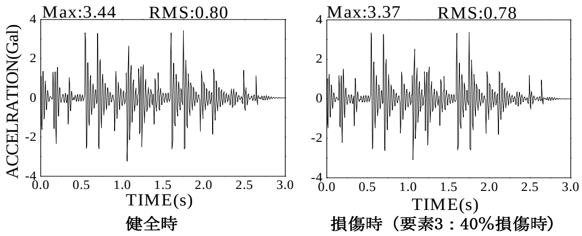
ここで，$f(i)$ は橋梁応答の評価節点（図-2，節点3）の擬似実測値となる加速度応答であり，$f'(i)$は連成振動解析の解析値である。i は列車走行中の各時間ステップを表す。交叉については2 点交叉法を用いる。収束条件はGAモデルの最適化の精度に大きく影響する。そこで，キャリブレーションを行った結果，世代における最良個体の目的関数の値がCase1からCase4で10^{-9}，Case5からCase6で10^{-7}になったとき収束するものとした。

4.2 損傷シナリオ

本研究では，RC高架橋の剛性を低下するよう設定した部材（要素）付近の節点における加速度時刻歴応答を利用し，実測値と解析値の差が最小となる損傷パターンを見つけることで損傷推定を行う。ここで，事前に橋梁－走行列車連成振動解析により得られた結果を疑似実測値として用いることとする。実測値として想定するデータは，要素7を11%損傷(以下Case1)及び31%損傷(以下Case2)，要素3を11%損傷(以下Case3) 及び31%損傷（以下Case4），

表－1　車両モデルの諸元

区分	定義	記号	単位	値
車両諸元	車両重量	m_jg	kN	321.616
	輪軸重量	m_{jt}g	kN	25.862
	車輪重量	$m_{jw}g$	kN	8.845
	x 軸周りの慣性モーメント	I_j	kN・s²・m²	2512.628
	ばね定数	k_j	kN/m	90.41
	減衰定数	c_j	kN・s/m	4.408
寸法	ばね位置から台車の中心までの距離	λ_{j1}	m	8.75
	1/2 輪軸間距離	λ_{j2}	m	1.25



図－3　橋梁加速度時刻歴応答

表－2　遺伝子列と離散値パラメーター

遺伝子列	000	001	010	011	100	101	110	111
EI低下率(%)	0	10	20	30	40	50	60	70

表－3　損傷同定結果

	Case1		Case2		Case3	
要素番号	実測値	解析値	実測値	解析値	実測値	解析値
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	11	10
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	11	10	31	30	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
収束世代数	14		443		19	

	Case4		Case5		Case6	
要素番号	実測値	解析値	実測値	解析値	実測値	解析値
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	31	30	11	20	31	20
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	11	0	31	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
収束世代数	24		501		501	

要素 3 を 11%かつ要素 7 を 11%損傷(以下 Case5)，要素 3 を 31%かつ要素 7 を 31%損傷(Case6)させたものとする。Case1，Case2 では柱部材の損傷を想定している。Case3，Case4 では橋梁上部中央部材における損傷状態を想定し，Case5，Case6 では損傷個所が 2 か所同時にある場合を想定して本研究で開発した手法の有効性を検証する。

4.3　損傷同定結果

前節までの解析手法および損傷シナリオにより計算を行ったところ，表－3 のような結果が得られた。

Case1からCase4は，実測値と最も近い損傷パターンにおいて収束し，同定手法の有効性を示した。しかし，Case5，Case6について，正しい解に収束しなかった。また，Case2，Case4から損傷程度が大きくなるほど目的関数の収束世代が大きくなっていることがわかる。これは損傷の程度や数が大きくなるほど，解の候補が多くなることが原因であると思われる。

今回は収束条件をキャリブレーションにより目的関数がCase1からCase4のとき10^{-9} 以下となるとき，Case5からCase6で10^{-7}以下となるときに収束すると判定したが，Case5からCase6の収束条件を10^{-7} 以上にしたときは，最も近い値に収束しなかった。一方，収束条件を過剰に小さい値にしてしまうと，求めたい解をGAモデルで推定できているが収束しないという結果に陥る可能性がある。そのために，今回は橋梁モデルが非常に簡略したモデルを用いているが，今後複雑な構造および車両モデルを用いる際に，収束条件の設定について細心に検討する必要があると考える。また，精度向上のためにビット数を増し離散値パラメーターを細かくする必要がある。

5.　あとがき

本研究では橋梁－車両連成振動解析プログラムを構築すると共に，GA 最適化手法を用いて，交通振動順解析手法による橋梁構造物の損傷推定手法の適用可能性を検討した。RC ラーメン構造の平面高架橋モデルと 2 自由度列車モデルを用い，損傷箇所が 1 箇所の場合は高い精度で橋梁における損傷部材の位置およびその程度を特定することが可能であり，手法の有効性を示した。

しかし，損傷箇所が複数ある場合，損傷同定ができない結果となった。今回の損傷同定において，1 節点の加速度応答のみを目的関数の評価基準とした厳しい条件では，複雑な損傷シナリオを同定できなかったと考えられるが，今後複数節点の応答そして変位や周波数応答などを目的関数の基準として考慮する必要がある。また，今回用いた有限要素橋梁モデルでは，非常に粗く要素分割を行っており，今後さらなる要素分割を行って損傷同定する必要がある。

今後，手法の精度を向上させ，実構造物に近いモデルで損傷同定を行っていく予定である。

参考文献

1) Doebling, S.W.et al.: A summary review of vibration-based identification methods, Shock and Vibration Digest, Vol.205 (5), pp.631-645, 1998.
2) 吉田幸司, 関　雅樹, 曽布川竜, 西山誠治, 川谷充郎：鉄道高架橋の部材剛性低下による振動特性への影響評価, 構造工学論文集, Vol.51A，pp.447-458, 2005.3.
3) 伊庭斉志：遺伝的アルゴリズムの基礎, オーム社出版局
4) 石田良平, 村瀬治比古, 小山修平：パソコンで学ぶ遺伝的アルゴリズムの基礎と応用, 森北出版。
5) 北野宏明: 遺伝的アルゴリズム, 産業図書
6) 古田均，杉本博之：遺伝的アルゴリズムの構造工学への応用。