

混合分布による最適道路修繕計画の評価に関する研究

Evaluation of optimum rehabilitation plan for a road infrastructure by Gaussian mixture distribution

北海道大学工学部

北海道大学大学院工学研究院

株式会社ドーコン

学生員 ○中尾晴子 (Haruko Nakao)

正会員 内田賢悦 (Kenetsu Uchida)

正会員 杉木 直 (Nao Sugiki)

1. はじめに

戦後の高度経済成長期に多く建設された道路構造物は現在、更新時期を迎えるものが多く存在するが、すべての道路構造物を更新するために十分な財政が確保されているわけではない。したがって、最適な修繕計画の立案が急務の課題となっている。

道路構造物の修繕計画を考える場合、さまざまな不確実性を考慮する必要がある。それらの代表的なものには、①劣化の進行、②修繕が必要となる場合の修繕時間、③交通量の不確実性に起因する移動時間に関係する不確実性が挙げられる。劣化の進行に関する不確実性は、修繕時期の決定に影響するものと考えられる。修繕時間および移動時間に関する不確実性は、ドライバーの経路選択行動を通じて道路利用者の費用に関係すると考えられる。本研究では、以上の3つの不確実性を考慮し、財政制約下での最適修繕計画立案モデルの構築を行う。

一般に道路舗装の管理は路面状態を示す MCI 値に基づいて行われるが、50年や100年といった長いスパンで問題を考えた時、MCIの値が修繕必要値に達する前に修繕を行った方がよい場合がある。しかし、道路の早期補修が望ましくても、予算制約や他の修繕の緊急性の高い道路がある場合、実行できないこともあり得る。

また、トンネルや橋梁などの道路構造物の場合には効率性以上に、安全性の確保と修繕予算との関係が重要になってくる。トンネルや橋などの構造物劣化は直接人命に関わり、ちょっとした補修時期の見誤りが大きな事故につながりうる。最近では、2012年12月2日に山梨県大月市で起こった笹子トンネル天井板落下事故が記憶に新しい。このような事故を防止するためにも、早めの修繕が必要だが、財政制約下ではどの道路構造物を優先的に修繕するかを決めなければならない。

本研究の構成は以下の通りである。第2章では既存研究のレビューを行ない、本研究の位置づけを明らかにする。第3章では本研究で使用する記号を示し、第4章では予算制約下で最適な道路修繕計画を評価モデルの定式化を行う。第5章では、リスク回避的なドライバーの経路選択問題の定式化を行う。第6章では簡単なテストモデルを用いた計算例を示した上で、研究のまとめを行う。

2. 既存研究のレビュー

Sanchez-Silva et al.¹⁾は、特定のリンクの途絶がネットワーク全体に与える影響を考慮したネットワーク信頼性モデルを開発した。このモデルを適用することにより、道路区間への最適資源配分の検討が可能となる。また、道路区間の途絶状態と通常状態の移動費用を結合したものを道路区間の総費用として表現している。この研究では、発生した途絶に利用者が巻き込まれる確率を定義して移動費用の不確実性を表現している。

Lam et al.²⁾は、悪天候下のリスク回避的なドライバーの経路選択行動モデルを提案している。影響が異なる悪天候下のドライバーの効用関数は、各天候下の確率的移動時間の混合分布として表現されている。

内田・加賀屋³⁾は、従来の道路修繕計画に関するライフサイクルコスト評価は、交通量を一定とした評価が多かったのに対して、利用者の経路選択行動を新たに導入した道路舗装のライフサイクルコスト評価法を提案している。しかしながら、舗装劣化の不確実性は考慮されていない。

道路の最適修繕時期を考えるモデルにおいて、道路状態の不確実性を考慮しない場合、将来の道路劣化状態や破損時期を正確に予測できると暗に仮定していることになる。本研究で開発するモデルでは、道路区間は通常のサービスを供給可能な状態と修繕が必要となる状態の2つの状態のみをとると考え、それぞれの状態が生起する確率を考える。それぞれの確率的時間と生起確率を混合率とみなした混合分布として道路区間の移動時間を表現する。さらにリスク回避的なドライバーの経路選択行動および財政制約を考慮して、道路区間の最適修繕時期を決定する。このモデルにより、より効率的な予算配分を行うことが可能となると考えられる。

3. 記号

本研究で使用する主な記号を以下に示す。

A	ネットワーク上のリンク集合
I	ODペアの集合
J_i	ODペア <i>i</i> 間の経路集合
δ_{aj}^y	y 年目のある日にリンク <i>a</i> が経路 <i>j</i> の一部で

	あれば1、それ以外のときに0をとる変数
Q_i^y	y 年目のODペア <i>i</i> 間の確率的交通需要
F_{ij}^y	y 年目のODペア <i>i</i> 間の経路 <i>j</i> の確率的交通量
V_a^y	y 年目のある日のリンク <i>a</i> の確率的交通量
C_a	リンク <i>a</i> の確率的交通容量
p_{ij}^y	y 年目のODペア <i>i</i> 間の交通需要が経路 <i>j</i> を選択する確率
$T_a^n(y)$	y 年目の通常状態におけるリンク <i>a</i> の確率的移動時間
T_a^r	リンク <i>a</i> の修繕に要する時間
T_a^y	y 年目のリンク <i>a</i> の確率的移動時間
$t_a(\cdot)$	リンク <i>a</i> の移動時間関数
cv_a	リンク <i>a</i> の確率的移動時間の変動係数
$\sigma_a^2(\cdot)$	リンク <i>a</i> の移動時間の分散
$\sigma_{ab}(\cdot)$	リンク <i>a</i> と <i>b</i> の移動時間の共分散
$p_a^n(y)$	y 年目のある日にリンク <i>a</i> が通常の状態にある確率
c_a^y	y 年目のリンク <i>a</i> の修繕にかかる費用
c	計画期間を通した修繕費用予算
τ	時間価値
r	社会的割引率
g	計画期間
y_a	計画年時 ($y=0$) におけるリンク <i>a</i> 建設後の経過年数

4. 最適修繕計画問題の定式化

道路区間（以下ではリンクとする）は通常と修繕が必要な2つの状態のみをとるものとする。 y 年目のある日にリンク*a*が通常状態にあるとき、リンク*a*の確率的移動時間 $T_a^n(y) = t_a(V_a^y; C_a)$ は、確率的交通容量 C_a を所与とし、次章で定式化するWardrop均衡に従う確率的交通量 V_a^y の関数として表現されたと考える。またリンク*a*の確率的移動時間は正規分布に従うものと仮定し、式(1)で与えることにする。

$$T_a^n(y) \sim N(E[T_a^n(y)], \text{var}[T_a^n(y)]) \quad (1)$$

where

$$E[T_a^n(y)] = E[t_a(V_a^y; C_a)]$$

$$\text{var}[T_a^n(y)] = (cv_a \cdot E[t_a(V_a^y; C_a)])^2$$

また、リンクの劣化が進み修繕が必要な状態になると、道路管理者はそのリンクの通行規制を行うものとする。その際、道路管理者は修繕を行うか行わないかを決定するものとする。道路利用者は道路の修繕作業が終わるまで待つものとし、リンク*a*の修繕に要する時間 T_a^r は正規分布に従い式(2)で与えられるものとする。

$$T_a^r \sim N(E[T_a^r], \text{var}[T_a^r]) \quad (2)$$

y 年目のある日にリンク*a*が通常の状態にある確率を $p_a^n(y)$ と表現し、式(3)で与える。

$$p_a^n(y) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha + \beta \cdot (y + y_a))} \quad (3)$$

ここで $\alpha < 0$, $\beta > 0$ パラメータであり、特に α に関しては以下に示す関係を満たすものとする。

$$\frac{1}{1 + \exp(\alpha)} \approx 1$$

上式は、建設直後のリンクが通常状態となる確率がほぼ1となることを意味している。また、 y 年目に修繕を行った場合、 $y+k$ ($k=1,2,\dots$) 年目の $p_a^n(y+k)$ は、以下で与えられるものとする。

$$p_a^n(y+k) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha + \beta \cdot k)}$$

上式は、修繕直後のリンクが通常状態である確率がほぼ1となり、修繕後にはほぼ建設直後の状態まで劣化が回復することを意味している。

y 年目のある日のリンク*a*の確率的移動時間 T_a^y は、式(1)および式(2)に示した2つの正規分布の混合分布となることを仮定し、それぞれの混合率を p_a^n 、 $1-p_a^n$ として式(4)で与える。

$$T_a^y \sim GMD(T_a^n(y), T_a^r, p_a^n(y), 1-p_a^n(y)) \quad (4)$$

式(4)に示した確率的移動時間の期待値と分散はそれぞれ以下の式で与えられる⁴⁾。

$$E[T_a^y] = E[T_a^n(y)] \cdot p_a^n(y) + E[T_a^r] \cdot (1-p_a^n(y))$$

$$\text{var}[T_a^y] = p_a^n(y) \cdot \{ \text{var}[T_a^n(y)] + (E[T_a^n(y)] - E[T_a^y])^2 \} + (1-p_a^n(y)) \cdot \{ \text{var}[T_a^r] + (E[T_a^r] - E[T_a^y])^2 \}$$

道路修理にかかるコストだけではなく、道路利用者の移動時間も考慮した総コストの現在価値を最小化することにより、ネットワークの各リンクを修繕する最適時期を求めることにする。この問題は、以下のように定式化される。

$$\min f = \sum_{y=0}^g \sum_{a \in A} \frac{\{365 \cdot \tau \cdot E[V_a^y \cdot T_a^y] + c_a^y\}}{(1+r)^y}$$

$$\text{w.r.t } c_a^y \geq 0 \forall a, y \quad \text{s.t.} \quad \sum_y \sum_a c_a^y = c$$

5. リスク回避的なドライバーの経路選択行動の定式化

(1) 需要交通量

y 年目のある日に実現されるODペア $i \in I$ の確率的交通量 Q_i^y は、平均が $E[Q_i^y]$ 、分散が $\text{var}[Q_i^y]$ となる確率分布に従うと仮定する。 y 年目のある日に実現するODペア $i \in I$ の交通需要に対してドライバーは経路 $j \in J_i$ をほかの経路とは独立に p_{ij}^y の確率で選択する。上記の二つの仮定により、ODペア $i \in I$ 間の経路 $j \in J_i$ の交通量 F_{ij}^y は以下の式で与えられる。

$$F_{ij}^y = p_{ij}^y \cdot Q_i^y \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i$$

F_{ij}^y の期待値と分散は、それぞれ以下の式で与えられる。

$$E[F_{ij}^y] = p_{ij}^y \cdot E[Q_i^y]$$

$$\text{var}[F_{ij}^y] = (p_{ij}^y)^2 \cdot \text{var}[Q_i^y]$$

この時、ネットワーク上のリンク $a \in A$ 上の交通量 V_a^y は以下の式で与えられる。

$$V_a^y = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot F_{ij}^y \quad \forall a \in A$$

また、リンク交通量の平均、分散・共分散はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$E[V_a^y] = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot E[F_{ij}^y] \quad \forall a \in A$$

$$\text{cov}[V_a^y, V_b^y] = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \delta_{aj}^y \cdot \delta_{bj}^y \cdot \text{var}[F_{ij}^y] \quad \forall a, b \in A$$

(2) 移動時間

ネットワーク上のリンク移動時間は、確率的交通容量 C_a を所与とした確率的交通量 V_a^y の関数、すなわち、 $t_a(V_a^y; C_a)$ で表現されると仮定する。 y 年目のある日の OD ペア i 間の経路 j の移動時間 $(\tilde{\Xi}_{ij}^y)$ は、その経路を構成するリンク移動時間の和として次式で与えられる。

$$\tilde{\Xi}_{ij}^y = \sum_{a \in A} T_a^y \cdot \delta_{aj}^y \quad \forall i \in I, \forall j \in J_i$$

移動時間の平均と分散はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$E[\tilde{\Xi}_{ij}^y] = \sum_{a \in A} E[T_a^y] \cdot \delta_{aj}^y$$

$$\text{var}[\tilde{\Xi}_{ij}^y] = \sum_{a \in A} \text{var}[T_a^y] \cdot \delta_{aj}^y + 2 \cdot \sum_{a \in A} \sum_{b \neq a} \text{cov}[T_a^y, T_b^y] \cdot \delta_{aj}^y \cdot \delta_{bj}^y$$

$$\forall i \in I, \forall j \in J_i$$

(3) リスク回避的なドライバーの経路選択行動の定式化

以下では表記を簡略化するために、変数の上付きの y を省略した経路選択問題の定式化を示す。ドライバーは不確実性を嫌いリスク回避的な経路選択行動をとるものと想定される。経路選択に用いられる経路評価値はパラメータ $\lambda > 0$, and $\gamma > 0$ および確率的経路交通量ベクトル $\mathbf{F} = (F_{11}, \dots, F_{ij}, \dots)^T$ を用いて次式で表すことにする。

$$\tilde{c}_{ij}(\mathbf{F}) = \lambda \cdot E[\tilde{\Xi}_{ij}] + \gamma \cdot \text{var}[\tilde{\Xi}_{ij}]$$

ドライバーは経路評価値が最小となる経路選択を選択すると想定できる。

$$\text{find } \mathbf{z} = (\mathbf{F}^* \quad \mathbf{d}^*)^T \text{ such that } \hat{\mathbf{z}} \geq \mathbf{0}, \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) \geq \mathbf{0}, \hat{\mathbf{z}}^T \mathbf{h}(\hat{\mathbf{z}}) = 0$$

where

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{11} & \dots & F_{1|J_1|} & \dots & F_{|I||1|} & \dots & F_{|I|||J_1||} \end{pmatrix}^T$$

$$\mathbf{d} = (d_1 \quad \dots \quad d_{|I|})^T$$

$$\hat{\mathbf{z}} = (E[\mathbf{F}] \quad \mathbf{d})^T$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{z}) = (\mathbf{g} \quad \mathbf{q})^T$$

$$\mathbf{g} = (\tilde{c}_{11}(\mathbf{F}) - d_1 \quad \dots \quad \tilde{c}_{|I|||J_1||}(\mathbf{F}) - d_{|I|})^T$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \sum_{j \in J_1} E[F_{1j}] - E[Q_1] & \dots & \sum_{j \in J_{|I|}} E[F_{|I|j}] - E[Q_{|I|}] \end{pmatrix}^T$$

上記の定式化では、変数ベクトルに上付きの* が付された場合、その変数ベクトルが均衡状態のものであることを意味している。この表記法は、今後も踏襲することにする。 $\mathbf{d}$ は、OD 間の利用される経路評価値ベクトルであり、上記の定式化では、リスク回避的なドライバーは経路評価値が最小となる経路を選択することが表現されている。より定式化に忠実に表現すると、上記の定式化は、OD ペア $i(i \in I)$ 間で利用される経路評価値は全て等しく d_i^* となり、それらは利用されない経路評価値よりも小さいかせいぜい等しくなることを示しており、利用者均衡配分の自然な拡張となっている点に注意が必要である。

6. 計算例とまとめ

(1) 設定条件と結果

ここでは、問題を簡単にするため、1つの OD 間に1本のリンクがある場合を考える。すなわち、道路利用者の経路選択行動は考えない。

通常状態の平均移動時 $E[T_a^n(y)] = 10$ 分、 $\text{var}[T_a^n(y)] = 4$ 、修繕時間に関しては、 $E[T_a^r(y)] = 180$ 分、 $\text{var}[T_a^r(y)] = 5$ と仮定して計算を行った。

また、 $p_a^n(y)$ は $y_a = 0$ として、以下で仮定した。

$$p_a^n(y) = \frac{1}{1 + \exp(-5 + y)}$$

1年目、5年目、10年目における式(4)により求められる確率移動時間をそれぞれ図1、図2、図3に示す。

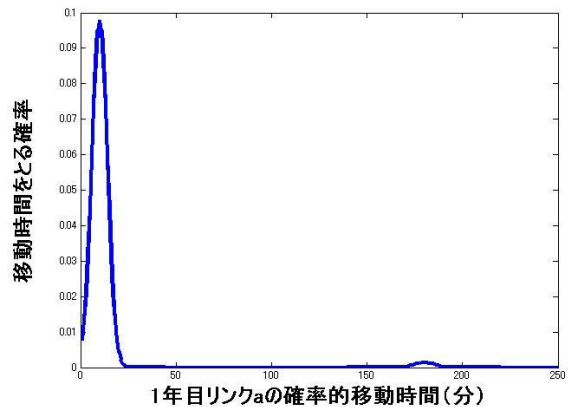


図1. 1年目の確率的移動時間

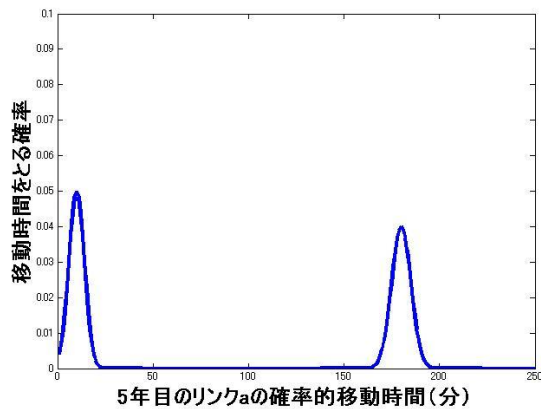


図 2. 5年目の確率的移動時間

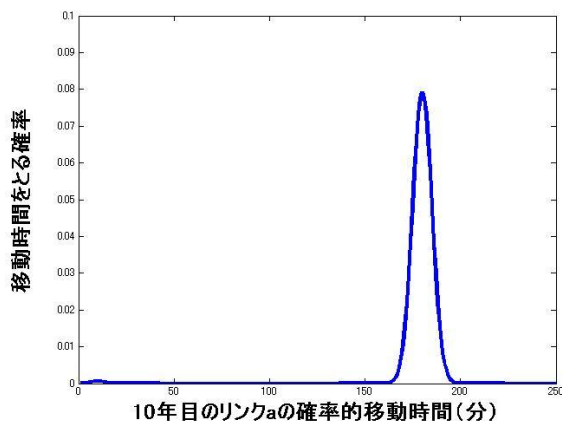


図 3. 10年目の確率的移動時間

以上の図から、年数の経過とともに、修繕が必要な状態の割合が大きくなっていくのがわかる。

また、 $y=1\sim 10$ の確率的移動時間の期待値と分散を表 1 に示す。

次に、時間価値 $\tau=40$ (円/分)、一日あたりの平均リンク交通量を 200 (台/日)、 $r=0.04$ と仮定し、混合分布で表現される各年の平均移動時間をもとに、最適修繕計画の検討を行った。リンクの修繕は年間に 1 回のみ行うこととした。先述したように、1 回の修繕で道路は建設直後の状態に戻るとし、また修繕コストは $c_a^y=100y$ (万円) と仮定して計算を行った。 y 年目に修繕した場合にかかる総コストを表 2 に示す。

表 2 から、道路の修繕に最適な時期は道路が建設されてから 6 年後であるという結果が得られた。

(2) まとめ

本研究では、道路の状態の不確実性を考慮した最適な修繕計画の評価モデルを提案した。計算例では、予算制約は考えず、さらに極めて単純な 1OD ペア、1 リンクの問題を扱った。今後は、道路ネットワークを対象とした計算を行っていく必要がある。また、予算制約は実問題を考えた場合、極めて重要な意思決定要因となりえる。

さらに、現実的な問題に近づけるために、少子化による交通需要の減少を考慮する必要があると考えられる。これらは、今後取り組むべき課題であると認識している。

表 1. 確率的移動時間の期待値と分散

	道路を作ってから年数: y (年)				
	1	2	3	4	5
平均	13.058	18.062	30.264	55.720	95.000
分散	526.614	1322.032	3051.387	5700.505	7245.500

	道路を作ってから年数: y (年)				
	6	7	8	9	10
平均	134.280	159.736	171.938	176.942	178.862
分散	5704.664	3058.242	1330.179	535.290	217.069

表 2. 修繕時期と総費用の関係

y	総移動時間	時間コスト	修繕コスト	総コスト
1	1033.862	3018877669	1000000	3019877669
2	868.058	2534728355	2000000	2536728355
3	709.178	2070798913	3000000	2073798913
4	567.505	1657113447	4000000	1661113447
5	463.489	1353388299	5000000	1358388299
6	424.209	1238690820	6000000	1244690820
7	463.489	1353388299	7000000	1360388299
8	567.505	1657113447	8000000	1665113447
9	709.178	2070798913	9000000	2079798913
10	868.058	2534728355	10000000	2544728355

参考文献

- William H.K.Lam, Hu Shao, Agachai Sumalee: Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainties in demand and supply, Transportation Research Part B 42 (2008) 890-910
- 内田賢悦、加賀屋誠一：積雪寒冷地における冬の道路交通状況を考慮した道路舗装の LCC 評価に関する研究、土木学会論文集 D Vol.62 No3, 483-495, 2006.9
- M. Sanchez-Silva, M. Daniels, G. Lleras, D. Patino: A transport network reliability model for the efficient assignment of resources, Transportation Research Part B 39(2005) 47-63
- Paul G. Hoel, Introduction to mathematical statistics, Wiley, New York, 1962
- 内田賢悦：移動時間信頼性便益評価の課題と展望、土木学会論文集（特集号）、掲載予定