

貯留方程式の違いによる流出解析精度の比較

Operational comparison of different storage equation in Hokkaido

北海学園大学工学部 ○学生員 千野静加 (Shizuka Chino)
 北海学園大学工学部 富樫 量 (Ryo Togashi)
 防衛省施設局 竹田和希 (Kazuki Takeda)
 (独法) 寒地土木研究所 フェロー 柳屋圭吾 (Keigo Yanagiya)
 北海学園大学工学部 正員 嵯峨 浩 (Hiroshi Saga)

1. まえがき

流出解析において貯留関数法は、もっとも多用される手法の一つである。特に、木村の貯留関数法は我が国の工事实施基本計画策定(旧河川法)において、一級河川水系の76%で使用された実績がある。また、北海道では星により提案された一般化貯留関数法(星モデル)が、カルマンフィルターとのカップリングによる予測手法で実用に供されている。この他には、プラサドの貯留関数法などが $S\sim Q$ 曲線の非線形性かつ二価性を表すことでよく知られた流出解析モデルである。このように、貯留関数法は我が国における河川整備計画や河川管理上、重要な位置を占めてきた経緯がある。

実務において流出解析を行う際、どの貯留関数法を採用するかは一番悩むことであるし、もし誤った採用をすると解析結果に多大なる不正確さをもたらす危険性もある。もちろん、過去のデータが豊富にあれば $S\sim Q$ 曲線を作成し、それをもっとも近似できる貯留方程式を選べば解決することであるが、 $S\sim Q$ 曲線は降雨規模や降雨波形によって、多様な形を描くことが一般的である。このような場合、色々な貯留関数法による流出解析の精度が定量的に評価されていれば、実務者にも重要な情報を与えることができるし、過去のデータが不足がちな地域においても有力な手掛かりになるであろう。

本研究はこのようなことを踏まえ、北海道を網羅する一級河川13水系の流出解析を5種類の貯留関数法によって行い、貯留方程式の違いによる解析精度を定量的に評価するものである。

2. 採用した貯留方程式

貯留関数法は、連続の式と貯留方程式を連立させた微分方程式を解くことによって、流出量を求める手法である。連続の式は(1)式によって示され、貯留関数法ではすべて同一である。

$$\frac{dS}{dt} = r(t) - q(t) \quad \dots (1)$$

ここで、 S : 貯留量 (mm)、 $r(t)$: 有効降雨 (mm/hr)
 $q(t)$: 直接流出高 (mm/hr)、 t : 時間 (hr)

貯留方程式は $S\sim Q$ 曲線を近似する関数で、線形性と非線形性および一価性と二価性の観点から分類される。

本研究で採用した貯留方程式を上記の観点から分類すると以下ようになる。

[1]線形方程式

$$\text{一価関数} \quad S = kq \quad \dots (2)$$

$$\text{二価関数} \quad S = k_1q + k_2 \frac{dq}{dt} \quad \dots (3)$$

[2]非線形方程式

$$\text{一価関数} \quad S = kq^p \quad \dots (4)$$

$$\text{二価関数} \quad S = k_1q^p + k_2 \frac{dq}{dt} \quad \dots (5)$$

$$S = k_1q^{p_1} + k_2 \frac{d(q^{p_2})}{dt} \quad \dots (6)$$

ここで、 k, k_1, k_2 : 貯留係数、 p, p_1, p_2 : 貯留指数

(4)式が木村モデル、(5)式はプラサドモデル、(6)式は星モデルである。木村モデルでは、降雨と流出高を時間軸上で平行移動することによって、 $S\sim Q$ 曲線を一本の曲線で表す操作、すなわち遅れ時間を考慮する必要がある。(5)式のプラサドモデルは、右辺第2項を付加することで $S\sim Q$ 曲線の二価性を表現している。

(6)式の星モデルは、Kinematic wave modelに矩形降雨を与えた時だけに導かれる理論解の貯留量 S に着目し、貯留指数 p_2 を導入している。さらに、星は使い勝手を考慮して、流れが Manning 則に従うと仮定して $p_1=0.6$ 、シミュレーションの結果から $p_2=0.4648$ と固定している。

実用上は(4)～(6)式が多用されると思われるが、本研究では、線形方程式である(2)～(3)式も併せて評価対象とした。

3. 未知パラメーターの数学的最適化手法と評価基準

それぞれの貯留方程式で数学的に最適化すべき未知パラメーターは貯留係数 k, k_1, k_2 である。しかし、木村モデルでは $S\sim Q$ 曲線を一本の曲線で表すことが必要であるため、一価関数に近くなるように降雨を時間軸上で移動させて、最小自乗法により k と p を決定した。この時の移動時間間隔は1時間であり、一価の決定は主観的判断である。また、プラサドモデルにおける p は、星モデルと同様に0.6とした。

数学的最適化手法として、本研究では感度係数を用いたニュートン法を採用した。

目的関数は(7)式で定義され、最適化はこの目的関数 J を最小化することで行われる。

$$J = \sum_i^N e_i^2 \quad \dots (7)$$

$$e_i = \frac{q^*(i) - q_{cal}(i)}{\sqrt{q^*(i)}} \quad \dots (8)$$

ここで、 $q^*(i)$: i 時の観測流出高、 $q_{cal}(i)$: i 時の計算流出高、 N : 流量標本数

収束条件は (9) 式であり、収束限界値 ε は 0.1% である。

$$\varepsilon \geq \left| \frac{\Delta P}{P} \right| \quad \dots (9)$$

ここで、 P : 未知パラメーターベクトル、 ΔP : 未知パラメーター補正值ベクトル

なお、具体的な最適化の展開式は 5 つのモデルがあるため、ここでは割愛する。詳細は参考文献 1)、2) に詳述されているので参照されたい。

解析精度の評価基準は (10) 式で示される Nash-Sutcliffe 係数 (NS 値) と (11) 式の相対誤差 (S 値) を用いた。

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N \{q^*(i) - q_{cal}(i)\}^2}{\sum_{i=1}^N \{q^*(i) - q_{av}\}^2} \quad \dots (10)$$

$$S = \frac{\sum_{i=1}^N \sqrt{\{q^*(i) - q_{cal}(i)\}^2} / N}{q_{av}} \quad \dots (11)$$

ここで、 q_{av} : 観測流出高の平均値

NS 値は 1970 年に提唱された評価基準で、特に欧米で広く用いられており、取り得る値は 1.0 以下で、一般に NS 値が 0.8 以上で特に計算精度がよいとされている。

S 値は計算値が実測値と完全に一致した場合 0% であり、値が小さいほど解析精度がよいことになる。本報告では、NS 値と S 値で検討した結果について述べる。

4. 計算結果と検証結果

計算の対象としたのは道内一級河川 13 水系で観測された降雨と流出高³⁾である。ここで用いたモデルはすべて有効降雨と直接流出高である。成分分離法は、ハイドログラフ立ち上がり点と減水部第二析曲点を直線で結ぶ分離法を採用した。したがって、この計算で主観的な判断が入るのは木村モデルにおける $S \sim Q$ 曲線が一価かどうかの判断 (ただし、 k 、 p は最小自乗法で決定) とこの分離法の二ヶ所である。

計算した出水の数は各水系 6 例、13 水系で合計 78 例である。また、成分分離を行うためのデータ加工を行う際、減水部第二析曲点を明確に決定できない複雑なハイドログラフは計算対象から外している。

計算結果を図-1~図-4 に示す。図-1 および図-2 は、流域面積 206km² の後志利別川水系の住吉基準点における昭和 53 年 5 月 9 日出水の計算結果である。図-1

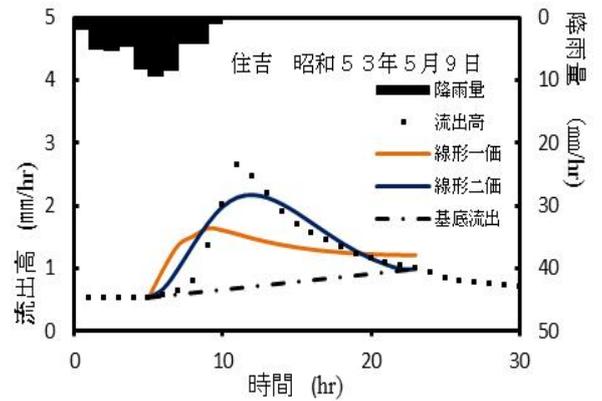


図-1 線形モデルの解析結果

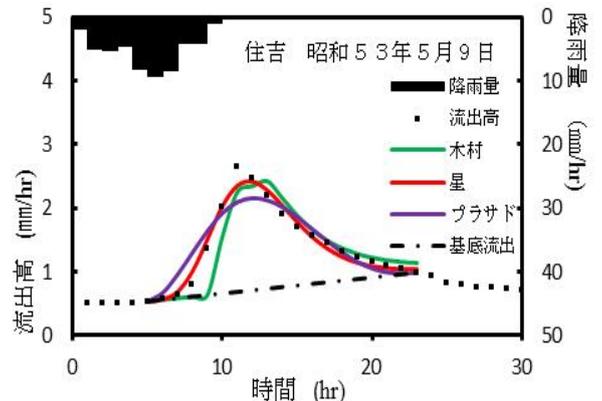


図-2 非線形モデルの解析結果

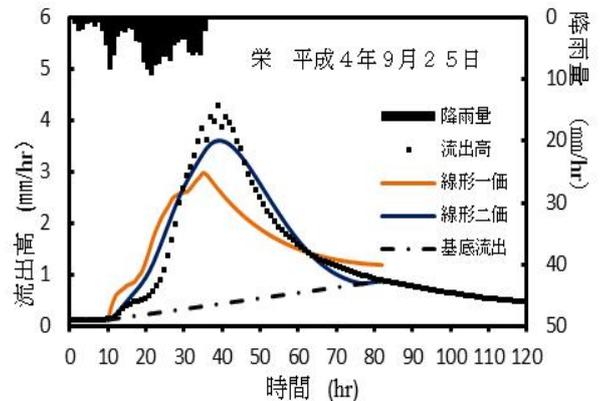


図-3 線形モデルの解析結果

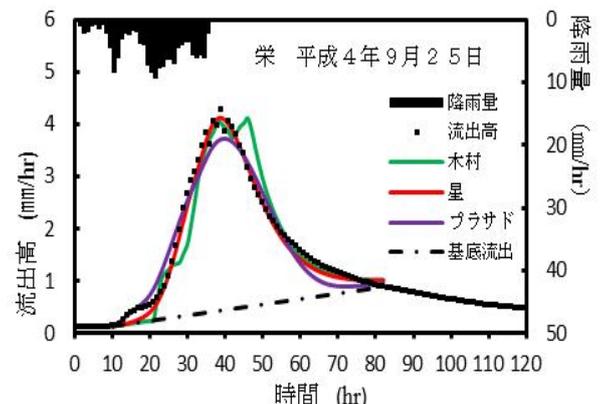


図-4 非線形モデルの解析結果

は線形一価と線形二価の貯留方程式を用いた場合の解析結果を示し、図-2 は非線形モデルの木村モデル、プラサドモデル、星モデルでの結果を示している。

図-3 および図-4 は、鶴川水系、栄基準点における平成4年9月25日出水の計算例で、流域面積は1069km²である。図-2 と図-4 の計算結果をみると、星モデルが一番よいモデルとなっているが、線形二価モデルが意外にもよい結果となっているのは興味深い。図-5 は、図-2 の計算で用いた観測値の S~Q 曲線と木村モデルの未知パラメーターを最適化した時の貯留方程式を表している。

表-1 は計算結果の一例として、後志利別川水系における各モデルの NS 値および平均 NS 値を示している。なお、表中の着色した欄はもっとも NS 値が大きい、すなわち、解析精度が高いものを表している。

後志利別川水系では、平均値でみると星モデルがもっとも精度がよく、木村モデル、線形二価モデルがこれに続く。

線形一価モデルは単位図法と同等であるから解析精度が劣るのは十分に理解できるが、線形二価モデルの適合度が高いという予想外の結果となった。表-2 に 13 水系における各モデルの平均 NS 値を示す。13 水系全体では星モデルが一番よい結果となったが、線形二価モデルが木村モデルより大きな NS 値となった。

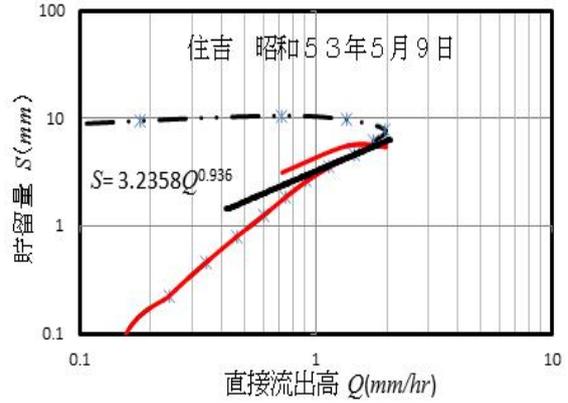


図-5 木村モデルの k、p 最適化

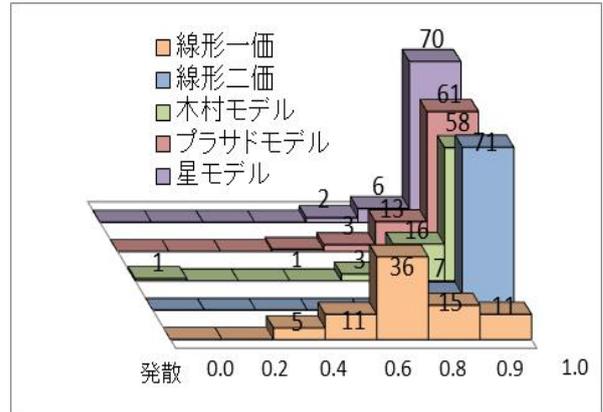


図-6 収束数における各モデルの比較

表-1 後志利別川水系の各モデルの NS 値

水系	年月日	線形一価	線形二価	木村	プラサド	星
後志利別川水系	大富 (平成2年8月23日)	0.287	0.900	0.868	0.860	0.994
	大富 (昭和60年9月1日)	0.364	0.888	0.966	0.876	0.990
	住吉 (昭和53年5月9日)	0.268	0.837	0.963	0.857	0.965
	住吉 (昭和56年8月23日)	0.807	0.914	0.939	0.961	0.968
	住吉 (昭和63年6月10日)	0.709	0.930	0.940	0.898	0.823
	美利河 (昭和43年8月21日)	0.852	0.902	0.897	0.932	0.964
後志利別川水系の平均 NS 値		0.548	0.895	0.929	0.897	0.951

表-2 全水系における各モデルの平均 NS 値

水系	線形一価	線形二価	木村	プラサド	星
釧路川水系	0.683	0.940	0.892	0.926	0.975
尻別川水系	0.864	0.968	0.951	0.961	0.958
湧別川水系	0.742	0.958	0.967	0.887	0.959
沙流川水系	0.726	0.947	0.924	0.915	0.925
常呂川水系	0.630	0.939	0.911	0.929	0.944
鶴川水系	0.665	0.942	0.947	0.934	0.940
後志利別川水系	0.548	0.895	0.929	0.897	0.951
渚滑川水系	0.798	0.937	0.931	0.827	0.952
十勝川水系	0.743	0.927	0.913	0.949	0.961
留萌川水系	0.780	0.959	0.950	0.945	0.961
網走川水系	0.705	0.959	0.909	0.943	0.958
石狩川水系	0.801	0.947	0.937	0.890	0.913
天塩川水系	0.684	0.956	0.970	0.950	0.959
13 水系全体の平均 NS 値	0.721	0.944	0.933	0.919	0.950

表-3 全水系における各モデルの平均 S 値

水系	線形一価	線形二価	木村	プラサド	星
釧路川水系	53.2	24.0	28.8	23.6	15.8
尻別川水系	40.4	19.5	21.8	22.2	20.9
湧別川水系	46.1	18.3	16.4	28.9	18.5
沙流川水系	41.7	18.3	22.1	25.1	22.4
常呂川水系	47.4	20.0	27.0	22.6	18.9
鶴川水系	50.9	18.4	18.9	25.4	20.4
後志利別川水系	61.6	30.9	28.1	28.3	18.0
渚滑川水系	38.3	17.4	24.8	26.7	19.7
十勝川水系	43.4	23.9	29.2	20.6	16.2
留萌川水系	43.9	16.9	19.5	20.2	17.6
網走川水系	48.6	18.0	29.1	22.2	18.4
石狩川水系	32.6	15.9	19.9	22.7	23.3
天塩川水系	50.1	18.5	17.0	20.6	19.1
13水系全体の平均 S 値	46.0	20.0	23.3	23.8	19.2

表-3は、13水系の平均 S 値を示したものである。道内 13 水系の平均で一番精度がよかったモデルは、星モデルであるが、着色した数をもっとも多くなっているモデルは線形二価モデルである。また、全体の平均値では NS 値も S 値による評価も同様で、星モデル、線形二価モデル、木村モデル、プラサドモデル、線形一価モデルの順番となっている。しかし、水系別にみると各水系で一番適合度がよいモデルが異なっており、水系と評価基準の違いにより、適合モデルが異なる結果となっている。

今まで、経験的にハイドログラフピーク付近がよく合うモデルが好ましいとか、減水部をよく再現するモデルが好ましいとかの曖昧な判断であったが、評価基準をもっと多様化し、定量的に判断することで、このように望ましいモデルの選択がより明確かつ容易になると思われる。

図-6は NS 値に対する各モデルの収束数を示している。たとえば、一番手前の線形一価モデルでは発散が 0 件、NS 値 0.2~0.4 が 5 件、0.4~0.6 が 11 件、以下同様である。NS 値 0.9~1.0 の範囲で収束した計算数をみると線形二価モデルと星モデルがほぼ同じ数となっている。このように、NS 値、収束数において、線形二価モデルが優位なのは以下のような理由が挙げられる。

既に記述してあるが、基底流出成分を分離する際、減水部第二折曲点が明確なデータを抽出したことに起因していると思われる。すなわち、比較的線形性の強い流出を選んだ可能性がある。また、本報告では示していないが、総降雨量に対する最大降雨強度が大きいイベントでは、線形二価モデルは解析精度が劣ることを確認している。つまり、非線形の強いイベントでは、適合性が悪くなっている。

5. 最後に

5 個の貯留関数法を対象に、道内で観測された降雨と流出高のデータを用いて、解析精度の検証を行った。そ

の結果、非線形モデルでは、実用上の精度において全てのモデルで問題はないと思われる。しかし、木村モデルは遅れ時間に対する物理的根拠が乏しく、この取り扱いに対する信頼性が薄い。

プラサドモデルは S~Q 曲線の二価性を表現したという点では高く評価できるが、S~Q 曲線の幅がハイドログラフの勾配のみに依存しているため、非線形性を十分に表し切れてはいないと思われる。

星モデルは、S~Q 曲線の二価性を流出高とハイドログラフの勾配の二点で表現する形式となっており、非線形性をより一層明確に表すことができるため、解析精度がもっともよいモデルとなった。また、線形二価モデルの解析精度が予想以上によかった。もっとも簡素なモデルであり、計算のアルゴリズムも簡単なので使用する機会をもう少し考えてよいのかもしれない。

洪水対策などの河川基本計画を策定する際、過去に災害をもたらした降雨波形を採用するケースが多いが、このような大規模降雨は非線形性が非常に強いため、星モデルはかなり威力を発揮するモデルであると思われる。

星モデルの優位性をここで強調したが、計算例が少くないえ、流域によっても NS 値および S 値が変わってくるので、モデルの採用には十分な配慮が必要である。この際、本研究の手法が少しでも役立てば幸いと考えている。

参考文献

- 1) 北海道開発局開発土木研究所、若手水文学研究会：現場のための水文学、1994。
- 2) 嵯峨浩：流出解析モデルと計算手法：第 40 回水工学に関する夏期研修会講義集、pp.A-1-1 - A-1-20、2004。
- 3) 嵯峨浩：道内一級河川 13 水系の洪水データ集、北海学園大学、2001。
- 4) 北海道河川防災研究センター・研究所：実践流出解析ゼミ、2006。