# Subgrid scale bubble model による気泡混在乱流シミュレータの開発

Air mixed flow turbulence simulator by means of Subgrid scale bubble model

北海道大学工学部環境社会工学科	○学生員	小柳津遥陽(Haruhi Oyaizu)	
北海道大学工学研究院准教授	正会員	渡部靖憲(Yasunori Watanab	e)

#### 1. はじめに

沿岸域並びに強風下における沿岸表層では、砕波の発達 に伴い飛沫の大気への放出及び海中への気泡混入が著し く促進され、同時に生じた乱れによる移流拡散を伴う気液 混合層が発生する。この層内において大気-海洋間の期待 輸送が活発になるだけでなく(Farmar 1993)運動量交換 の変調を誘発する可能性が指換されている(Powell 2013)。 即ち、風速の増加と共に単純増加するものと考えられてき た界面抵抗係数が、30m/s を超える暴風下では風速に対 して一定値に飽和、あるいは逆に減少する特徴が観測され ており、現行バルクモデルの不確性を裏付けるものとして、 国内外で積極的に研究が進められている。しかしながら、 この抵抗係数の変調の原因が砕波による気体混合と予測 されているにもかかわらず、砕波下の気泡混入概要並びに 混合層の発達過程は依然不明であり、これらの早期解明に 加え、運動量輸送への定量的寄与を決定する必要がある。

Soloviev ら(2011)は、Volume-of-Fluid(VOF)法ベース の気液二相流の計算を行い、抵抗係数が与えられ得るレン ジを計算している一方で、計算し得る飛沫径が格子解像度 に依存するため、現実的な微細飛沫を再現していないだけ でなく、混合層を構成する気泡については全く言及がなく 二層化がもたらす影響を正しく説明していない。渡部ら

(2009)は、微細気泡の確立計算法を開発している一方、 その適用範囲が極めて小さな空気体積率となる流れに限 定されるため、砕波への適用が小さな空気体積率となる流 れに限定されるため、砕波への適用が困難であった。

本研究では、渡部、新井田のモデルを Favre 平均を適 用した気液乱流モデルへと拡張するものであり、その適用 性、信頼性を実験結果を基に検証する。

### 2. 計算方法

本研究では渡部ら(2009)の気泡カップリングモデルに、 Favre 平均を適用しその計算レンジを大幅に拡張する。 これは Large Eddy Simulation(LES)によって乱流の計算 を行い Basset-Bousinesq-Oseen(BBO)を基に、気泡位置 での流速を Langevin 方程式で表した確率微分方程式によ って気泡流の計算を行うものである。

## 2.1 計算モデル

(1)質量保存則 トップハットフィルターでフィルタリングした質量保存 則は次のようになる。 式中の-はフィルタリングされた変数を示している。

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j}\overline{\rho u_j} = \bar{S}$$
(1)

右辺の*S*は液相に気泡を噴出した際の急激な密度変化の影響についてのソース項である。ここで Favre 平均、すなわち密度の重み付き平均

$$\bar{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}$$

を①式に適用し、以下の式へと変形している。式中の~ は favre 平均された変数を示している。

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{\rho} + \frac{\partial}{\partial x_j}\bar{\rho}\widetilde{u}_j = \bar{S}$$

(2)流体のNS運動方程式

トップハットフィルターでフィルタリングし、Favre 平均 を適用した N-S 運動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{\rho}\widetilde{u}_{i} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\rho\widetilde{u}_{i}\widetilde{u}_{j} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\bar{\rho}\widetilde{\tau}_{ij} = -\frac{\partial\bar{P}}{\partial x_{i}} + \bar{\rho}\gamma\frac{\partial\widetilde{\sigma}_{ij}}{\partial x_{j}} - \bar{\rho}\widetilde{A}_{ij}$$
(4)

ここで右辺最終項の $\tilde{A}_i$ はN個の気泡の平均作用力であり、 渡部(2009)らと同様にn番目の気泡の直径をdnとする

と次のように表される。

$$\widetilde{A}_{i} = \frac{1}{\Delta^{3}} \sum_{n=0}^{N} \frac{\pi}{6} d_{n} A_{i,n}$$

5

2

3

また
$$\tau_{ij}$$
は SubGrid-Scale (SGS)応力である。  
 $\tau_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i u_j}$ 

(7)

(3)SGS 乱れエネルギー輸送方程式 SGS 乱れエネルギーを  $q = \frac{1}{2} (\widetilde{u_i^2} - \widetilde{u_i}^2) = \frac{1}{2} \widetilde{u_i'}^2$ 

と定義し、NS 運動方程式に $u_i$ を乗じてフィルタリングし Favre 平均で変換したものと(3)式に $\hat{u}_i$ を乗じたものの 差を取り SGS 乱れエネルギー輸送方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho}q + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \bar{\rho}q\widetilde{u}_{j} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_{j}} \bar{\rho} \left( \widetilde{u_{i}^{2} u_{j}} - \widetilde{u_{i}^{2}} \widetilde{u}_{j} \right) \\ &- \left( u_{i} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_{i}} - \widetilde{u}_{i} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_{i}} \right) + \widetilde{u}_{i} \frac{\partial}{\partial x_{j}} \bar{\rho} \widetilde{\tau}_{ij} \\ &+ \gamma \bar{\rho} \left( u_{i} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{j}} - \widetilde{u}_{i} \frac{\partial \widetilde{\sigma}_{ij}}{\partial x_{j}} \right) - \bar{\rho} (u_{i} \widetilde{A}_{i} - \widetilde{u}_{i} \widetilde{A}_{i}) \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

さらに計算の為に以下のようにモデル化を行う。

(10)

(11)

(12)

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial t}\bar{\rho}\mathbf{q} &+ \frac{\partial}{\partial x_{j}}\bar{\rho}\mathbf{q}\widetilde{u}_{\iota} = C_{kk}\frac{\partial}{\partial x_{j}}\bar{\rho}\bar{\Delta}q^{\frac{1}{2}}\frac{\partial q}{\partial x_{j}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}}\bar{\rho}\widetilde{u}_{\iota}\widetilde{\tau_{\iota j}} - \bar{\rho}\widetilde{\tau_{\iota j}}\frac{\partial\widetilde{u}_{\iota}}{\partial x_{j}} \\ &+ \gamma\bar{\rho}\frac{\partial^{2}q}{\partial x_{j}\partial x_{j}} - \bar{\rho}C_{\varepsilon}\frac{q^{\frac{3}{2}}}{\bar{\Delta}} + \bar{\rho}C_{A}'\bar{\Delta}q^{\frac{1}{2}} \end{split}$$

$$(9)$$

⑨式はモデル化された SGS エネルギー輸送方程式である。 ここで、右辺第一項、第二項は Gradient diffusion モデル によってモデル化を行っている。

$$\widetilde{\overline{u_i'f'}} = -C\frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_j}$$

Cは diffusion coefficient で以下の式で表される。

$$C \equiv C_{kk} \overline{\Delta} q^{\frac{1}{2}}$$

また右辺第五項は diffusion coefficient と langevin タイム スケール $T_I$ の関係からモデル化を行う。

$$C_A = C'_A \overline{\Delta} q^{\frac{1}{2}} \approx 2qT_L = \frac{8}{3} \frac{\overline{\Delta}}{c_0 c_{\varepsilon}} q^{\frac{1}{2}}$$

ここで Langevin タイムスケール

$$T_L = \frac{4}{3} \frac{q}{c_0 \varepsilon}$$

本研究では④、⑨式を組み合わせることによって 数値解析を行っている。

## 2.2 計算条件

図1に示すような自由水面を持つ数値水槽において、水相 の中心(x,y,z)=(0.6,0.6,0.6)から気泡を噴出させ、上昇する 気泡が誘発する流体の流れ、乱れ成分、気泡分布について グリッドサイズ依存性を示すとともに実験結果と比較し 妥当性を検証する。数値計算は、渡部(2008)らと同一のス キームでの計算を行った。すなわち水面の移流に Level-set 法を適用、運動方程式④、SGS 乱れエネルギー 輸送方程式⑨を CIP 法と予測修正法により計算した。境界 条件は自由水面には力学的境界条件を満足させるスキー ム(渡部ら 2008)を適用し、底面ではノンスリップ条件、 側方の境界条件として周期境界条件を与え、底面では non slip 条件を与えている。



図1 数値水槽

気泡径、グリッドサイズを変えることでケース I, II, III, iV のパターンの数値計算を行った。 (I)※休積率はグリッド内の気泡の休積割合

気泡径	GS	割合	
2. Omm	4. Omm	6.5%	
(I)			
2. Omm	3. 3mm	11.7%	
(Ⅲ)			
1.5mm	2. 5mm	9.0%	

## 3. 結果

3.1 鉛直流速ベクトルと気泡の速度ベクトル

次に示す図は同時刻の鉛直流速ベクトルと各気 泡ごとの速度ベクトルを図示したものである。



図3 ケースI

気泡のサイズは同じだが、グリッドサイズを変化 させると気泡の動きも変動することが見て取れ る。

## 3.2 気泡の平均鉛直速度

ケース I において気泡を放出してから水面に到 達するまでの気泡の鉛直速度グラフは、縦軸に気 泡の鉛直速度(m/s)、横軸に時間(ステップ関数) をとると以下のようになる。



図4気泡の平均鉛直速度 この平均値を見てみると、鉛直流速の平均値は 35m/s付近であり、本研究と同様な条件での新井 田-渡部(2013)による気泡発生実験における気泡 の鉛直平均速度の計測値が、今回の数値解におい てほぼ一致する結果となった。

## 3.3 平均の鉛直流速、密度、SGS 乱れエネルギー



図5、図6はケースIIにおいて、それぞれ平均の、 鉛直流速、鉛直 SGS 乱れエネルギー、鉛直密度を 示している。

それぞれ縦軸はグリッド数、横軸は各パラメータ が無次元量で示されている。気泡は縦軸の n=20 ら放出され、それに伴い、速度、乱れエネルギー、 密度が変化しており、水面がある 55 付近では気 泡が水面に影響を与え、乱れエネルギーが大きく なっている様子がわかる。

## 3.4 圧力、密度、乱れエネルギー分布図

気泡放出後4秒経過時(n=2000)の体積割合の等 しいケースI,Iの密度、乱れエネルギー分布図 の比較。





図7ケース I動圧力分布



図 8 ケース I 密度分布

40

35 -30 -25 -20 -15 -

10 -

図9ケースⅡ乱れエネルギー分布

50 40

ケース II 気泡径 2.0mm グリッド幅 3.3mm



図 10 ケース Ⅱ 動圧力分布



図 12 ケース II 乱れエネルギー分布

グリッド数が多い分細かな密度分布、またそれに ともなう SGS エネルギーの変化が見うけられる。

### 4. 結論

SGS 気泡の統計モデルを乱流計算に適用し、バ ブリングに伴う気泡の動揺、乱流生成について調 査した。計算された気泡速度が実験値をおおむね 再現できた。気泡流の特徴のグリッド依存性を調 査した。気泡の上昇に伴って誘発された鉛直流速 並びに乱れエネルギーが再帰的に気泡の側方へ の変位に影響を与える過程が再現された。

気泡数密度、気泡径分布に応じた計算精度を定 量化し、砕波に伴う気泡混入過程の再現に向けて さらなる研究を進めていく。

### 参考文献

 D. Farmer, C. McNeil, B. Johnson, Evidence for the importance of bubbles in increasing air-sea gas flux, Nature 361 (1993) 620-623.
 Powell, M. D., P. J. Vickery & T. A. Reinhold: Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones, Nature, vol. 422 (2003) 279-283.
 Alexander Soloviev, Atsushi Fujimura, Silvia Matt: Air sea interface in hurricane

conditions, Journal of geophysical (2011)
4) Y. Watanabe, Y. Niida, Y. Mitobe: LES-Stochastic Coupling Model of Bubble-Laden Turbulence, ISOPE (2010) PSBN 978-1-880653-77-7

5) Y.Watanabe, Y.Niida, A.Saruwatari and Hiroshi SAEKI:Stochastic Models of Entranment and Advection of Air Bubbles under Jets, Vol.B2-65, No.1 (2009), 006-010