Ｂ－３６　　平成24年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第69号

河川堤防決壊口における横越流量の算定

The Side Overflow Discharge Through River Levee Crevasses

北海道大学　工学院環境フィールド工学専攻　○学生員　徳川 亜衣子 (Aiko Tokugawa)
北海道大学教授　工学研究院環境フィールド部門　正会員　泉 典洋 (Norihiro Izumi)

1. はじめに

近年、地球規模での気候変動によって局所的集中豪雨が増加している。今後気候変動がさらに進行し局所的集中豪雨が増加することになれば、破堤の危険性はさらに増加することが危惧される。これに対応するには、堤防自体の安全性を高めると同時に、破堤時の被害を最小限に抑えることが重要となるが、そのためには、破堤の物理機構を明らかにする事が必要となる。

破堤の原因で最も多いのが越流破堤でありその多くは、流れが破堤箇所に対して平行となる横越流である。ところが横越流による破堤は実験が難しいことから一部の例外を除いて [1)]、これまでほとんど行われていない。また、これまでも横越流量に関する研究は数多く行われているが、多くは後述する De Marchi の公式をベースに、実験によって詳しい流量係数を導き [2,3)]、数値計算を対象としたものであり [4)]、破堤プロセスを直接対象とした越流量式はほとんど存在していない。そこで本研究では，越水破提が生じた際の横越流現象を明らかにし、入手可能な情報から横越流量を予測する手法を提案する。

2. 横越流量の予測式

2.1 De Marchi の公式

横越流に関する式として De Marchi の公式がある。これは一様な長方形水路において比エネルギーが一定であるという仮定のもと得られた理論解である。横越流箇所の上流端を原点として x 軸をとり、B を川幅，w を堰の高さ，h を水深，Q を 流量，A を断面積とする。（**図−1** 参照）

横越流箇所では比エネルギーE が一定であるので、

$$E = \frac{Q^2}{2gA^2} + h = const. \tag{1}$$

$$Q = Bh\sqrt{2g(E-h)}\,. \tag{2}$$

単位幅越流量 q_w を流量係数 C_M を用いて次のように表す。

$$q_w = \frac{2}{3}C_M\sqrt{2g}(h-w)^{3/2} \tag{3}$$

静水圧分布と流速分布が断面でほぼ一様と仮定できる流れを対象に、運動量保存則から次のような De Marchi の公式が導出される。

$$L = \frac{3B}{2C_M}\left[\phi(h_1) - \phi(h_0)\right] \tag{4}$$

$$\phi(h) = \frac{2E-3w}{E-w}\sqrt{\frac{E-h}{h-w}} - 3\tan^{-1}\sqrt{\frac{E-h}{h-w}} \tag{5}$$

ここで L は越流部の長さ、 h_0 は越流上流端での水深、h_1 は越流下流端での水深である。

De Marchi の公式を利用するためには越流区間における上流端と下流端の水深が必要となるが、実際の破提において越流区間の上流端と下流端における水深を知ることは難しいので、De Marchi の公式を基に上流端および下流端の水深と越流量を求める方法を考える。

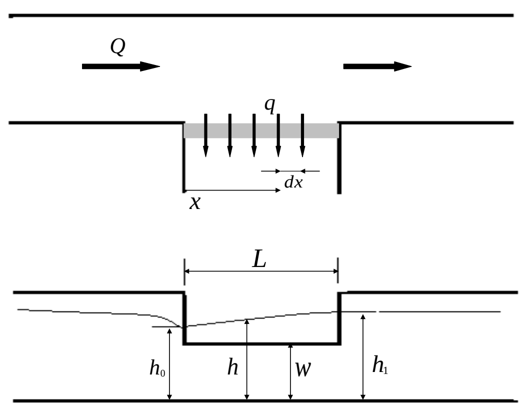


図-1 横越流の概念図　(a) 平面図，(b) 側面図

2.2 流量の連続と流量の境界条件

全横越流量 Q_w は単位幅あたりの越流量 q_w を越流箇所全幅で積分することにより、次のように求められる

$$Q_w = \sqrt{2g}B\left(h_0\sqrt{E-h_0} - h_1\sqrt{E-h_1}\right) \tag{6}$$

横越流区間の上流での流量を Q_u 、下流での流量を Q_d とするとそれぞれ次のように表すことができる。

$$Q_u = \sqrt{2g}Bh_0\sqrt{E-h_0}\,, Q_d = \sqrt{2g}Bh_1\sqrt{E-h_1} \tag{7,8}$$

越流区間から上流に十分離れた区間での等流水深を H とすると、マニングの等流公式を用いて次式が成り立つ。

$$Q_u = \frac{1}{n}H^{5/3}S^{1/2}B \tag{9}$$

ここで n はマニングの祖度係数、S は河床勾配である。

また越流区間下流ではQ_dに応じた等流が生じている。常流である場合等流水深に下流にむかって滑らかに接続する水面形が存在しないことから、h_1は下流の等流水深と一致すると考えられるので、次のようになる。

$$Q_d = \frac{1}{n} B h_1^{5/3} S^{1/2} \tag{10}$$

越流区間より下流では等流状態が続いているとすると、そこでは比エネルギーは一定値 E を取る。上流側の流量Q_uと越流幅 L、越流堰高さ w、水路勾配 S、マニングの粗度係数nを与えれば、ここまで導いた式を用いることによって越流量が予測できるはずである。

2.3　無次元化

次のような無次元化を導入する。

$$(Q\ ,Q_w, Q_d) = \sqrt{gH_c^3} B (Q_u^*, Q_w^*, Q_d^*) \tag{11}$$

$$(h, h_0, h_1, w, H) = H_c (h^*, h_0^*, h_1^*, w^*, H^*) \tag{12}$$

$$(L, x) = \frac{3B}{2C_M}(L^*, x^*),\ q_w = \sqrt{gH_c^3} q_w^*,\ M^* = \frac{H_c^{1/6} S^{1/2}}{n\sqrt{g}}$$

(13, 14, 15)

ここでH_cは上流側での流量Q_uに対応する限界水深であり、次式で表される。

$$H_c = \sqrt[3]{\frac{Q_u^2}{gB^2}} \tag{16}$$

これより無次元化された上流での流量と比エネルギーは次のようになる。

$$Q_u^* = \frac{Q_u}{\sqrt{gH_c} H_c B} = 1,\ E_u^* = \frac{E_u}{H_c} = H^* + \frac{1}{2H^{*2}} \tag{17,18}$$

式(9)および式(17)より

$$M^* H^{*5/3} = 1, \tag{19}$$

$$F_r = \frac{Q_u}{\sqrt{gH} HB} = \frac{Q_{u*}}{H^{*3/2}} = H^{*-3/2} = M^{*9/10} \tag{20}$$

$$Q_u^* = \sqrt{2} h_0^* \sqrt{E^* - h_0^*} = 1 \tag{21}$$

ここでは、まだE^*は与えられず、以下の下流側の条件から決定される量である。下流側での比エネルギーと流量は次のように表わされる。

$$Q_d^* = M^* h_1^{\frac{5}{3}},\ E^* = h_1^* + \frac{Q_d^{*2}}{2h_1^{*2}} = h_1^* + \frac{M^{*2}}{2} h_1^{*4/3} \tag{22,23}$$

式(21)に上式を代入して

$$\sqrt{2} h_0^* \sqrt{h_1^* + \frac{M^{*2}}{2} h_1^{*4/3} - h_0^*} = 1 \tag{24}$$

上式は与えられたM^*に対するh_0^*とh_1^*の間の関係式を表す式であり、もう一つの関係式があればh_0^*とh_1^*が求められる。その関係式は越流幅を表わす式である。

$$L^* = \phi^*(h_1^*) - \phi^*(h_0^*) \tag{25}$$

$$\phi^*(h^*) = \frac{2E - 3w^*}{E^* - w^*} \sqrt{\frac{E^* - h^*}{h^* - w^*}} - 3\tan^{-1} \sqrt{\frac{E^* - h^*}{h^* - w^*}} \tag{26}$$

これ以降、表記を簡単にするために無次元量を表す*を落として表すことにする。

3. 越流量の計算

3.1　越流幅と水面形の関係

河川決壊口から横越流する場合、a) 決壊口の幅が十分狭いと全区間で常流、b) 決壊口幅がある程度広くなると区間途中で常流から射流に遷移、c) 決壊口が十分広くなると全区間で射流となる三つの場合が存在する。(図-2 参照)以上より、越流区間全域で常流である場合と越流区間で射流が現れる場合に分けて越流量予測式をたてる。

3.2　越流区間全域で常流である場合

まず、越流区間全域で射流が現れない条件を求める。ここで導入した無次元化では水深を上流流量に対応した限界水深で無次元化しているため、$h_0 = 1$は上流端で限界水深をとることを表している。したがって、h_0が1以上でなければ越流区間上流側に射流の部分が現れる。式（25）よりh_1とh_0の値の差が大きいほどLも大きくなるので、$h_0 = 1$となるときのLより大きくなると、h_0は1より小さくなると考えられる。$h_0 = 1$となるときのLを$L_{\max}$とすると、その条件は次式で表される。

$$L < L_{\max},\quad L_{\max} = \phi(h_1) - \phi(1) \tag{27, 28}$$

この条件式を図示すると図−3 のようになる。図中の曲線より下の領域おいては越流区間全域で常流になる。この場合、式(30)と(31)を無次元化した次の二つの式からh_0およびh_1が導かれる。

$$\sqrt{2} h_0 \sqrt{h_1 + \frac{M^2}{2} h_1^{\frac{4}{3}} - h_0} = 1 \tag{29}$$

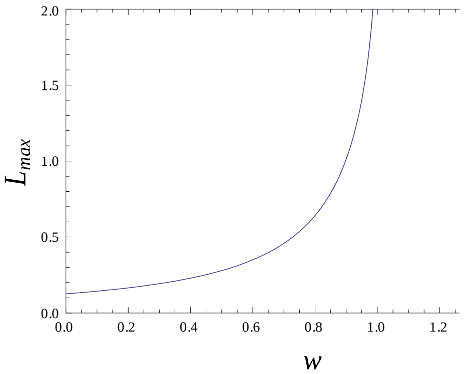
$$L = \phi(h_1) - \phi(h_0) \tag{30}$$

上式より導かれたh_0およびh_1を用いるとQ_wは、

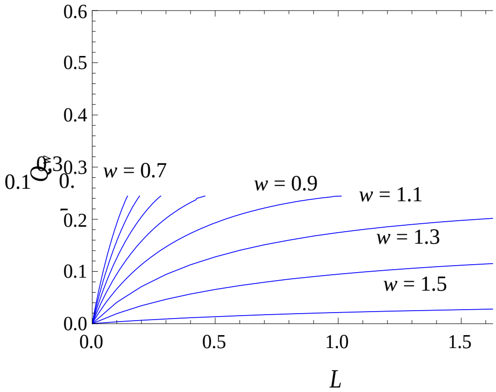
$$Q_w = 1 - M h_1^{\frac{5}{3}} \quad (31$$

図−3 は，越流区間全域で常流であるとき、越流部の高さ w を 0.1 から 1.5 まで変化させたときの越流幅 L と越流量の関係を表した図となる。w が大きいほど越流量は小さくなり、また越流幅の影響を受けにくいことがわか

る。



図−2　L_{max} の越流高さ w による変化



図−3 越流区間全域で常流である場合の越流量と越流幅の関係

3.3　越流区間で斜流から常流へ遷移する場合

L が $L_{\max}$ より大きくなると越流箇所の途中で射流から常流に遷移する点が現れ跳水が生じる。跳水前後では比エネルギーは減少するため、もはや E が一定という仮定は成立しないので越流区間上流端から跳水までと、跳水より下流ではそれぞれ比エネルギーが一定であると仮定する。越流箇所上流端で限界水深が現れるとすると $h_0=1$ となる。そのとき越流箇所上流端から跳水箇所までの比エネルギーE は式(21)より次式で表される。

$$E=\frac{3}{2} \tag{32}$$

跳水以降の比エネルギーを E_d とすると式（23）より次式が得られる。

$$E_d=h_1+\frac{M}{2}h_1^{4/3} \tag{33}$$

この場合、跳水が生じる地点を下流からの水面が限界水深となる点とすると、その点の水深 h_{jd} は次式で表される。

$$h_{jd}=\frac{2}{3}\left(h_1+\frac{M^2}{2}h_1^{4/3}\right) \tag{34}$$

したがって跳水が生じる点の x 座標 x_j は次式で表される。

$$L-x_j=\phi_d(h_1)-\phi_d(h_{jd}) \tag{35}$$

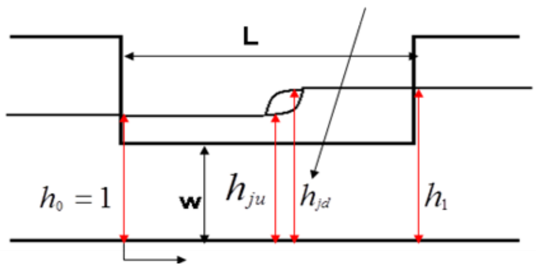
$$\phi_d(h)=\frac{2E_d-3w}{h-w}\sqrt{\frac{E_d-h}{h-w}}-3\tan^{-1}\sqrt{\frac{E_d-h}{h-w}} \tag{36}$$

また $x=x_j$ での上流からの水面の高さを h_{ju} とすると、

$$x_j=\phi(h_{ju})-\phi(1) \tag{37}$$

ここで h_{ju} および h_{jd} は跳水前後の水深であり、共役水深の関係を有するので、

$$h_{jd}=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{h_{ju}^4+8Q_jh_{ju}}}{2h_{ju}} \tag{38}$$



図−4　越流区間で射流から常流へ遷移する場合の概念図

ここで Q_j は跳水地点における流量であり次式で表される。

$$Q_j=-\frac{1}{2}+h_{ju}\sqrt{3-2h_{ju}} \tag{39}$$

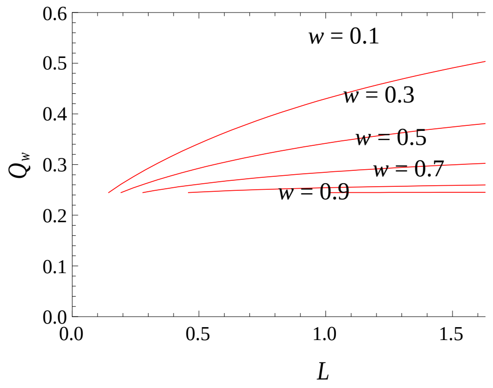
式(40)および(42)より次式が得られる。

$$L=\phi_d(h_1)-\phi_f(h_{jd})-\phi(h_{ju})+\phi(1) \tag{40}$$

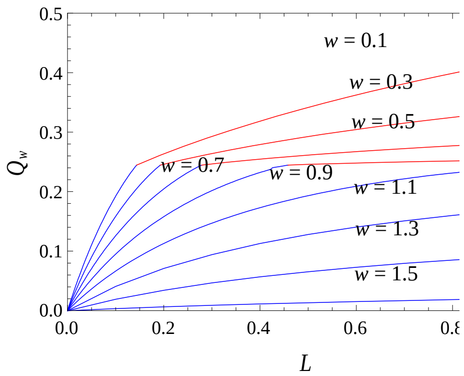
ここで h_{jd} および Q_j は式(35)および(36)を用いて h_{ju} で表される。このとき越流量 Q_w は次式で与えられる。

$$Q_w=-\frac{1}{2}+h_{ju}\sqrt{3-2h_{ju}}+\sqrt{2}\left(h_{jd}\sqrt{E_d-h_{jd}}-h_1\sqrt{E_d-h_1}\right) \tag{41}$$

図−5 は、越流区間で射流から常流に遷移するとき、堰の高さ w を 0.1 から 0.9 まで変化させたときの越流幅 L と越流量の関係を表した図である。図−6 は、図−3 と図−5 を合わせたものであり，越流区間で常流である場合と射流から常流に遷移する場合の越流幅 L と越流量 Q の関係を表したものである。越流区間全域で常流である場合から射流生じる場合の変わり目のところでは，上流端では限界水深をとり $L_{\max}$ となっている。これより，Fr 数が同じであるとき，堰の高さ w の値に関係なく $L_{\max}$ となるときの流量は同じになるということが分かる。



図−5　越流区間で射流から常流に遷移するときの越流量と越流幅の関係



図−6　越流量と越流幅の関係

横越流量は、また図-6 より越流区間に射流が現れると大きく減少し，決壊口が広がってもあまり増加しなくなる。

3.4 理論値と実験値の比較

図−8 に室田ら [3]の実験結果との比較を，図−8 には秋山らの実験結果との比較を示す。いずれの図も理論値と実験値の一致はあまり良くない。ここでは簡便のために流量係数 C_M として一定値を用いているが，実際は Froude 数や越流区間の高さ等の関数となることが知られている。ここでも流量係数をパラメータの関数として表せば，実験値と理論値の一致はより改善することが期待できる。

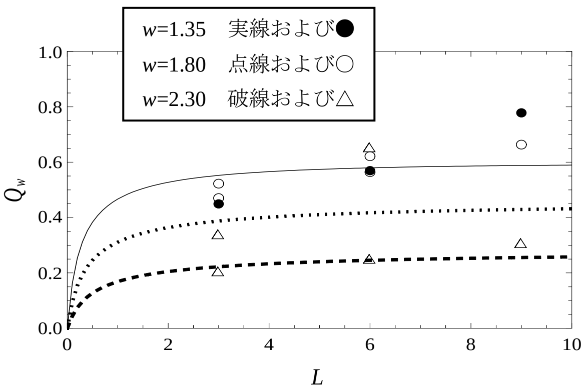


図-7 室田ら [3]の実験結果との比較

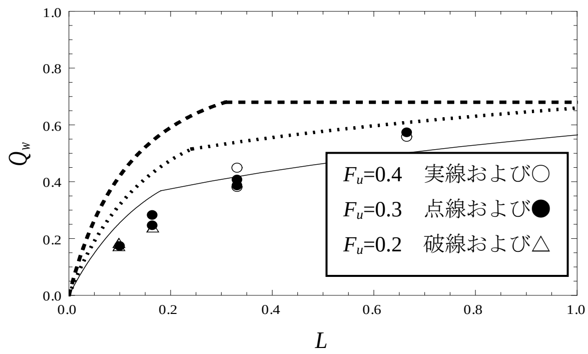


図-8 秋山ら [4]の実験結果との比較

4. おわりに

De Marchi の式を基にして，横越流現象を明らかにすると同時に、決壊口から取得可能な情報などから流量を推定する方法を提案した。いずれの場合も、フルード数・越流幅・川幅・決壊口高さがわかれば横越流量を推定することができる。

今回は、越流幅が決まっている場合での横越流量の予測式を提案しているのだが、越流幅の時間変化を表現するモデルを求めていきたい。決壊口の広がる速度が横越流量と関係付けられれば，越水破堤を簡便にモデル化することが可能となる。決壊口が時間経過とともに広がるという現象は越流によって，決壊口の側面および底面、そして天端上に生じるせん断力の影響を受けているからだと考えられる。また、せん断力は越流流速を用いて表現することが可能なので、越流幅の時間変化を表現するモデルの構築の前に越流流速の予測式をたてなければならない。求めた予測式やモデル式に対して用いる実験値としては、平成 22~23 年度に行われた千代田実験水路での越水破堤実験データ集のデータを参考にする。

参考文献

1) 島田友典・横山　洋・平井康幸・三宅　洋: 千代田実験水路における氾濫域を含む越水破堤実験，水工学論文集 Vol. 55, S841-S846, 2010.

2) 中川博次・中川　修: 横越流ぜきの特性について，京大防災研年報，第 11 号 B, pp. 249-265, 1968.

3) 室田　明・福原輝幸・鋤田義浩: 横越流堰の越流量の評価に関する研究，土木学会論文集，第 363 号/II-4, 1985.

4) 秋山壽一郎・重松末玲・大庭康平: 直線河道における破提氾濫流の横越流特性と流量式の改善，水工学論文集，第 55 巻, 2011.