平成24年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第69号

KMR-MB(Kinematic Mesh Reconstruction-Movable Bed)法を用いた河床変動計算

Calculation of riverbed variation with Kinematic Mesh Reconstruction method

北海道大学工学部　環境社会工学科国土政策学コース　○学生員　山蔦涼　(Yamatsuta Ryo)
北海道大学　工学研究院環境フィールド工学部門　正　員　木村一郎　(Ichiro Kimura)
北海道大学　工学研究院環境フィールド工学部門　学生員　岩崎理樹　(Toshiki Iwasaki)
北海道大学　工学研究院環境フィールド工学部門　正　員　清水康行　(Yasuyuki Shimizu)

1. はじめに

河川流や河床変動現象を検討する場合、現象の空間スケールの時空間的偏在や、その動的変化が問題となり、現象の解明や予測を困難なものとする例が多々みうけられる。例えば、河川流中に橋脚がある場合を例にとると、橋脚周辺の馬蹄渦やカルマン渦のような流れ現象、局所洗掘のような河床変動現象に対し、砂州や洪水流などの現象は 1 オーダー以上空間スケールが大きいと考えられる。しかし、その相互作用については無視できない場合が多いことは、橋脚の影響が河川の上下流域の広範囲に及ぶことからも理解できよう。このような現象を数値解析モデルで検討する場合、小さい方のスケールの現象を捕捉できるモデルを構築することが必要で、均等な格子幅の計算格子を用いることは極めて不経済となる。そこで、一般曲線座標系による格子幅のストレッチや、非構造格子を用いて局所的に解像度を上げることなどが行われる。前者は現在の河川数値解析モデルの主流ともいえるものであるが、格子形成作業が複雑であることと、極端な空間スケールの変化には対応できないという欠点を有する。後者は空間スケールの変化には柔軟に対応できるものの、時間的なスケール変化への追従は困難である。一方、前述の手法では基礎式を一般化する際の誤差の数値発生が避けられないという欠点を有するため、デカルト座標系の基礎式をそのまま用いるモデルも提案されている。最近安田ら [3]はデカルト座標ベースに格子の四分木型 [4]の格子局所分割を適用した手法で河川流の解析を行い、その有用性を示した。しかし、静的格子手法であるため時間的スケール変化に対応できない。これに対し斎藤ら [1]は、動的マルチレベル法の一種である KMR（Kinematic Mesh Reconstruction）法により橋脚周辺の非定常流れ場を効率的に再現できることを示した。

本研究の目的は、斎藤ら [1]による KMR 法を非定常河床変動場に拡張した KMR-MB（KMR-Movable Bed）法を提案し、その妥当性を示すものである。実用的かつ経済的なツールとするため、流砂モデルは平衡型モデルとし、河床の地形スケールが小さい箇所で格子を小さく切り分けるため、河床面の平均曲率を格子分割基準パラメータとして用いることを提案する。本モデルを Akahori ら [2]による交互砂州の形成実験に適用し、実験結果と計算結果を比較することによりモデルの精度と経済性を検証する。

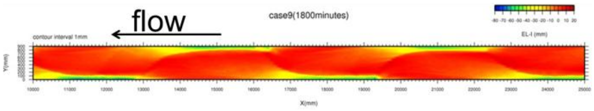

図-1 t=1800min における実験の河床変動コンタ

2. 計算対象とする流れ場

本研究では平面二次元モデルで再現可能な動的河床変動現象であり工学的にも重要である交互砂州を取り上げ、Akahori ら [2]の実験を検証実験としてモデルの検証を進める。実験は、独立行政法人土木研究所寒地土木研究所に設定された長さ 50m、幅 90cm、勾配 1/200 の水路を用いて行われた。底面には平均粒径 0.76mm の硅砂を敷き詰め流量 6.4l/s の一定流量で通水された。全通水時間は 2400 分であり、途中で数回にわたり河床面計測がレーザー砂面計により流れ方向 10cm、横断方向 5mm の間隔で実施された。図-1 に通水開始後 1800 分の時点の河床面の様子を示す。極めて規則的な交互砂州が出現しており、その周期は約 6m である。

3. 数値解析法

(1) KMR 法の概要

a) 格子の動的分割結合方法

本研究では斎藤ら(2011) [1]による KMR 法を河床変動計算へ拡張して用いる。KMR 法は浅水流における水深積分型 URANS モデルとデカルト座標動的マルチレベル格子を組み合わせた手法である。格子分割数は x 方向と y 方向で異なる整数を任意に設定できるが、本節では両方向とも分割数を 2 とする四分木型の場合を例として説明する。実際に基礎式を解いて値を求めるセルを「計算セル」と称す。格子層位 L=2 の場合の計算セルは図-2 の通りである。スタガード型変数配置を採用するため、水深はセル中心、流速、流砂量は図の Computational edge で計算する。これらの物理量を計算するにあたり、計算セルの周囲に境界条件となる値をストアするセルが必要となる。これには、高位のセルから外挿する「外挿セル」と、低位のセルから内挿する「内挿セル」の二つが存在し、計算セルに接続する格子の層位によって使い分ける。図-3、図-4 に L=2 の場合の外挿セル、内挿セルの配置をそれぞれ示す。例えば内挿セルについては、図-4 の

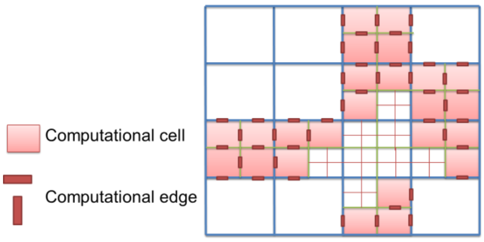

図-2 格子層位 L=2 の計算セルの配置

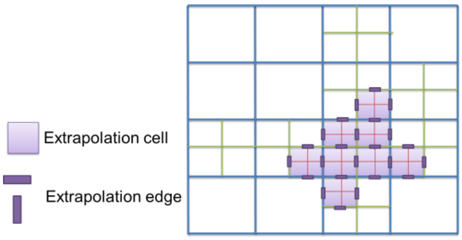

図-3 格子層位 L=2 の外挿セル配置

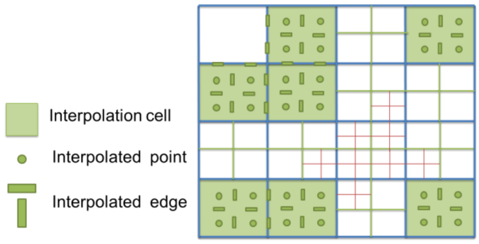

図-4 格子層位 L=2 の内挿セル配置

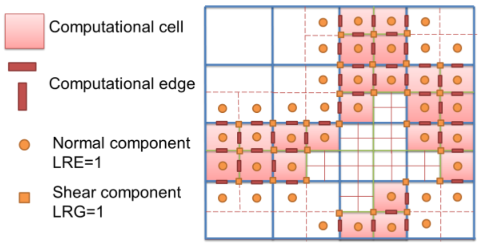

図-5 格子層位 L=2 のレイノルズ応力配置

interpolated point に水深を内挿し、interpolated edge に流速を内挿しておく。一方、レイノルズ応力については、法線成分とせん断成分で定義位置が異なり、法線成分についてはセル中心で、せん断成分については格子点で定義されている。これは、構成則の計算を高精度で行うためである。図-5 に L=2 の計算に必要なレイノルズ応力の定義点を示す。このうち、法線成分については内挿セルの一部にも値をストアしておく必要がある。これにはレイノルズ応力そのものの内挿を行うのではなく、ストアされた流速から直接計算することで、精度の低下を防ぐ。また、内挿セルであっても一つ前のステップで計算セル、あるいは外挿セルであった場合には既に値がストアされているので内挿の必要はなく、誤って内挿値を上書きすると精度の低下を招く。

b) 格子分割基準パラメータ

河床変動計算の場合、河床地形のスケールに応じた格子分割結合を行うことが考えられる。このための基準パラメータとしては、河床勾配、川岸や構造物までの距離、流砂量、シールズ数などが考えられる。本研究では河床の凹凸スケール直接表すパラメータとして、次の平均曲率 C_{avb} を用いている。

$$C_{avb}=\frac{1}{2}\left(\left|\frac{\partial^2 z_b}{\partial x^2}\right|+\left|\frac{\partial^2 z_b}{\partial y^2}\right|\right)\max[\Delta x_{\max},\Delta y_{\max}] \tag{1}$$

ここに、z_b: 河床高、x, y: 平面デカルト座標系、Δx_{max}, Δy_{max}：それぞれ、x, y 方向の格子層位 L=1 の最大格子である。上式で曲率に絶対値をとって平均しているのは、鞍形点のような場合にも曲率が打ち消されないようにするためであり、格子の最大値を掛けているのは無次元パラメータとするためである。格子分割を行うか否かの閾値については、斎藤ら [1]は試行錯誤的に定数で与えていたが、本研究では次の関係を満たすような閾値を計算途中に一定時間ステップ毎（1000 ステップ毎とした）に動的に変化させた。

$$\sum_{L=k+1}^{L\max}A_L \Big/ \sum_{L=k}^{L\max}A_L = R_k \tag{2}$$

ここに、A_k: 格子層位 $L=k$ の計算領域の面積、R_k：格子分割比率であり、R_k を大きくとると、細分化される格子の比率が大きくなり精度は向上するが計算時間は増加する。本研究ではこの値を各層共通に 0.7 としている。

(2) 流れのモデル

a) 基礎式

流れの基礎式は、次に示すデカルト座標系におけるレイノルズ平均された浅水流方程式である [5]。

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}=0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{\partial \beta u M}{\partial x}+\frac{\partial \beta v M}{\partial y}+gh\frac{\partial (h+z_b)}{\partial x}=-\frac{\tau_{bx}}{\rho}+\frac{\partial -\overline{u'^2}h}{\partial x}+\frac{\partial -\overline{u'v'}h}{\partial y}+\nu\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right\} \tag{4}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial \beta u N}{\partial x}+\frac{\partial \beta v N}{\partial y}+gh\frac{\partial (h+z_b)}{\partial y}=-\frac{\tau_{by}}{\rho}+\frac{\partial -\overline{v'u'}h}{\partial x}+\frac{\partial -\overline{v'^2}h}{\partial y}+\nu\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\} \tag{5}$$

ここに、h：水深、(U, V)： 水深平均流速ベクトルの x、y 方向成分、(M, N)： 流量フラックス ($M=hU$, $N=hV$); $-\overline{u_i u_j}$ ：水深平均レイノルズ応力テンソル($u_1=u$、$u_2=v$) 、(τ_{bx}, τ_{by})：底面摩擦応力、ν：動粘性係数、β ：運動量係数 (乱流では 1.0、層流では 1.2 とした) をそれぞれ表す。底面摩擦応力については次のように評価した。

$$\tau_{bx}=\frac{f\rho u}{2}\sqrt{u^2+v^2}\ ;\quad \tau_{by}=\frac{f\rho v}{2}\sqrt{u^2+v^2} \tag{6}$$

ここに、f は摩擦係数であり、局所的なレイノルズ数 $Re'\equiv Uh/\nu$ の関数として次のように与えられる。

$$f=6/R_e' \quad , \quad (R'_e\le 430) \tag{7a}$$

$$\sqrt{2/f}=A_s-\left[1-\ln\left(R_e'-\sqrt{f/2}\right)\right]/\kappa,(R_e'>430) \tag{7b}$$

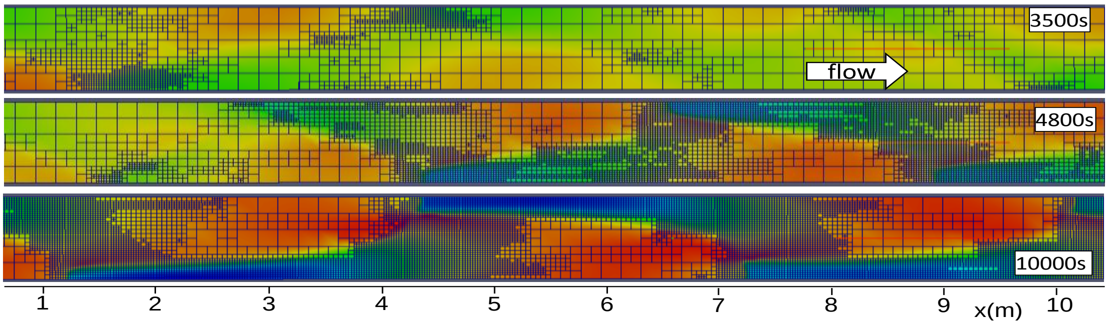

図-6 KMR-MB 法による計算結果（河床変動コンターと格子分割）（上：t=3500sec、中:t=4800sec、下:t=10000sec）

$$R_e' \equiv \sqrt{U^2+V^2}\,h/\nu \qquad (7c)$$

ここに、κ はカルマン定数(=0.41)、A_s は滑面乱流で一般的に用いられる定数 5. 3 を用いた。

b) 乱流モデル

乱流モデルは木村ら [5、6]が開発した、修正二次非線形ゼロ方程式モデルを用いた。本モデルの構成則は次のように表される。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}k\delta_{ij} \qquad (8)$$

$$-\lambda_p\frac{h}{u_*}\nu_t\sum_{\beta=1}^{3}C_\beta\left(S_{\beta ij}-\frac{1}{3}S_{\beta\alpha\alpha}\delta_{ij}\right)+C_{ij}u_*^2,(i,j)=1,2$$

$$S_{1ij}=\frac{\partial U_i}{\partial x_\gamma}\frac{\partial U_j}{\partial x_\gamma},S_{2ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_\gamma}{\partial x_i}\frac{\partial U_j}{\partial x_\gamma}+\frac{\partial U_\gamma}{\partial x_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_\gamma}\right),S_{3ij}=\frac{\partial U_\gamma}{\partial x_i}\frac{\partial U_\gamma}{\partial x_j}$$

$$\alpha(M)=\min\left[0.2,0.3\gamma_k\lambda_p/\left(1+0.09M^2\right)\right]$$

$$C_{xx}=\frac{\gamma_k}{3}(C_3-2C_1),C_{yy}=\frac{\gamma_k}{3}(C_1+C_3),C_{xy}=0$$

$$C_1=0.4f_M(M),C_2=0,C_3=-0.13f_M(M),M=\max[S,\Omega]$$

$$k=\gamma_k u_*^2,\gamma_k=2.07,\lambda_p=\alpha/(\gamma_k C_\mu)=1.07$$

$$f_M(M)=\frac{1}{1+0.02M^2}$$

$$S=\lambda_p\frac{h}{u_*}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2},\Omega=\lambda_p\frac{h}{u_*}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)^2} \qquad (9)$$

渦粘性係数は次のゼロ方程式モデルで評価する。

$$\nu_t=\alpha(M)\cdot hu_* \qquad (10)$$

(3) 河床変動のモデル

$$q_{Bs}=\frac{K}{\left(1+\frac{\partial z_b}{\partial s}\Big/\mu_c\right)}\left[\tau^*-\tau_c^*\left(1+\frac{\partial z_b}{\partial s}\Big/\mu_c\right)\right]$$

$$\times\left[\tau^{*1/2}-\tau_c^{*1/2}\left(1+\frac{\partial z_b}{\partial s}\Big/\mu_c\right)^{1/2}\right]\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd^3} \qquad (11)$$

河床変動は掃流砂のみを考慮し、平衡流砂量式で河床勾配が流砂量に及ぼす影響を考慮した Kovacs & Parker モデル [7]を簡略化した次の山口・泉の式 [8]で評価する。ここに、z_b:河床高、q_{Bs}:流線方向の掃流砂量、K:補正関数、s:流線方向の座標、μ_c:動摩擦係数、τ^*:無次元掃流力、τ^*_c: 無次元限界掃流力、σ：河床材料の密度（2650kg/m^3）、ρ：水の密度（1000kg/m^3）をそれぞれ表す。一方、横断方向の流砂量 q_{Bn} については、次の長谷川式 [6]により評価する。

$$q_{Bn}=q_B{}^{AM}\left[-\frac{h}{r}N_*-\frac{\partial z_b}{\partial n}\sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s\mu_c\tau_*}}\right] \qquad (12)$$

$$q_B{}^{AM}=K\left[\tau^*-\tau_c^*\right]\left[\tau^{*1/2}-\tau_c^{*1/2}\right]\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\rho}-1\right)gd^3} \qquad (13)$$

ここに、n:横断方向の座標、μ_s:静止摩擦係数、r:流線の曲率半径、N_*: 定数(=7)をそれぞれ表す。河床の連続式は、

$$\frac{\partial z_b}{\partial t}+\frac{1}{1-\lambda}\left[\frac{\partial q_b{}^x}{\partial x}+\frac{\partial q_b{}^y}{\partial y}\right]=0 \qquad (14)$$

である。ここに、λ:河床砂の空隙率、$q_b{}^x$: x 方向の掃流砂量フラックス成分、$q_b{}^y$: y 方向の掃流砂量フラックス成分をそれぞれ表す。

4．計算結果と考察

(1) 計算条件

計算の水理条件は前述 2.の Akahori ら [2]の実験と同一とした。計算条件として、上下流端に周期境界条件を設け、計算領域は 12.06m とした。基本格子（L=1 の最大格子幅）は x、y 方向ともに 18cm とし、格子数は 67×5 である。最大格子層位は Lmax=4 とした。Lmax=4 における格子数は、536×40 である。比較のため、L=1 の固定格子とした場合、L=Lmax=4 の固定格子とした場合についても計算を実施した。計算時間は 10000 秒とした。

(2) 再現性の比較

図-6 に KMR-MB 法による t=3500、4800、10000(s)の計算結果の河床変位コンターと格子分割の様子を示す。河床の凹凸が発達するにつれて、次第に格子が分割されていき、砂州の峯や谷の部分の曲率が大きいところで格子の細分化が進む様子が確認できる。図-7 と図-8 は、中心軸上および右岸から 10cm の軸上の主流方向の河床分布を実験、L=1 固定格子、KMR 法、L=Lmax 固定格子、の４通りで比較したものである。KMR 法の結果は、L=Lmax(=4)の固定格子の計算結果とほぼ同様であり、

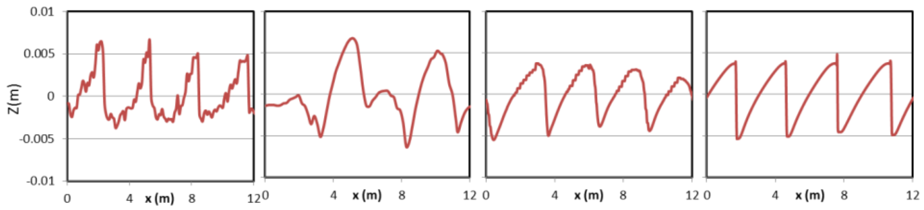

図-7 中心軸上の河床変位（左から、実験結果、計算（L=1 格子固定、KMR、Lmax 格子固定）

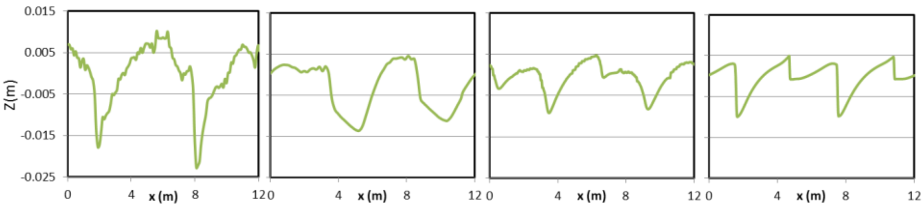

図-8 右岸から y=10cm の軸上の河床変位（左から、実験結果、計算（L=1 格子固定、KMR、Lmax 格子固定）

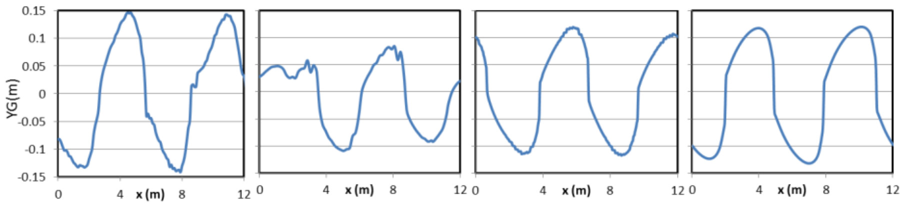

図-9 流水断面図心位置の流方向分布（左から、実験結果、計算（L=1 格子固定、KMR、Lmax 格子固定）

実験における河床の振幅の様子をほぼ忠実に捉えている。一方、L=1 固定格子では、計算が途中で停止する結果となった。これは、砂州が水面に達したことが原因であると考えられる。図-9 は流水横断断面の図心の位置を水路中心を y=0 としてプロットしたものであり、KMR と L=Lmax 固定格子の計算結果は実験とほぼ適合している。

(3) CPU 時間の比較

CPU 時間については、L=Lmax=4 の固定格子とした場合を基準とすると、KMR による計算時間は約 55%であった。

５．おわりに

本研究は、浅水乱流のマルチレベル格子法として提案された KMR 法を河床変動に拡張した KMR-MB 法について、砂州の形成に関する再現計算を実施することにより、その有用性を検証したものである。格子分割基準パラメータとしては河床の平均曲率を採用し、閾値を分割領域割合を基準として動的に変化させる計算アルゴリズムを提案した。計算結果は実験結果と良好に適合し、計算時間については、固定格子法に比べて 45%程度の時間短縮となり工学的有用性が示された。今後は砂州以外の多くの現象においても検証を実施していきたい。

参考文献

1) 齊藤真治･木村一郎･清水康行：KMR法を用いた水深積分モデルによる橋脚周辺の非定常流構造の再現計算，土木学会論文集 B1(水工学) Vol.68, No.4, I_847-I_852, 2012.

2) Akahori, R., Yamaguchi, S., Kimura, I., Iwasaki, T., Shimizu, Y. and Hasegawa, K.: Evolution of channel bed topography in a 50-meter laboratory flume under various hydraulic conditions of bar instability and resonance, RCEM2011,Beijing, pp.1998-2009, 2011.

3) 安田浩保，星野剛：四分木構造格子による局所的な高解像度格子を導入した浅水流方程式の数値解析法，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.67，No.2，I_693-I_702, 2011.

4) Krámer, T. and Józsa, J.: A quadtree mesh readaptation technique for the simulation of unsteady flow and transport, RiverFlow2008, Izmir, pp.2051-2059, 2008.

5) I. Kimura, Wim S. J. Uijttewaal, T. Hosoda and Md. Shahjahan, Ali : URANS Computations of Shallow Grid Turbulence , Journal of Hydraulic Engineering,ASCE, Vol.135, No.2, pp.118-131,2009.

6) 木村一郎，細田尚：開水路せん断混合層の流れ構造に対する水深積分型修正ゼロ方程式モデルの適用性，土木学会論文集，第 48 巻，pp.673-678,2004.

7) Kovacs A. and Parker G.: A new vector bed load formulation and its application to the time evolution of straight river channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 267, pp. 153–183, 1994.

8)山口里実，泉典洋：デューン-平坦床遷移過程にみられる亜臨界分岐現象，土木学会論文集，740 号，pp.75-94，2003