

弾性体中多層カーボンナノチューブの弾性体性質変化に対する 座屈特性の比較検討

Analytical investigation on buckling characteristics of multi-walled carbon nanotubes embedded in various elastic

北海道大学大学院工学院

山梨大学大学院医学工学総合研究部

北海道大学大学院工学研究科

○学生員 池田哲郎 (Tetsuro Ikeda)

島弘幸 (Hiroyuki Shima)

正員 佐藤太裕 (Motohiro Sato)

1. まえがき

カーボンナノチューブ(Carbon Nanotube, 以下 CNT)とは、炭素原子が蜂の巣状の六員環ネットワークが連なり、形成されたグラフェンシートが丸まることで、円筒状になった物質である。単層のものを単層カーボンナノチューブ(Single-Walled Carbon Nanotube, 以下 SWNT), 多層のものを多層カーボンナノチューブ(Multi-Walled Carbon Nanotube, 以下 MWNT)という。CNT は非常に特異な力学的性質、高い電気伝導性、熱伝導性を持つことで知られている。例えば、軸方向には鋼の数倍のヤング係数をもつ一方、半径方向は非常に高い弾性力を持ち、圧力に対してしなやかに変形することが分かっている。

本研究では CNT の力学的特性に着目し、周囲を弾性体に囲まれた MWNT に等方性の圧力を加えることで、どのような座屈挙動を示すのか解析した。特に、様々な厚さ、剛性の弾性体を想定し、座屈荷重や断面変形を比較検討し、周囲の弾性体が CNT に及ぼす影響を明らかにすることを目的としている。

2. 解析モデル

図-1 は解析対象とする弾性体中における CNT のモデル図を示したものである。これは、様々な金属やセラミック材料に CNT を埋め込んだ場合を想定している。 N 層の MWNT(ヤング係数 E , 弾性体ヤング係数 E_c , ポアソン比 ν , 層厚 h , i 層における半径 a_i , 円筒の中心から弾性体外端までの距離 a_e)を円筒シェルとしてモデル化し、半径方向に対し圧力が作用する状態を考える。CNT は径に対し非常に長い構造であることから平面ひずみ状態であることを仮定し、径に対し非常に薄いとして薄肉理論を採用する。

3. 定式化

この場合の MWNT の全ポテンシャルエネルギーは、円周方向の伸びによるエネルギー U_M と曲げによるエネルギー U_B , 弾性体に生じるエネルギー U_C , 近接する層間に作用する vdW 力によるエネルギー U_I , 外圧力 p によるエネルギー Ω の総和として次式で表される。

$$U = U[u_i, v_i, p] = U_M + U_B + U_I + U_C + \Omega \quad (1)$$

i 層の半径方向および円周方向における座屈変位を u_i, v_i として、 N 層における MWNT の U_M, U_B はそれぞれ以下のように表すことができる¹⁾。

$$U_M = \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i a_i^2}{2} \int_0^{2\pi} \left[\frac{v_i' + u_i}{a_i} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_i - u_i'}{a_i} \right)^2 \right] d\theta \quad (2)$$

外圧力 p

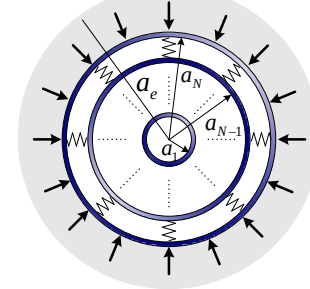


図-1 解析モデル

$$U_B = \sum_{i=1}^N \frac{\beta_i a_i^4}{2} \left(\frac{v_i' - u_i''}{a_i^2} \right)^2 d\theta \quad (3)$$

また、 α_i, β_i は、以下のように表される。

$$\alpha_i = \frac{Eh}{(1-\nu^2)a_i}, \quad \beta_i = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)a_i^3} \quad (4)$$

U_I は文献²⁾より次式で表すことができる。

$$U_I = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{c_{i,i+1}[(a_i + a_{i+1})/2]}{2} \int_0^{2\pi} (u_i - u_{i+1})^2 d\theta \quad (5)$$

弾性体に生じるエネルギー U_C , 外圧力によるエネルギー Ω は N 層のみにあらず、次式で表される。

$$U_C = -\frac{1}{2} a_N \int_0^{2\pi} \left[\left(S_1 u_N + \frac{1}{n} S_2 v_N' + S_0 u_N \right) u_N + \left(-\frac{1}{n} S_2 u_N' + S_1 v_N \right) v_N \right] d\theta \quad (6)$$

$$\Omega = p \int_0^{2\pi} \left[u_N a_N + \frac{v_N^2 - u_N v_N' + u_N v_N' + u_N^2}{2} \right] d\theta \quad (7)$$

ここで S_0, S_1, S_2 は、単位長さあたりの応力を表しており、 S_0 は釣り合い変形時の半径方向応力、 S_1, S_2 はそれぞれ座屈変形時の半径方向応力と円周方向応力を表している³⁾。

上記の過程により得られたポテンシャルエネルギーに変分原理を適用することによって、座屈現象に対応する支配方程式を得ることができる。その支配方程式に対して座屈後の変位を座屈形状の波数 n を用いて表す。

$$\begin{aligned} v_i &= B_i \sin n\theta \\ u_i &= C_i \cos n\theta \end{aligned} \quad (8)$$

これを支配方程式に代入することにより、以下の代数方程式を得られる。

$$\mathbf{V}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (9)$$

これより座屈荷重は次式により得られる.

$$\det(\mathbf{V}) = 0 \quad (10)$$

4. 解析結果

図-2 は, 弾性体厚さの変化に対する 5 層 MWNT の座屈荷重変化を示したものである. 縦軸は, 弾性体が無限に存在する状態の座屈荷重を基準として, 弾性体厚さが有限長の MWNT 座屈荷重を表している. 3 本の曲線は, CNT 剛性に対する弾性体剛性比により分けられており, $E_C/E = 0.1, 0.01, 0.001$ を示している. いずれの曲線も $a_e/a_N = 3$ 以下, すなわち弾性体厚さが比較的小さい範囲において座屈荷重が急激に増加したのち, 弾性体厚さの増加に伴い収束することが読み取れる. 特に, 弾性体剛性が高い弾性体ほどこの傾向は顕著に見られる. したがって, 弾性体厚さが小さい状況下では弾性体厚さの変化が座屈荷重に大きく影響を与える一方, 厚さが大きい状況下, 特に $a_e/a_N = 5$ 以上の範囲では, 弾性体厚さの変化が座屈荷重に与える影響が少なく, 弾性体が無限に存在する状態とほぼ一致しているといえる.

図-3 は $a_e/a_N = 1.2$ における弾性体中 SWNT の内径変化に対する座屈荷重変化を示したものである. 弾性体剛性が小さくなるほど, 弾性体が存在しない状況下の座屈荷重に近づくことが分かる. $E_C/E = 0.001$ における座屈荷重に注目すると, $E_C/E = 0$ とほぼ一致することから, 弾性体が CNT に与える影響は限りなく小さいといえる. また $E_C/E = 0.01$ でも, 座屈荷重が少し増加しているものの, $E_C/E = 0.001$ と比較し, 大きな変化は見られない. 一方 $E_C/E = 0.1$ では, $E_C/E = 0.01$ と比較して座屈荷重に大きな差が見られる. 以上より, $0.01 < E_C/E < 0.1$ において弾性体の影響が大きく変化すると考えられる.

図-4 は $E_C/E = 0.1$ の 15 層 MWNT の座屈形状を示したものである. 変位振幅に注目すると, 周囲に弾性体が存在しない場合は内層に向かうにつれて減少する傾向がみられるが, 弾性体が存在する場合は最外層が周囲の弾性体に拘束されることにより, 数層内側で変位振幅が最大となる. $a_e/a_N = 1.1$ のように弾性体厚さが小さい状況下でも最外層の拘束がみられることから, 弾性体が極めて薄い場合でも CNT に影響を与えるといえる. また, $a_e/a_N = 1.1$ と 100 で比較すると, 弾性体厚さの増加に伴い変位振幅の増加や座屈波数の変化が確認できた. 以上より, 弾性体厚さの変化は断面形状に影響するといえる.

5. まとめ

本研究から以下の知見が得られた.

- 弾性体厚さが小さい状況下では座屈荷重に変化が見られるが, 弾性体厚さの増加に伴い座屈荷重は収束することから, 一定の厚さに達すると弾性体が無限に存在するときのものと近似できる.
- $0.01 < E_C/E < 0.1$ において CNT に与える弾性体の影響が大きく変化し, $E_C/E < 0.001$ では弾性体と与える影響は限りなく少ない.
- 弾性体が比較的薄い場合においても弾性体が CNT の座屈形状に影響を与えることが分かった. また, 弾性体厚さの変化は断面形状に影響を与えるといえる.

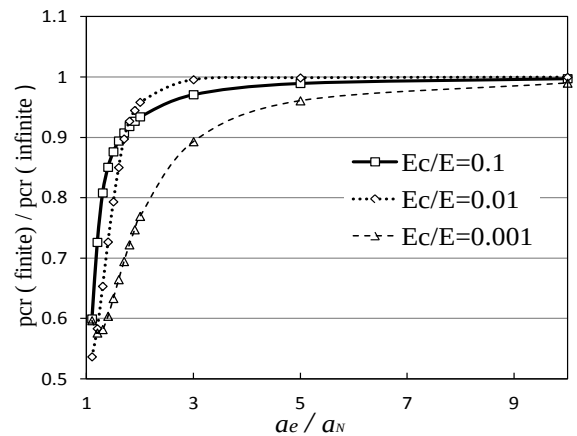


図-2 5層 MWNT による座屈荷重変化

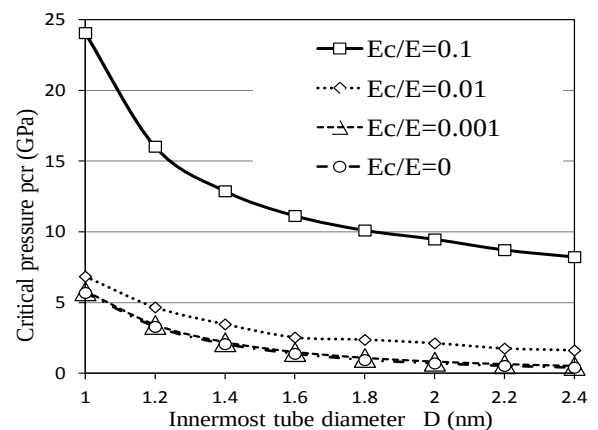
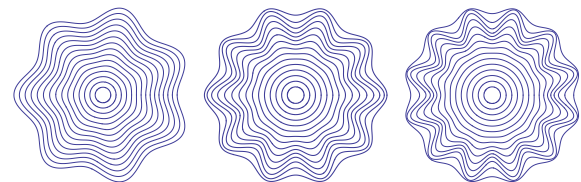


図-3 弾性体中 SWNT の座屈荷重変化



波数 $n=7$ $n=10$ $n=12$
 a_e/a_N 0 1.1 100

図-4 15層 MWNT における座屈形状の例

謝辞

本研究は JSPS 科研費若手研究(A) (課題番号: 24686096, 研究者代表: 佐藤太裕) の助成を受け実施したものです. 関係各位にお礼申し上げます.

参考文献

- 1) B.O. Bruth and B.O. Almroth: Buckling of Bars, Plates and Shells, McGraw-Hill, 1975
- 2) H. Shima, S. Ghosh, M. Arroyo, K. Iiboshi, M. Sato : Thin-shell theory based analysis of radially pressurized multiwall carbon nanotubes. Computational Materials Science. Volume 52, Issue 1, February 2012, Pages 90-94
- 3) M. Sato, M. H. Patel : Exact and simplified estimations for elastic buckling pressure of structural pipe-in-pipe cross sections under external hydrostatic pressure. J Mar Sci Technol (2007) 12:251-262