水面上の熱輸送拡散速度計測

Measurements of heat transfer diffusion velocity on the surface

北海道大学工学部 学部４年　○学生員　佐藤駿一（Shunichi Sato）
北海道大学工学部准教授　正会員　渡部靖憲（Yasunori Watanabe）

1. はじめに

海面水温の変化は蒸発による大気－海洋間熱水分輸送を通じた気象、海象の修正及び表面更新に伴う海洋表層の熱環境、さらには海洋生態系に大きな影響を与える。この海面温度は日照による熱供給だけではなく、海上風、津波による撹乱、表層鉛直循環流、さらに海流によって、広域レンジのスケールで変化する移流拡散により複雑に変化するため、局所熱環境を評価するためには、適切な熱フラックス輸送速度分布を見積もる必要がある。しかしながら、移流及び拡散が同時に発生するスカラー量の輸送速度計測技術に関する研究は十分でなく、さらに前述のような複合スケールの輸送形態をもつ海表面温度を計測するためにはプリミティブな計測技術の導入が必要である。

連続した撮影画像を基にした面的計測法には、流体中に粒子を混入し粒子パターンの相関あるいは粒子追跡により粒子の輸送速度を決定するParticle Image Velocimetry（PIV）、Particle Tracking Velocimetry（PTV）と粒子を使わず画像濃度の準保存的性質から移動速度を決定するグラディエント法（gradient-based method）など多くの技術がある。前者は高速で処理可能なため流体計測に多くの適用例があるものの、粒子を混入させる必要があるため、温度のようなフラックス計測には適用できない。後者は計測コストが高い点と、対象に応じ未定係数を設定しなければならない不確実性があるものの、画像濃度変化のみから速度推定が可能であるため、応用範囲は広い。

本研究は、グラディエント法のうち、変分原理をベースとしたspatio-global-optimization（SGO）法、及び最小二乗法による解法により、計測精度、信頼性、及びその特徴を調査すると共に、移流、拡散を伴う流れの赤外線熱計測、そして衛星画像をベースにした全球海面水温の客観データに対して、熱輸送速度を測定し本計測方法の応用性を議論するものである。

2. 解析方法の概要

ここでは、連続画像を解析するにあたっての基本的なアルゴリズムを紹介し、具体的な流速算定方法を提示する。

まず、連続した2枚の画像を考える。このとき、染料の濃度分布は変化せずに移動する局所定常性であることを仮定する。初めの画像について、染料の濃度分布を$I_0(x, y)$としたとき。 Δtだけ経過した画像の濃度分布を$I_1(x, y)$。各グリッド毎の速度を$u(x, y)$, $v(x, y)$とする。$I_0(x, y)$と$I_1(x, y)$の関係式は以下のように表わせる。

$$I_1 = I_0 + \frac{\partial I}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial I}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial I}{\partial t}\Delta t \tag{1}$$

また(1)式から

$$F = I_1 - I_0 = \frac{\partial I}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial I}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial I}{\partial t}\Delta t = 0 \tag{2}$$

$$f = u\frac{\partial I}{\partial x} + v\frac{\partial I}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial t} \tag{3}$$

となり、ここでは(3)式のf)を最小化するu, vを求めることとなる。

$$E = \int_s \left(u\frac{\partial I}{\partial x} + v\frac{\partial I}{\partial y} + \frac{\partial I}{\partial t}\right)^2 ds \tag{4}$$

u, vの求めるには(4)式をを計算していく。計算方法は最小二乗法，または拘束条件を付加した変数分離法を用いる。

a) **最小二乗法（LST）**

Eをu,vで偏微分したものと0とすると、それぞれ

$$u\sum\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + v\sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y} + \sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial t} = 0 \tag{5a}$$

$$u\sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y} + v\sum\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 + \sum\frac{\partial I}{\partial y}\frac{\partial I}{\partial t} = 0 \tag{5b}$$

となる。よってu,vについての式に直すと、

$$u = -\frac{\sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial t}\sum\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 - \sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\sum\frac{\partial I}{\partial y}\frac{\partial I}{\partial t}}{\sum\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2\sum\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 - \left(\sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \tag{6a}$$

$$v = -\frac{\sum\frac{\partial I}{\partial y}\frac{\partial I}{\partial t}\sum\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 - \sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial t}}{\sum\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2\sum\left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2 - \left(\sum\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \tag{6b}$$

となり、このようにLSTを用いた計算方法でu, vを算出する。

b) **変分法**

通常、(3)式をもとに変分法で計算しても解は無い。そのため、拘束条件の付加が必要となる。良く用いられるのは速度の空間変化を最小にする条件であり、spatio-global-optimization（SGO）法と呼ばれる。

$$R = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 \tag{7}$$

$$E = \int_s \left(f^2 + \alpha R\right) ds \tag{8}$$

(8)式を最小化するために付加するRをspatial regularization term、またαはregularization factorと呼ばれる。この式をガウスサイデルの逐次計算で解く。

$$u_{ij}^{n+1} = \frac{1}{\alpha + \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2}\left[\left\{\alpha + \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2\right\}\bar{u}_{ij}^{\,n} - \frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\bar{v}_{ij}^{\,n} - \frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial t}\right] \tag{9a}$$

$$v_{ij}^{n+1} = \frac{1}{\alpha + \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2}\left[-\frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial y}\bar{u}_{ij}^{\,n}\left\{\alpha + \left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2\right\}\bar{v}_{ij}^{\,n} - \frac{\partial I}{\partial x}\frac{\partial I}{\partial t}\right] \tag{9b}$$

$$\bar{f}_{ij} = \frac{1-P}{4}\left(f_{i-1j} + f_{i+1j} + f_{ij-1} + f_{ij+1}\right) + \frac{P}{4}\left(f_{i-1j-1} + f_{i+1j-1} + f_{i-1j+1} + f_{i+1j+1}\right) \tag{10}$$

変数分離法で計算する場合は(9)(10)式を用いる。

3. 数値実験

SGO及びLSTによるスカラー輸送速度計測精度を検証する。初期条件として次式で表わさせるy方向に一様な正規分布で記述される濃度分布を2次元計算領域中央に与える。

$$\mathrm{Co} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \tag{10}$$

濃度Cは流速（u,v）によって移流拡散方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial y} = D\left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}\right) \tag{11}$$

によって時々刻々変化する。ここでDは拡散係数である。初期的に計算領域中央に軸をもつ自由軸がx軸に沿って速度qで移動する流れ場（u,v）における濃度分布から移流拡散流速（u^*,v^*）を算定し、与えた流速（u,v）と比較する。

$$\mathrm{u} = \frac{Ay}{(x-qt)^2 + y^2} \tag{12}$$

$$\mathrm{v} = -\frac{Ax}{(x-qt)^2 + y^2} \tag{13}$$

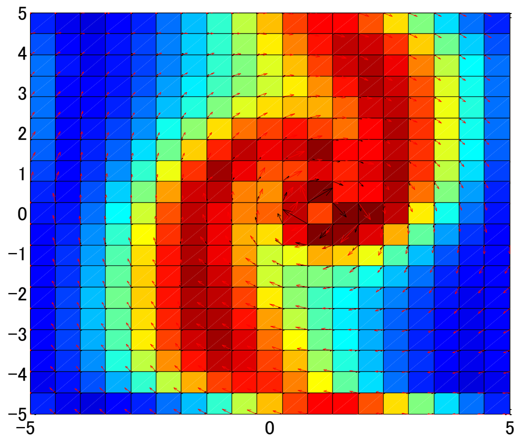

図-1　与えた流速(u,v)（黒）とSGOで算定した流速(u,v)（赤）

図-1は、流速（u, v）で移流される濃度分布とSGOによる算定流速（u^*, v^*）を重ねて表示したものである。渦中央部の高速回転部では濃度が集中し、濃度勾配が明確に現れないため、流速に差異が見られるが、全体として典型的な渦中の流速分布を算定できていることがわかる。

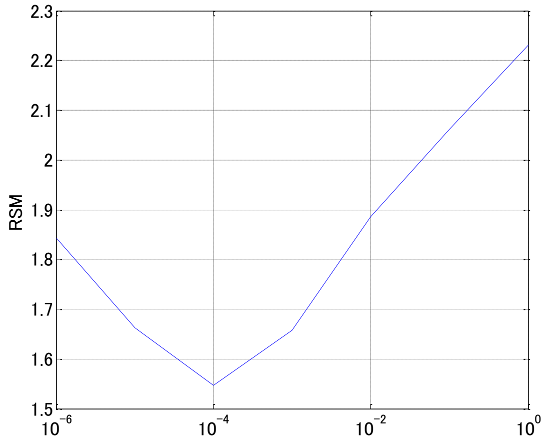

図-2(a)　αに対するRMS誤差（P=1/3）

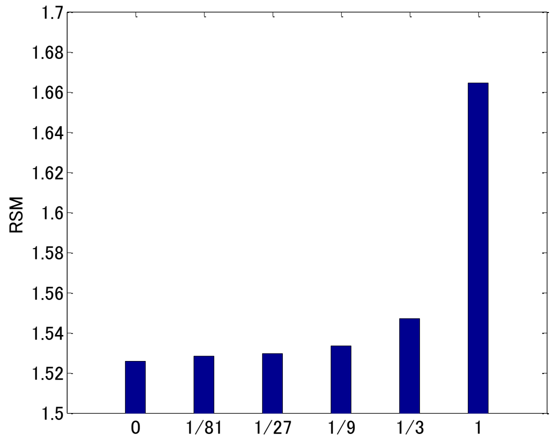

図-2(b)　Pに対するRMS誤差（α=0.0001）

図-2(は、SGOの未定パラメータαとラプラシアンフィルター係数Pに対するRMS流速差を表わしたものである。α=10^{-4}及びP=0において最小誤差で流速の測定可能を表わしている。

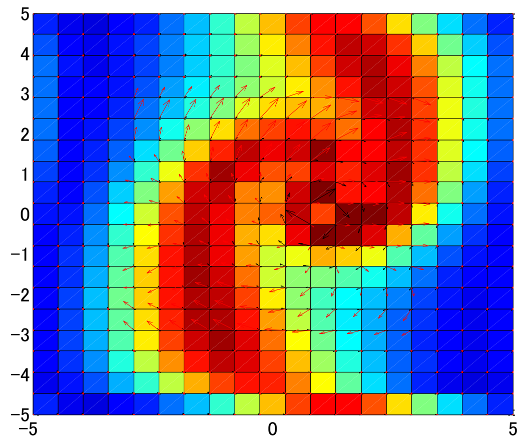

図-3　与えた流速(u,v)（黒）とLSTで算定した流速(u,v)（赤）

図-3はLSTによってさんていした流速の図-1と同様な図だが、SGOと比較すると特に低濃度域で大きな誤差が発生している。

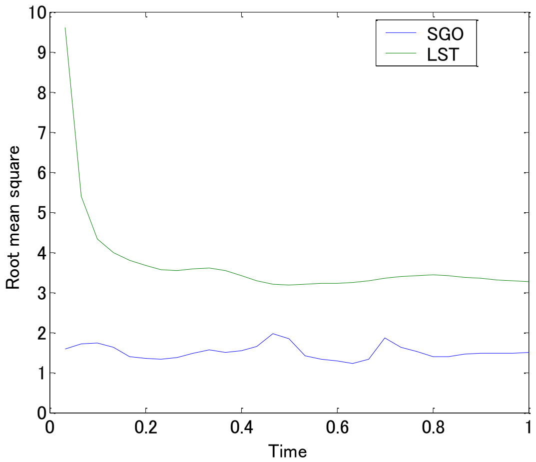

図-4　RMS誤差の時間変化

図-4は、RMS流速差の時間変化についてSGOとLSTの結果を比較したものである。濃度の移流が顕著でない初期段階において、LSTの誤算定は非常に大きく、時間と共に改善されるもののSGOと比較すると倍以上の誤差をもつことがわかる。即ち、最適未定係数を与えたSGOはLSTよりも適切に移流拡散速度を算定可能である。なおLSTにおいて探査領域幅を変化させても誤差レベルは大きく改善されないことも確認している。

4. 計測方法の応用

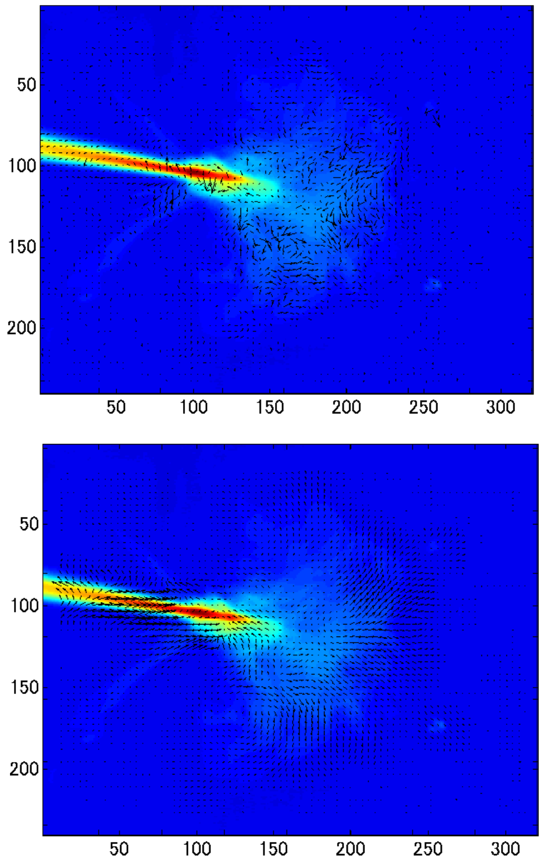

図-5（上）SGO、（下）LSTによって計測された熱輸送速度

図-5は、実際に撮影した熱画像で、水面に向かって熱湯を注入しているようすを撮影した。画像の大きさは320pixwl×240pixwl。一見，SGOもLSTも大きな差はないように見えるが、SGOの方がより細部の移流拡散速度が算出できているのがわかる。

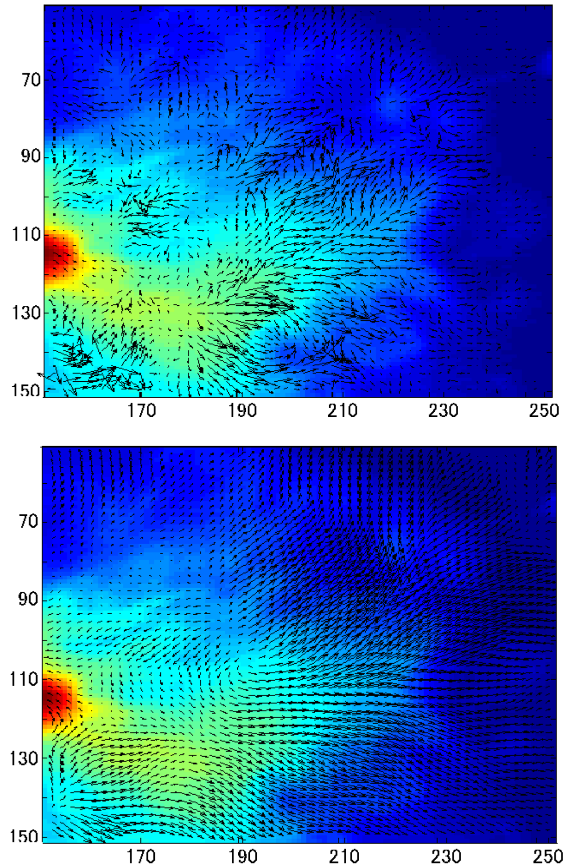

図-6（上）SGO、（下）LSTによって計測された熱輸送速度

図-5の画像の縦50~150pixel、横150～250pixelの範囲で拡大したものが図-6で、2つの計測法による結果の違いが明確になっている。LSTでの解析では計算過程で付近のグリッドの数値に影響を受けやすいため似たベクトルを表わすところが多いが、SGOでは各グリッドで独立した値を示している。

次に、衛星画像による海洋表面温度温度分布から熱輸送速度を算出する。用意した衛星画像は2009年8月11日のもので、太平洋日本列島付近に台風9号が発生している。

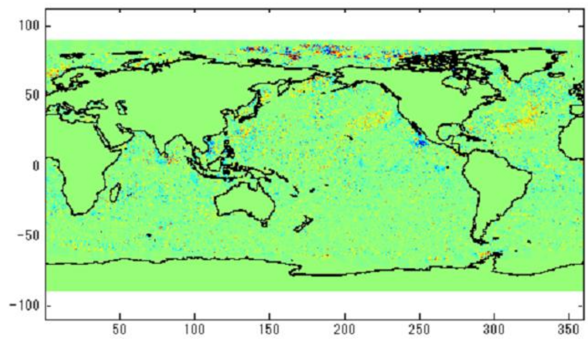

図-7(a)　全球海面水温変化からSGOで算定した水平速度

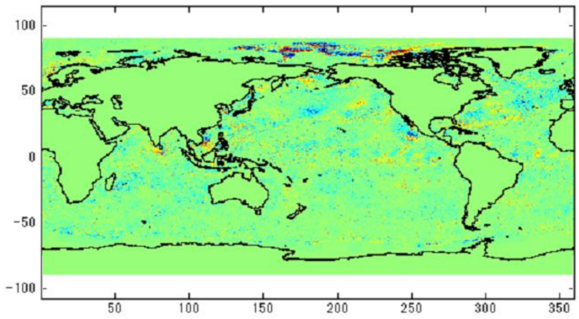

図-7(b)　全球海面水温変化からSGOで算定した鉛直速度

全球が範囲であり細かいグリッドに分かれているため、ベクトル表記ではなく、右向きもしくは下向きを正としている。

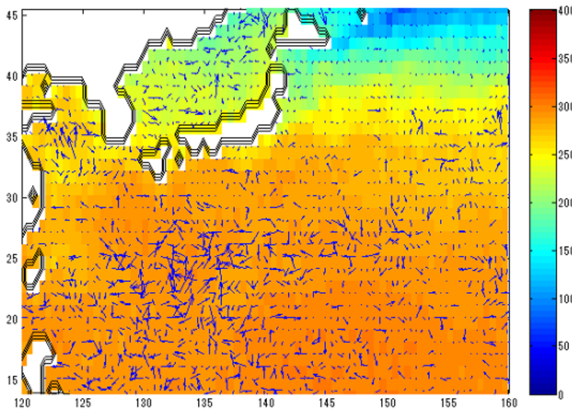

図-8　日本付近の太平洋海流の速度

SGOを用いて海面温度から速度を求めたのが図-8である。太平洋日本列島あたりは見て取れるように速度が乱雑に乱れており、他の海域では大きな変化は見られない。この乱れは台風が影響していると考えられ、他数の乱れベクトルがあるところには台風などの悪天候や、もしくはエルニーニョなどの異常気象が発生している可能性を秘めている。

5. 結論

本論文で紹介した熱輸送計測方法SGO、LSTについて、どちらも移流及び拡散の条件下でも測定が可能である。LSTは移流拡散の初期段においての誤差の大きさにやや難点があるが、各座標点での濃度がわかっておれば計算することができ、SGOは適切な未定係数を確定させせることで各グリッドでの流速を確実に求めることができる。このことから利便性と精度について算定方法が選択可能である。しかしながら、通常の実験過程においては正確な流速測定が必要とされることから、SGOについて、適切な未定係数を決定した基での算定が望ましいといえる。

本論文で紹介したような算定方法で熱輸送速度が簡単に求めることができれば、先に挙げたような衛星画像の例のように、地球規模で海洋中の異変に気づくことができる。ただ、やはり地球全体というスケールは大きく、大雑把には測定することができない。デジタルカメラなど画像の解像度の増加に伴い、より詳細な測定ができることがわかる。これは衛星写真などにも言えることであるが、より細かなグリッドはより綿密な解析をするために必要不可欠である。しかしながら、画素が増えるということは当然の如く計算領域も増加するということでもあり、処理時間も膨大に増加してしまうのである。そこで、より計算能力の高いコンピューター、もしくはより効率的に働くアルゴリズムの開発を進めていくことが今後の課題である。

参考文献

1) Didier Auroux･Jerome Fehrenbach : Identification of velocity fields for geophysical fuids from a sequence of imades,Springer-Verlag 2010,2010.
2) Jerome Fehrenbach,Mohamed Masmoudi : A fast algorithm for image registration,Ser. I 346(2008) 593-598,2008
3) Berthold K.P. Horn and Brian G.Schunck: Determing Optical Flow, ARTIFICIAL INTELLIGENCE 185-203, 1980.

(2011.12)