

気液二相流数値計算による風波生成過程へのケーススタディ

Case study process of wind wave generation by two phase flow numerical calculation

北海道大学大学院工学院 学生員 岩下厚志 (Atsushi IWASHITA)
 北海道大学大学院工学研究院 正員 渡部靖憲 (Yasunori WATANABE)

1. はじめに

固定グリッド上での気液二相流計算について、多数のモデルが提案され、その殆どが混合体モデルをベースにしたものである。混合体モデルは千倍異なる気液の密度や粘性係数、並びに表面張力を界面近傍の数グリッドで変化させ有意な厚さで境界を仮定している。この操作は物理的な質量境界の変化を表しているわけではなく、数値計算の安定性を向上させ計算を簡素化するための実践的側面から図られるもので界面の不鮮明化に繋がる。それゆえ結果として取得する圧力や流速は、この領域でスムーズに変化し、いわゆる smeared solution となり現実の界面のダイナミクスを表現しない(図1参照)。この問題は以前から指摘されてきた²⁾がこれに代わる計算モデルがないのが現状である。また常に不連続、非等方となる界面近傍では流れと界面の相互作用が重要であり、これらが重要となる風波生成や砕波などに対して微視スケールの水面不安定や局所変形を支配する。

本研究は、気液界面の接線・法線の力学的境界条件を満足させる数値計算スキームを開発し界面の力学的不安定が支配する風波生成過程に適用し、本計算モデルの有用性を検証し気液界面の現象に対する新たな知見の獲得を目指すための基礎技術の確立しようとするものである。そして界面力学的不安定からなる界面現象理解に向け本論文では気液の密度比を幾つかのケースに分け風波の生成計算をするケーススタディを行った。

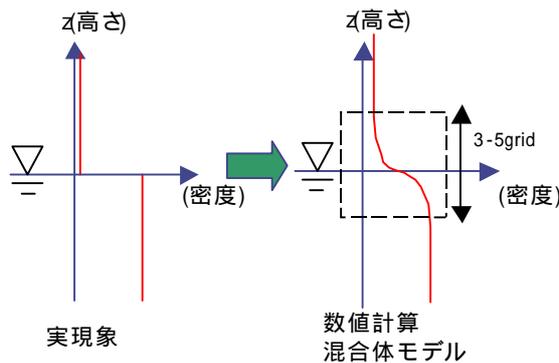


図1 混合体モデルによる密度の表現

2. 数値計算法

本計算モデルでは、気相と液相を別々に計算する二流体モデルを採用する。計算領域を分けることで、界面近傍における密度や表面張力を変化させることなく計算を行える。支配方程式は Navier-Stokes 式とし、各相で独立して流体計算を行う。なお、全ての変数は重力加速度・水深・水の密度で無次元化している。

$$\frac{D\mathbf{u}^l}{Dt} = -\frac{1}{\rho^l} \nabla p^l + \mathbf{n}^l \nabla^2 \mathbf{u}^l - \nabla \mathbf{t}^l - \mathbf{g} \quad \dots (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}^a}{Dt} = -\frac{1}{\rho^a} \nabla p^a + \mathbf{n}^a \nabla^2 \mathbf{u}^a - \nabla \mathbf{t}^a \quad \dots (2)$$

ここで \mathbf{u} は流速, p は圧力, ρ は密度, μ は動粘性係数, τ はせん断力, \mathbf{g} は重力加速度である。上付き a 及び l は気相, 液相を表す。流体計算は各相で多段階分離解法を適用し計算を行う。(1) (2)式ともに二段階分離すると非移流項(3)式と移流項(4)式を得る。

非移流項

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{n} \nabla^2 u_i - \nabla \mathbf{t} - \mathbf{g} \quad \dots (3)$$

移流項

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = 0 \quad \dots (4)$$

非移流項について、発散をとるとポアソン方程式から圧力を得、また予測子修正子法により流速を得る。移流項について、CIP 法により流速や乱れエネルギーの移流計算を行う。

水面は Level-Set 法にて検出を行う。Level-Set 法では次式により水面上でゼロ、液相で正、気相で負の値を示す距離関数 f を定義し(5)式に従いを移流させる。

$$\frac{Df}{Dt} = 0 \quad \dots (5)$$

水面上の法線ベクトル \mathbf{n} 及び相互に直交する接線ベクトル \mathbf{s}, \mathbf{t} , 曲率 κ は次の通り求める。

$$\mathbf{n} = -\frac{\nabla f}{|\nabla f|} \quad \dots (6)$$

$$\mathbf{k} = \nabla \cdot \mathbf{n} \quad \dots (7)$$

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{u}_{\text{nearest}} - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_{\text{nearest}}) \mathbf{n}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_{\text{nearest}}} \quad \dots (8)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{n} \times \mathbf{s} \quad \dots (9)$$

ここで $\mathbf{u}_{\text{nearest}}$ は界面近傍の流速である。

3. 境界条件

本数値モデルでは気体流速と液体流速を別々に計算するため、境界条件を解き、両相の界面を結合させる必要がある。後述に示す気液界面境界条件は渡部ら(2011)と同様に、界面から界面近傍の計算点に対して流速勾配をテイラー展開し仮定される界面上の流速勾配を境界条件式に代入して解く。

3.1 接線方向の力学的境界条件

接線方向の力学的境界条件は(10)(11)式で、気液界面における両相のせん断力の釣り合いを示している。

$$\mathbf{m}^l \left[\frac{\partial u_n^l}{\partial s} + \frac{\partial u_s^l}{\partial n} \right] = \mathbf{m}^a \left[\frac{\partial u_n^a}{\partial s} + \frac{\partial u_s^a}{\partial n} \right] \quad \dots (10)$$

$$\mathbf{m}^l \left[\frac{\partial u_n^l}{\partial t} + \frac{\partial u_t^l}{\partial n} \right] = \mathbf{m}^a \left[\frac{\partial u_n^a}{\partial t} + \frac{\partial u_t^a}{\partial n} \right] \quad \dots (11)$$

式中の s, t は互いに直交する水面の接線方向の座標系を, n は水面の法線方向の座標系を示している.

3.2 接線流速・法線流速の運動学的境界条件

接線流速・法線流速の運動学的境界条件を下式で表す. これは界面近傍の気液両相のズレや隙間を空けないための付着・不透過条件である.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}^l = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}^a \quad \dots(12)$$

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{u}^l = \mathbf{s} \cdot \mathbf{u}^a \quad \dots(13)$$

$$\mathbf{t} \cdot \mathbf{u}^l = \mathbf{t} \cdot \mathbf{u}^a \quad \dots(14)$$

3.3 法線方向の力学的境界条件

法線方向の力学的境界条件を下式で示す.

$$p^l - p^a = 2m^l \frac{\partial u_n}{\partial n} - 2m^a \frac{\partial u_n}{\partial n} + sk \quad \dots(15)$$

は表面張力, k は曲率とする. (15)式は圧力, 粘性力と表面張力とのバランスを表している. ここで界面上の加速度は気液両相ともに等しいため下式としてよい.

$$\frac{\partial \mathbf{u}^l}{\partial t} = -\frac{1}{\rho^a} \nabla p^a + \mathbf{n}^a \nabla^2 \mathbf{u}^a - \nabla \mathbf{t}^a - \mathbf{g}^a \quad \dots(16)$$

(14)式から界面から離れた計算点に対しテイラー近似すると下式が仮定される. ここで $P = p/\rho$ である.

$$P^a \equiv P^a|_s + \Delta \nabla P^a \quad \dots(17)$$

(15)式と(17)式から圧力の境界条件が与えられポアソン方程式の逐次計算により両相の圧力を決定する.

4. ゴースト流速の外挿

ゴースト流速は下式から順次得ることができる.

$$u_i^g = u_i|_s + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Delta \quad \dots(18)$$

ゴースト流速は界面上において境界条件を満足するように規定されているため, この流速による界面の移流は気液の相互作用をふまえた正しい流れ場を再現できる.

5. 計算条件

本研究では気液の密度比 ρ^a / ρ^l が 0.9 の場合の風波生成計算を行った. 計算領域は $2 \times 2 \times 2$ の矩形水槽で, 水槽側方は周期境界条件, 底面は non-slip 条件としている. 水面は底面から 1.5 の位置にあり, 初期擾乱を与えていないので液相は完全な静水状態である. なお流速は気相の水平方向に 4 与えている (図 2 参照). 刻み時間は $dt=0.002$ である.

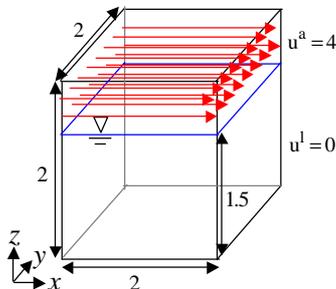


図 2 計算領域

6. 計算結果

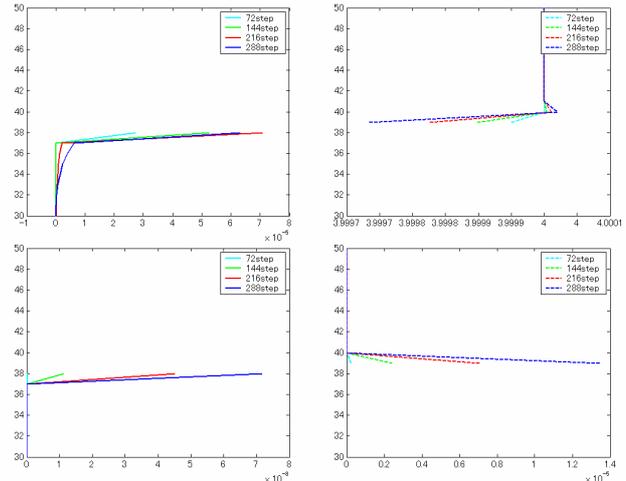


図 3 水平流速(上段)・乱れエネルギー(下段)鉛直分布 上下段ともに左側が液相, 右側が気相

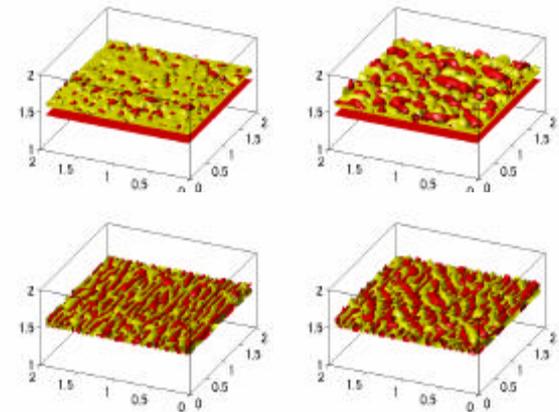


図 4 気相温度分布: 上段が吹送方向と直交するスパン方向の, 下段が吹送方向の温度. それぞれ左から吹送開始後 0.024s, 0.060s

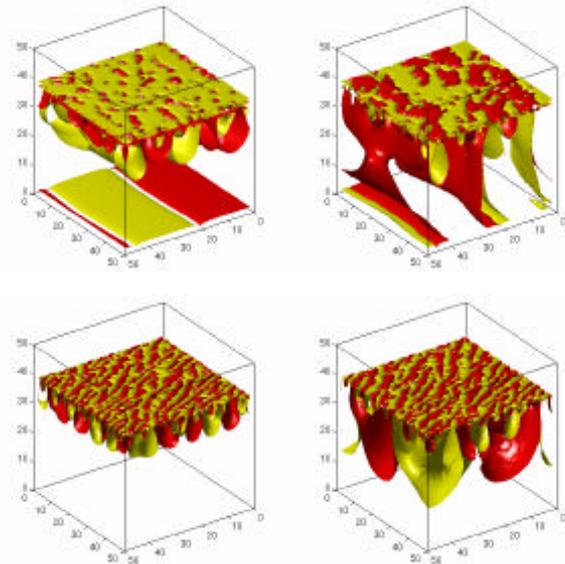


図 5 液相温度分布: 上段が吹送方向と直交するスパン方向の, 下段が吹送方向の温度. それぞれ左から吹送開始後 0.024s, 0.060s

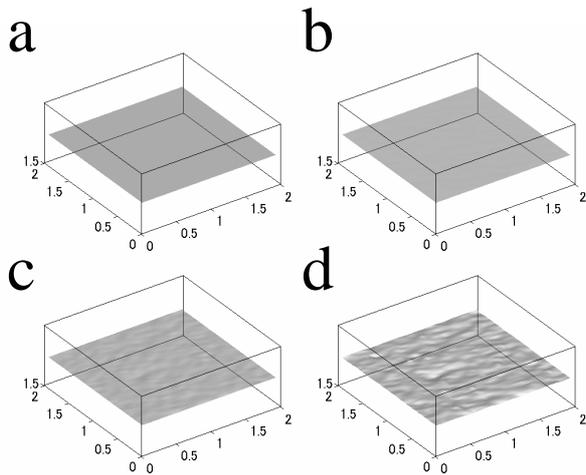


図6 水面形状の時間変化：吹送開始後
0.012s(a), 0.024s(b), 0.048s(c), 0.60s(d)

図3は水平流速と乱れエネルギーを水面に平行な面で平均を取った値の鉛直分布を示している。線の色は凡例に示した時間のもので、気相の水平流速は時間経過とともに流速が小さくなっている。これは界面のせん断力によるものだと考えられる。同様の理由で液相の水平流速は時間経過とともに大きくなっている。図4は気相境界層渦度を示す。計算初期では交互交代渦が発生し、時間と共に大きくなっている。図5は液相境界層の渦度を示す。界面付近には小規模なスケールのその下には大規模なスケールの渦層を形成している。図6は各時間の水面形上の時間変化を表している。時間変化にともなって水面変動が大きくなっている様子がわかる。

6. 結論

実際とは密度比の異なる気液二相流の風波生成過程計算を行った。気液両相の流速はせん断力によって、時間とともに変化した。水面に擾乱を与えることなく界面力学的不安定からなる水面形状の変化を再現した。また吹送開始初期において交互交代渦を再現した。これらの特徴は著者らが計算した実際の密度比からなる風波生成過程計算の結果と似た。

参考文献

- 1) Stuart D. Smith, Christopher W. Fairall, Gerald L. Geernaert, Lutz Hasse, 1996. AIR-SEA FLUXES: 25 YEARS OF PROGRESS. Boundary-Layer Meteorology 78:247-290
- 2) Sarpakaya, 1996. Vorticity, free-surface, and surfactants. Annu. Rev. Fluid. Mech. 28:83-128
- 3) Longuet-Higgins M S 1992, Capillary rollers and bores, J. Fluid Mech. 240, 659-679
- 4) 渡部靖憲・岩下厚志(2011): 気液二相流の力学的境界条件適合スキームの開発と風波生成過程への応用, 第58回海岸工学講演会論文集, pp 1_16