Ｂ－１７　　平成23年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第68号

斜面と河道流出からなる流出システムの確率応答特性
-降雨量が互いに独立な確率変数の場合-

Stochastic response characteristics of runoff system composed of
hillslope runoff and river channel runoff
-Mutually independent rainfall input

北海道大学大学院工学研究院　○正　員　　田中　岳（Gaku Tanaka）

1.　はじめに

水災害の防止や減災害を目的とした予測問題では，流域の一部（サブ流域）を計算負荷の小さな集中定数系モデルで表現した流出システムが有用である．このようなシステムの構築は，学術的に見て重要性が高いものの，集中化が妥当な流域面積の制限など，集中化の妥当性を評価する問題が未解決のままである．

流出モデルの集中化の評価手法については，時間変化する降雨量の平均値を決定論的関数とした星・山岡ら [1]の研究から，確率論的な手法 [2, 3]へと発展してきている．ただし，これらは斜面流出を対象にしたものである．著者 [4]は，この手法を広い流域にも適用することを，これまで試みている．

本研究は，自己相似性を有する河道網構造に，斜面が結合された流域に対して，降雨量の確率特性が既知の条件下での流出量の確率特性，および時間変化する流出量の確率密度関数を理論的に推定し，この結果に基づき，流出モデルの集中化に関する確率論的評価手法の確立を目指している．なお，本報告は，先行研究 [4, 5]に基づきその後の成果について述べるものである．

2.　流出システム

本報告では，斜面と河道とか構成された流出システムを採用する．実流域の河道網構造が自己相似性を有することを踏まえ，擬河道網として**図-1** に示す Peano network を用いる．**図-1** に示された実線は河道（リンク）を，破線は各河道に連結された斜面を表し，二つの三角形斜面からの流出が河道に入ることとなる．なお，i （$\le 2^n$，n：自然数）は，最上流端からの河道の位置を表し，また，●印が流域の下流端となる．斜面，河道の各要素モデルとして，ここでは，先行研究 [4, 5]と同様に，以下の集中定数系モデルを採用する．

斜面要素モデル：

$$s_h = k_h q_h^{\,p_h} \tag{1}$$

$$\frac{ds_h}{dt} + q_h = r \tag{2}$$

ただし，s_h：貯留高；q_h：流出高；r：降雨強度；t：時間．なお，流れに対して Manning 則を仮定し，貯留指数 p_h，貯留係数 k_h には次式を用いる．

$$p_h = \frac{3}{5}\,,\quad k_h = 0.625\left(\frac{n_h}{\sqrt{i_h}}\right)^{\frac{3}{5}}\left(\frac{l_0}{4}\right)^{p_h}$$

n_h：等価粗度；i_h：斜面勾配；

l_0：二つの三角形斜面が連結された河道の長さ．

河道要素モデル：

$$s_i = k_i q_i^{\,p_c} \tag{3}$$

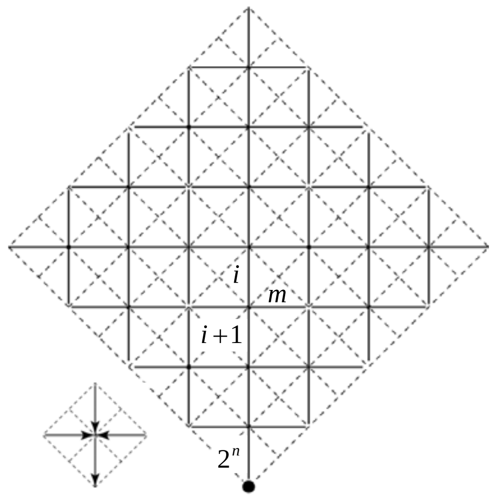

図-1　模擬河道網（Peano Network）

$$\frac{ds_{i+1}}{dt} + q_{i+1} = Aq_h + q_i + 2q_m \tag{4}$$

$$\frac{ds_1}{dt} + q_1 = Aq_h \tag{5}$$

ただし，s_i：貯留量；q_i:流出量；p_c：貯留指数；k_i：貯留係数；$i = (2l-1)m$；$m = 2^{n-k}$；k（$\le n$）: 自然数；l（$\le 2^{k-1}$）: 自然数；A：二斜面一河道からなる要素（最小単位）の面積を意味する．ここで，係数 p_c，k_i に対して，

$$p_c = \frac{2}{3}\,,\quad k_i = C^{-\frac{2}{3}} i_i^{-\frac{1}{3}} l_0 w_i^{\frac{1}{3}}$$

C : Chézy 係数；i_i：i 番目の河道での河床勾配；w_i：川幅を用いる．また，i （>2）番目の河道における河床勾配 i_i と川幅 w_i については，これより上流側の流域面積 A_i の関数として次式により与える．

$$i_i = i_1\left(\frac{A_i}{A}\right)^{-0.5}\,,\quad w_i = w_1\left(\frac{A_i}{A}\right)^{0.5}$$

なお，二斜面一河道からなる要素（最小単位）の面積 A および A_i は，次式により与えられる．

$$A = \frac{l_0^{\,2}}{2}\,,\quad A_i = 2A\sum_{k=1}^{n}\left[\left(\frac{i-1}{2^{n-k}}+1\right)\Big/2\right]4^{n-k} + iA$$

[ ]: Gauss 記号

ところで，上述のように，各要素には，異なる平均流速公式を用いて集中化されたモデルが採用されている．ただ，これらの係数はパラメータであるため，流出システムの確率応答特性の推定法には影響を与えないことを付記しておく．

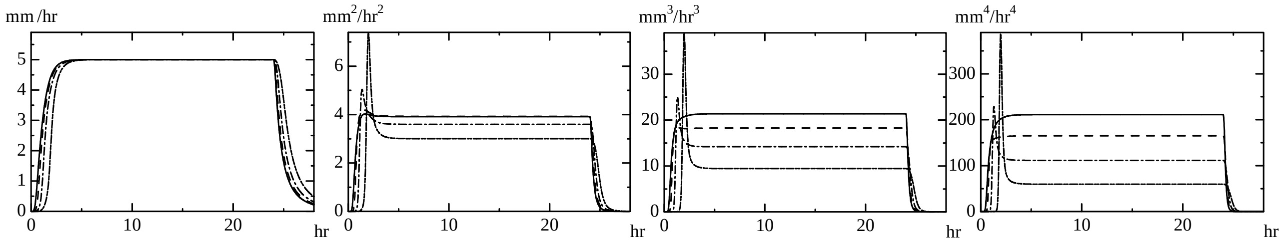

図-2　基準化された流出量の確率特性

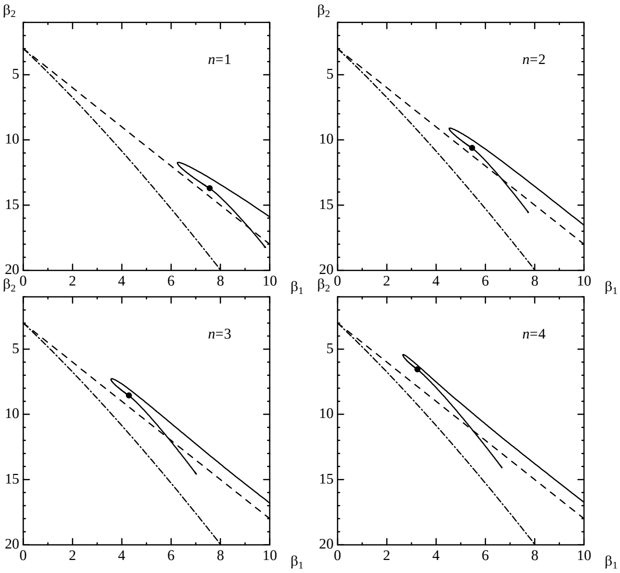

図-3　流出量の確率分布形の時間変化

3.　流出システムの確率応答特性

先行研究 [5]において著者は，降雨量が互いに独立な確率変数とする場合に，流出システム（式(1)~(5)）の確率応答特性を理論的に推定し，その妥当性をシミュレーション手法により検証している．その概要のみを述べると以下のようになる．

流出システムへの入力となる降雨強度 r が確率変数となれば，式(1)~(5)は確率微分方程式とみなされる．例えば，流出量 $q_i = \bar{q}_i + \tilde{q}_i$ （ただし，$\langle \tilde{q}_i \rangle = 0$ ）のように，各確率変数は，平均値（bar 記号）とそれからの偏差（tilde 記号）の和で表しうる．なお，$\langle\ \rangle$: 期待値演算子．それらを式(1)～(5)に代入し，若干の計算を施すことで，流出量 q_i の 1～4 次モーメントに関する微分方程式が導かれる（なお，計算の詳細は原著論文 [4]を参照されたい．）

本報告では，それらを解くことにより得られた，時間変化する流出量 q_i の確率応答特性（1～4 次モーメント）と，確率分布形の推定結果を示し，考察する．計算条件としては，観測降雨強度の時間間隔を 1(hr)，その継続時間 24(hr)，平均値 5(mm/hr)，分散 2.5(mm^2/hr^2)の矩形降雨を入力とし，他の条件は，$n_h = 0.10$，$i_h = 0.05$，$l_0 = 2000$ (m)，$i_1 = 0.05$，$w_1 = 1$(m)，$C = 40$ とする．**図-2** は，$i\ (= 2^n)$番目の河道における理論的な流出量 q_i の 1～4 次モーメントを示している．実線，破線，一点鎖線および二点鎖線は，それぞれ n が 1 から 4（流域面積の増大）に対応した結果を意味する．なお，これらの結果は，流出量を流域面積で除すことで基準化された値である．**図-2**（1 次モーメント）が示すように，流域面積が増大するにつれ，流域の上流端に与えられた擾乱が，下流端に到達するまでの時間に遅れがみてとれる．また，その時間（到達時間）近傍では，高次モーメントにおいてピーク値をとることもわかる．このことは，Kinematic Wave モデルにて著者 [3]が指摘した現象と同一と考えられる．

次式で定義されたパラメータを用いることで，流出量 q_i の時間変化する確率分布形を推定することができる．

$$(\beta_1, \beta_2) = \left(\frac{\mu_{q_i 3}{}^2}{\sigma_{q_i}{}^6}, \frac{\mu_{q_i 4}}{\sigma_{q_i}{}^4} \right)$$

なお，$\sigma_{q_i}{}^2$，$\mu_{q_i 3}$ および $\mu_{q_i 4}$ は，それぞれ流出量 q_i の分散（2 次モーメント），3 次および 4 次モーメントである．**図-3** は，同一の計算条件にて時間変化する確率分布形の推定結果（実線）と，その定常時の値を●印で示している．なお，破線はガンマ分布，一点鎖線は対数正規分布を意味する．**図-3** に示されているように，流域面積の増大に関わらず，流出量 q_i の確率分布形は，ガンマ分布で概ね近似できると考えられる．

4.　おわりに

自己相似性を有する河道網構造に，斜面流出を結合させた流域に対して，流出量の確率特性および時間変化する確率分布形の推定が可能となった．その結果，定常状態での確率分布形はガンマ分布とることがわかなった．このことは，経験的に計画流量がガンマ分布や対数正規分布となることを，理論的に裏付けるものと考えられる．

今後は，降雨現象の非定常性を考慮したうえで，流出システムの集中化の評価手法の確立へと研究を展開する予定である．

謝辞: 本研究は，平成 23 年度科学研究費補助金（若手研究(B)）「流出モデルの集中化に関する確率論的評価手法の確立」（研究代表者: 田中岳）の支援を受け実施致しました．記して謝意を表します．

参考文献

1) 星清，山岡勲: 雨水流法と貯留関数法との相互関係，第26回水理講演会論文報告集, pp. 273-278, 1982.
2) 高棹琢馬，寶馨，楠橋康広: 洪水流出モデルの確率過程的評価に関する研究，京都大学防災研究所年報，第28号B-2, pp. 221-235, 1985.
3) 田中岳，藤田睦博，工藤睦信，内島邦秀：Kinematic Waveモデルと貯留型流出モデルの比較 -周波数特性と確率特性-，土木学会論文集, No. 614/II-46, pp. 21-36, 1999.
4) 田中岳，八幡江里子，田中梢: 流出モデルの確率応答特性評価に基づく集中化に関する研究，水工学論文集，第54巻, pp. 499-504, 2010.
5) 田中岳: 流出モデルの確率応答特性に基づく集中化に関する基礎的研究-降雨量が互いに独立な確率変数の場合-，水文・水資源学会2011年度研究発表会要旨集, pp. 54-55, 2011.