

将来水文量確率値の簡易推定法について

A Simple Method of the Future Hydrological Extreme Value Estimation

北海学園大学工学部社会環境工学科 ○学生員 世界 翔平 (Shouhei Sekai)

フェロー 許士 達広 (Tatsuhiko Kyoshi)

1. まえがき

地球温暖化が顕在化しつつあり、気象災害の多発が予想される中、将来の豪雨の規模の増大が懸念される。気候変化を考慮した将来における降雨確率値の推定が求められており、温室化ガスの増大等を仮定したいくつかのシナリオに基づき、全球的な気象モデルと地域気象モデルの結合による推定が行われている。しかし採用されるシナリオにより結果はかなり異なることや、マクロな現象の表現にとどまっているのが現状であり、個々の観測所の具体的な推定には至っていない。

一方時系列的な統計的解析で、時系列を区分して確率水文量の増加や減少の傾向を算出することも行われているが、決定的なものはまだ無い。こういった状況から本研究では実用的な観点から、基本的な統計理論に基づいて簡易な方法で将来確率雨量を推定し、どのような問題があるかを考察する。

2. 確率値の理論

降雨確率値のモデルは数多く提案されているが、そのほとんどが降雨量あるいはその対数に対し、2母数であれば平均と標準偏差、3母数であれば平均と標準偏差に歪み係数を加えて表現されている。例えば2母数の代表的分布であるグンベル分布について確率密度関数は以下のように表される。

$$f(x) = \frac{1}{a} \exp \left[-\frac{x-a}{a} - \exp \left(\frac{x-c}{a} \right) \right] \quad \cdots 1)$$

x : 水文量、 a : 尺度母数、 c : 位置母数

また、水文量 x の確率値 x_p は標準変量 G_p の一次式で表すことができる。

$$x_p = c + a \cdot G_p \quad \cdots 2)$$

$$G_p = -\ln[-\ln(p)] \quad \cdots 3)$$

p: 非超過確率

さらに、母平均 μ_x と母標準偏差 σ_x は理論積率から

$$\mu_x = c + \gamma \cdot a \quad \cdots 4)$$

γ : オイラー定数 0.5771

$$\sigma_x = \pi a / \sqrt{6} \quad \cdots 5)$$

になる。データから μ_x 、 σ_x を推定し 4)、5) 式から定

数 a, c を定めれば 2)、3) 式から確率値 x_p を求めることが出来る。

3母数の代表的な分布である一般化極値分布の累積分布関数は 6) のように表される。なお $k=0$ の時にはグンベル分布となる。

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 - \frac{k(x-c)}{a} \right]^{1/k} \right\} \quad \cdots 6)$$

x : 水文量 a : 尺度母数 c : 位置母数 k : 形状母数

また、水文量の確率値 x_p は標準変量 E_p の一次式で表すことができる。(p: 非超過確率)

$$x_p = c + \left(\frac{a}{k} \right) \cdot E_p \quad \cdots 7)$$

$$E_p = 1 - \{-\ln(p)\}^k \quad \cdots 8)$$

理論平均、理論標準偏差、理論歪み係数はそれぞれ 9)、10)

11) 式で表される。

$$\mu_x = c + \frac{a}{k} \{1 - \Gamma(1+k)\} \quad \cdots 9)$$

$$\sigma_x = \frac{a}{k} \sqrt{\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)} \quad \cdots 10)$$

$$\gamma_x = \text{sign}(k) \frac{-\Gamma(1+3k) + 3\Gamma(1+k)\Gamma(1+2k) - 2\Gamma^3(1+k)}{[\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)]^{3/2}} \quad \cdots 11)$$

データから平均、分散、歪み係数を求めて、9)、10)、11)

式から定数 a, c, k を定め、7)、8) 式から確率値を求める。

3. 将来の母数の推定

既往水文データから将来の確率値を考える時に3つの考え方が出来る。

①将来の時点までの観測値の累加を推定するもので、例えば現時点で1951年から2010年までの60年間のデータから2030年の確率値を推定する場合、1951年から2030年までの80年間の平均的な母数により値を求める。これは一般的水文確率値と同じような意味を持ち、これをここでは期間確率と呼ぶことにする。

②データの増減傾向から、将来の確率値を求める時点の母数を推定し確率値を求めるものであり、時点による確率値の違いがより明確になるが、推定法による変動も大きくなる。これを時点確率と呼ぶことにする。

③60年間のデータの例えば30年目から明らかに傾向が変わっている場合、それ以降のデータに対して期間確率値を求めるものである。これは時系列の閾値の問題となり、別途の検討になるため今回は割愛する。

期間確率の場合は累加値について回帰を行い

$$\text{平均} \quad X_t = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t x_i \quad \cdots 12)$$

$$2 \text{ 乗和} \quad Y_t = \sum_{i=1}^t (x_i - X_t)^2 \quad \cdots 13)$$

$$3 \text{ 乗和} \quad Z_t = \sum_{i=1}^t (x_i - X_t)^3 \quad \cdots 14)$$

の累加平均から定まる。

時点確率の場合累加値の求める時点の増加割合（累加差）をとるか、以下のように直接データの回帰により求める。

$$\text{データ } x_i \quad X_t = x_t \quad \cdots 15)$$

$$\text{残差の2乗} \quad Y_t = e_t^2 = (x_t - \hat{x}_t)^2 \quad \cdots 16)$$

$$\text{残差の3乗} \quad Z_t = e_t^3 = (x_t - \hat{x}_t)^3 \quad \cdots 17)$$

これらの将来時点の値（ $\hat{X}_t, \hat{Y}_t, \hat{Z}_t$ ）を求め、それを用

いて以下のように将来の母数を推定する。

$$\text{平均} \quad \bar{x}_t = \hat{X}_t \quad \cdots 18)$$

$$\text{標準偏差} \quad s_t = \sqrt{\hat{Y}_t / (n-1)} \quad \cdots 19)$$

$$\text{歪み係数} \quad \gamma_t = \frac{\sqrt{n(n-1)}}{n-2} \cdot \frac{\hat{Z}_t}{n} \cdot \frac{1}{s_t^3} \quad \cdots 20)$$

4. データを用いた検討

北海道内の観測所の年最大日雨量データを用いて2020年の1/100確率値の推定を行った。北海道においては1981年の豪雨があり、その値を入れた場合にかなり傾向が変わるため、ここでは1982～2010年のデータを用いた。回帰は以下の直線およびべき乗とした。

$$x = a \cdot \text{year} + c \quad (\text{year は西暦年}) \quad \cdots 21)$$

$$x = C \cdot (\text{year} - B)^A \quad \cdots 22)$$

表-1は旭川観測所の将来確率の傾向を求めたものであり、表上段の現データの欄は1982～2010年について通常の期間確率を求めたもの、それ以下はデータあるいはデータの累加から、母数を回帰推定したものである。それぞれの母数について推定値における誤差分散を求めており、直線とべき乗のうち誤差が小さい直線回帰が良いことになるが、ここでは両方で確率値を算出している。手法による多少のばらつきがあるが、母数の変化を考えた将来確率が求められ、この地点では最近29年間に比べて10年後の確率値はやや増加傾向にあると考えられる。

べき乗曲線は対数の計算となるため、残差の3乗でマイナスが出る場合には正にするための工夫を要し、直接データの回帰ではマイナスが大きい部分があり、ここでは割愛している。また残差の2乗、3乗の和で0あるいは0に近い値が出る時にも、べき乗では不適切な値となるので、2つ目、あるいは3つ目のデータからの回帰となる。回帰直線・曲線の特徴として、立ち上がりの部分の変動が推定値に大きな影響を与えるなどの課題がある。

参考文献

開発土木研究所月報 NO. 540 1988年5月

表1 - 将来確率値推定計算例 旭川 1/100

種類	項目	平均	適合度	標準偏差	適合度	歪み係数	適合度	ゲンベル	一般化極値
期間確率	現データ	58.15		23.97		0.7166		133.3	126.6
時点確率	回帰(直線)	64.99	174	16.64	1.9E+05	0.0709	1.1E+08	117.2	103.3
	累加差(べき乗)	43.06	2289	42.61	1.3E+06	0.4391	1.3E+09	176.7	155.3
	累加差(直線)	61.35	328	24.94	7.6E+05	0.6057	9.9E+08	139.6	130.5
期間確率	累加平均(べき乗)	47.08	2289	34.14	1.3E+06	0.5490	1.3E+09	154.2	140.2
	累加平均(直線)	59.61	328	25.78	7.6E+05	0.6482	9.9E+08	140.5	131.9