

砕波乱流中の熱輸送計算法の開発

Innovation of Computational Method for Heat Transfer at the Turbulent Flows

北海道大学工学部
北海道大学大学院工学研究院准教授

○学生員 中山 喬文 (Takafumi NAKAYAMA)
正員 渡部 靖憲 (Yasunori WATANABE)

1. はじめに

現在、海水温は気象との熱平衡を仮定して予測されている一方、近年異常気象・海象の顕著な増加が報告される中、海洋生態系の変化など深刻な海域環境の問題が表面化してきた。本来大気海洋の熱輸送は水温変化を直接与えられる海表面が海上風あるいは水深変化に伴う砕波によって生じた乱流や海上乱流境界層による攪乱により水中バルク水塊との混合、いわゆる水表面更新が支配する局所的なメカニズムをもつ。これは従来の海水温予測には直接反映されておらず、瀑浪時、特に局所性の高い沿岸域の熱環境を予測するためには海水面近傍の乱流中の熱輸送をパラメータ化する必要がある。

一方、海洋表層のような温度変化レンジの小さい温度場の計測は精度の点で難しく、また乱流との関係を見積もる様な動的な計測は困難である。Watanabe & Mori (2008)は、赤外線計測により砕波水面表層温度を計測し、砕波に伴う大規模三次元渦が組織的に水表面を更新し、熱輸送過程を支配していることを明らかにしている。しかしながら赤外線計測の限界から、輸送される熱フラックスの定量化、輸送領域、それらの乱れ強度、さらに砕波過程との関係は不明である。

本研究は、Large Eddy Simulation を自由水面流れ、及び熱輸送方程式に適用し、これらをカップリングするための計算アルゴリズムを開発し、その妥当性を検証しようとするものであり、砕波下の局所的熱輸送シミュレータ開発に向けた計算基盤の確立へ向けた基礎研究である。

2. 数値計算法

2-1. 計算領域と諸条件

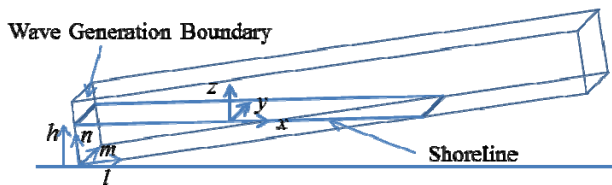


図-1 計算領域および座標系

砕波下の乱流場と水面形遷移は Watanabe ら(2008)により提案され、実験結果等との比較によりその精度が検証されたのと同じ数値計算法を用いる。即ち、乱流モデルとして三次元 Large Eddy Simulation を用い、フィルター操作された Navier-Stokes 式の新移流項は予測子修正子法と二段階分離法により、また移流項は CIP 法により更新した。圧力に関する Poisson 方程式は Irregular-

star 法ベースの Multigrid 法により解いた。水面形状計算は Level-set 法により行った。

図-1 に示すような全長 17m、幅 1m、高さ 1.6m の水路を計算領域とした。座標系は数値水槽底面を基準として l, m, n -軸、水平方向を基準として x, y, z -軸を図のように定義する。初期条件として静水面を与え、 $l=0$ 地点での水深 h を 0.25m とした。全ての変数は、重力加速度 g 、境界水深 h 、水の密度 ρ_w 、波速 c により無次元化される。

静水状態から $l=0$ の境界において二次近似の cnoid 波を造波し、砕波を発生させる。造波波浪の条件を表-1 に示す。本研究において計算グリッド幅は 6.7mm とした。底面には non-slip 条件、側壁には周期境界条件を与えた。本研究では、底面勾配 0、初期条件として、温度を流体に 1、気体に 1.01 を与え波による熱の拡散を見ていく。

2-2. 支配方程式

熱輸送についての支配方程式として、運動方程式と熱輸送方程式を考える。Navier-Stokes 式には

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} u_i u_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - g_i + g_i \beta (\theta - \theta_r) \dots (1)$$

として、熱による浮力項を加えている。

熱輸送方程式は、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \theta = \frac{q}{\rho C_p} + \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \dots (2)$$

であり、 u は流速、 i, j, k はテンソル、 ρ は密度、 p は圧力、 ν は動粘性係数、 g は重力加速度、 β は体積膨張係数、 θ は温度、 θ_r は基準温度、 q は熱量の source、 C_p は定圧モル比熱である。

(1)式は、下のように整理され

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - g_i + g_i \beta (\bar{\theta} - \theta_r) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

となる。ここで τ_{ij} は sub grid scale stress、 $\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j$ であり、渦粘性モデルを用いて

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} q_{sgs} \delta_{ij} - \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + C \frac{q_{sgs}}{\varepsilon} \beta \left(g_i h_j + g_j h_i - \frac{2}{3} g_k h_k \delta_{ij} \right)$$

とあらわされ、

$$\varepsilon = C_\varepsilon \frac{q_{sgs}^{3/2}}{4}, \quad \nu_T = C_\nu \Delta q_{sgs}^{1/2}, \quad C_\varepsilon \sim 1.8, C_\nu \sim 0.043 \dots (*)$$

また、 q_{sgs} は $q = \bar{q} + q_{sgs}$ で、以下の SG 乱れエネルギー輸送方程式より求められる。

$$\frac{\partial}{\partial t} q_{sgs} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i q_{sgs}) =$$

$$-\tau_{ij}\overline{S_{ij}} - \varepsilon + C_{kk} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Delta q_{sgs}^{1/2} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial x_j} \right) + \nu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_j} + \beta g_i h_i$$

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right), C_{kk} \sim 0.11 \dots (*)$$

ここで $\beta g_i h_i$ は熱膨張についての項であり，熱輸送方程式は以下ようになる．

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i \bar{\theta}} = \frac{\bar{q}}{\rho C_p} + \frac{\partial}{\partial x_j} \nu \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} - \frac{\partial h_j}{\partial x_j}$$

$$h_j = \overline{u_i \bar{\theta}} - \overline{u_i} \bar{\theta} \quad (\text{SG heat flux})$$

熱フラックスを求める式は

$$h_i = -C^\theta \frac{q_{sgs}}{\varepsilon} \left(\tau_{ij} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} + \xi h_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \eta \beta \kappa \right)$$

$$C^\theta = 0.2, \xi = \eta = 0.6 \dots (*)$$

κ は温度分散で， $\kappa = \overline{\theta^2} - \bar{\theta}^2$

また，温度分散輸送方程式は以下ようになる．

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i \kappa} = -\frac{\partial}{\partial x_j} D'_{\theta j} + \frac{\nu}{\gamma} \frac{\partial^2 \kappa}{\partial x_j \partial x_j} - \varepsilon_{\theta\theta} + \bar{\theta} \frac{\partial h_j}{\partial x_j}$$

$$\left. \begin{aligned} D'_{\theta j} &= C'_{\theta\theta} \frac{q_{sgs}}{\varepsilon} \left(\overline{u_k u_l} \frac{\partial \bar{\theta}^2}{\partial x_l} + 2 \bar{\theta} u_l \frac{\partial \bar{\theta} u_k}{\partial x_l} \right), \\ C'_{\theta\theta} &= 0.11, \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\varepsilon}{q_{sgs} R}, R \sim 0.5 \end{aligned} \right\} \dots (*)$$

(*)で示した定数は LES でのモデル定数が不明なため，RANS で用いられている係数(Lavender,1976)を，LES と RANS との相似性を用いて計算した．

3.計算結果

図-2 に流速分布と等温度面の時間変化を示す．(時間間隔 1/8 周期)初期条件として流体中に与えたような温度が高温となる気温により時間とともに変化する．初期において，水面近傍にあった等温度面は気体からの熱輸送により，水中へ拡散し水温は徐々に高くなる．流れと水温の詳細な関係は，今後の調査をもとに発表時に紹介する．

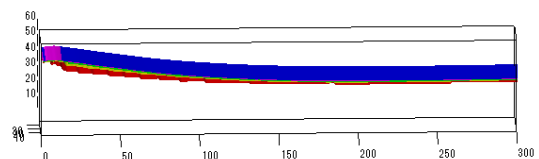
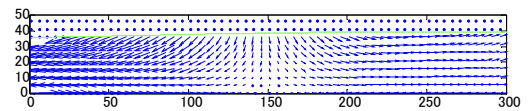
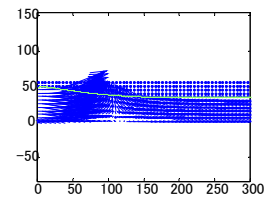
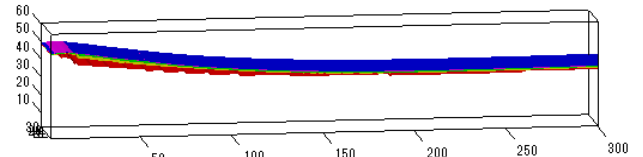
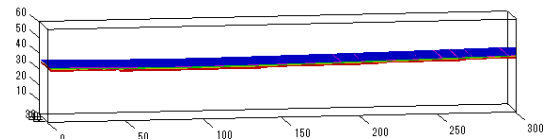
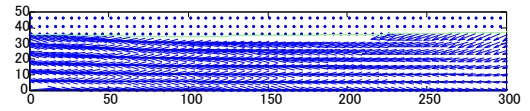
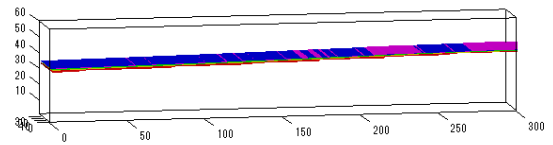
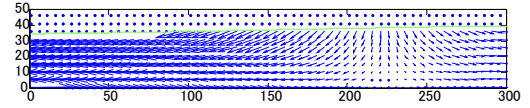
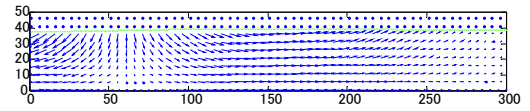
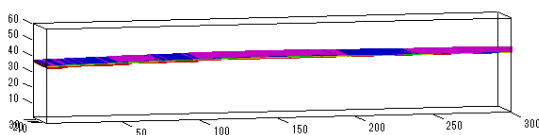
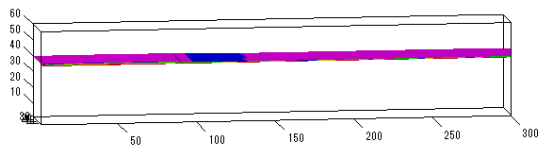
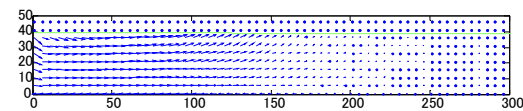


図-2 流速ベクトルの時間変化と水温の変化

4. 結論

初期水面から熱が波が進むと共に水平方向に輸送されていく様子が分かる。

また時間が進むにつれて、熱が水面から離れ、拡散されていく様子が出てきている。今回は1波長分までの計算であるが、今回は砕波を発生させていないが、波による熱輸送が起こる様子が垣間見れている。今後はさらに計算時間を延ばし、水路に勾配をもうけることで様々な砕波を発生させ、検証していくことが必要となる。

参考文献

- 1) Yasunori Watanabe and Nobuhito Mori (2008):Infrared measurements of surface renewal and subsurface vortices in nearshore breaking waves. *J.GEOPHYSICAL RESEARCH. VOL.113*
- 2) 猿渡亜由未・渡辺靖憲(2009):砕波ジェットの局所水面変形機構と飛沫への分裂確立. *土木学会論文集 B2(海岸工学)Vol.B2-65,No.1*
- 3) K. Hanjalic and S. Kenjeres (2006):RANS-Based Very Large Eddy Simulation of Thermal and Magnetic Convection at Extreme Conditions.*J. Applied Mechanics Vol. 73 pp430-439*
- 4) K. Hanjalic (2002):One-Point Closure Models for Buoyancy-Driven Turburent Flows. *Annu Rev. Fluid Mech.2002. 34:321-347*