

湧水侵食による初期水路群の形成

Inception of Channelization by Seepage Erosion

北海道大学院工学院
北海道大学工学研究院
カセサート大学水資源工学科

学生員 竹井義博 (Yoshihiro TAKEI)
正会員 泉典洋 (Norihiro IZUMI)
正会員 Adichai PORNPROMMIN

1 はじめに

降雨によって発生した表面流が地表面を侵食することで、リルやガリと呼ばれる水路状の地形が形成されることは一般的によく知られている。ガリは、乾燥地や植生のない斜面、人工的な盛土の斜面などで形成され易く、一旦形成されるとさらに流れを集めることによって急速に発達する。それに伴い、土壌侵食量と下流への土壌流出量も劇的に増加し、農業生産性や道路・建造物の安全性の低下など様々な面で多大な被害を生じさせる。したがって、ガリ侵食の物理的なプロセスを理解し、ガリの形成と発達を効果的に制御する手法を見出すことは、地形学的観点のみならず工学的にも重要なことである。

これまでガリの形成プロセスに関する様々な研究が行われてきた^{1, 2)}。湧水侵食に関する研究は幾つも行われているものの^{3, 4)}表面流侵食と比べるとガリの形成スケールが何で決まるかなど、不明な点が少なくないというのが現状である。最近では、Pornprommin & Izumi^{5, 6)}がプラスチック粒子浸透層モデルを用いて湧水侵食の実験を行うことで、浸透層厚・斜面勾配等のパラメータが侵食の発生・発達に及ぼす影響を調べている。さらにガリの初期形成間隔のメカニズムを明らかにするために、湧水侵食による水路化に関する線形安定解析を行い、水路の初期形成間隔を決定するのは湧水侵食の強さを表す単位当りの流量と斜面崩壊を起りにくくする土塊同士の摩擦であることを示唆している。しかし、未だ仮説の域を出ず、十分な検証が行われているとは言い難いのが現状である。

本研究では、Pornprommin らの解析結果と実験結果を元に、水路の初期形成間隔を決定するプロセスに関してより詳しい考察をすることとした。

2 線形安定解析

Pornprommin & Izumi^{5, 6)}は、湧水侵食による水路化に関する線形安定解析を行った。

地下水の流れの式は以下の Dupuit-Forchheimer 式によって表される。

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{t}} - \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left[\tilde{K} \tilde{h} \left(\frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} - S \right) \right] - \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(\tilde{K} \tilde{h} \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{y}} \right) = 0 \quad (1)$$

ここで、 \tilde{h} のついた変数は次元量を表し、 \tilde{t} は時間、 \tilde{x} および \tilde{y} はそれぞれ流下方向およびその横断方向の座標、 \tilde{h} は水深、 \tilde{K} は透水係数、 ϕ は間隙率、 S は斜面勾配である。

また、湧水侵食の場合の侵食面の後退速度は以下のように表すことができる。

$$\frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{E}_f \cos \theta + \tilde{E}_m \quad (2)$$

$$\tilde{E}_f = \begin{cases} \tilde{\alpha} \left(\frac{\tilde{q}_{\tilde{x}=\tilde{X}} - \tilde{q}_{th}}{\tilde{q}_r} \right)^\gamma & \text{if } \tilde{q}_{\tilde{x}=\tilde{X}} \geq \tilde{q}_{th} \\ 0 & \text{if } \tilde{q}_{\tilde{x}=\tilde{X}} < \tilde{q}_{th} \end{cases} \quad (3)$$

$$\tilde{E}_m = \tilde{\varepsilon} \frac{\partial^2 \tilde{X}}{\partial \tilde{y}^2} \quad (4)$$

ここで、 X は侵食面からの距離、 $\tilde{q}_{\tilde{x}=\tilde{X}}$ 、 \tilde{q}_{th} および \tilde{q}_r はそれぞれ単位幅流量、基準流量、侵食が発生する限界流量である。 $\tilde{\alpha}$ は実験により求められる定数であり、速度の次元をもつ。 γ は Fox ら⁴⁾の実験から求められる定数であり、ここでは 1 とする。 \tilde{E}_f 、 \tilde{E}_m はそれぞれ水の流れによって土塊が削剥する現象、土砂の特性により発生する斜面崩壊の現象を表している。

以下のような無次元化を導入する。

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{X}) = \frac{\tilde{H}_{-\infty}}{S} (x, y, X), \quad \tilde{h} = \tilde{H}_{-\infty} h, \quad (5a, b)$$

$$\tilde{t} = \frac{\tilde{H}_{-\infty}}{S \tilde{\alpha}} t, \quad \tilde{q}_r = \tilde{K} S \tilde{H}_{-\infty} \quad (5c, d)$$

ここで、 $\tilde{H}_{-\infty}$ は無限遠上流における水深であり、定数とする。

加えて、以下の座標変換を用いる。

$$t^* = t, \quad x^* = x - X_0 \quad (6a, b)$$

ここで、 $*$ は移動座標系、 X_0 は基本状態における侵食面の位置であり、 t の関数である。

以上を考慮した支配方程式はスペースの都合上ここでは省略する。

各変数に対し、以下の摂動展開を行う。

$$(X, h) = (X_0(t), h_0(x)) + A(X_1, h_1(x)) e^{\Omega t} \cos ky \quad (7)$$

ここで数字の 0 は基本状態、1 は摂動の部分を示している。 A は摂動の振幅、 Ω は摂動の増幅率、 k は摂動の波数を表している。

支配方程式に式 (8) を代入し、 $O(A)$ についての式

$$-h_0 h_1'' + (f+1-2h_0') h_1' + (\beta^{-1} \Omega + k^2 h_0 - h_0'') h_1 = 0 \quad (8)$$

を解くことで、固有値 Ω を求める。

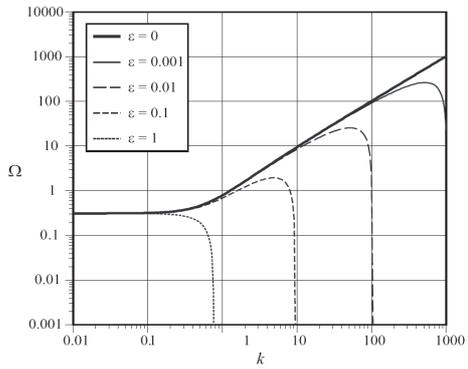


図- 1 擾乱の成長率 Ω の端数 k および ε による変化

3 ε に関する考察

波数 k および ε による擾乱の成長率 Ω の変化を図 - 1 に示す。Ω は k の値が 0 に近づくときゼロに漸近していく。また、ある場所で Ω は最大となり、その後急激に減少している。Ω が最大値をとる時に対応する波長を有する擾乱が他の擾乱より卓越して成長すると考えられる。図に示す通り、ε を考慮しなければ Ω が無限に増加するため、卓越する波数が現れない。その為、ε は水路の初期形成間隔を決定する上で重要なパラメータであると考えられる。

4 斜面安定モデル

前項で説明した ε に関して、斜面安定解析の考えを用いることで、ε を求める関係式の作成を試みる。ε は長さ×速度の次元をもつパラメータである。ε の意味を考えた時、長さの次元に係るパラメータは浸透層厚又は水深であり、速度の次元に相当するパラメータは土塊の斜面方向へ働く力であると考えられる。以上の考えから、以下のような案式を考える。

$$\tilde{h}F = \tilde{h} \sqrt{g\{SG \cdot D(1 - \lambda_p) + \lambda_p \tilde{h}\}(\cos \theta \tan \phi - \sin \theta)} \quad (9)$$

ここで、g は重力加速度、SG は粒子の比重、λ_p は間隙率、φ は内部摩擦角である。長さの次元に水深を考え、斜面安定解析に頻りに用いられる修正フェレニウス法を元に斜面方向に働く滑動力と摩擦による抵抗力を考慮した項を速度の次元としている。

Pornprommin ら^{5, 6)}が行った実験結果から F の値を求め、ε との関係を示したグラフを図 - 2 に示す。グラフより、線形の関係性が見てとれるため、浸透層としてプラスチック粒子を使用したケースと、ケイ砂を使用したケースそれぞれのプロットに対する近似直線を引くとそれぞれ以下のような値が得られる。

$$\varepsilon = 0.0033\tilde{h}F \quad (10)$$

$$\varepsilon = 0.0010\tilde{h}F \quad (11)$$

ケイ砂と比較するとプラスチック粒子は約 3 倍ほどの係数をもつ結果となったが、考えられる要因の一つとして簡単に考えるために砂の粘性による抵抗力を無視しているこ

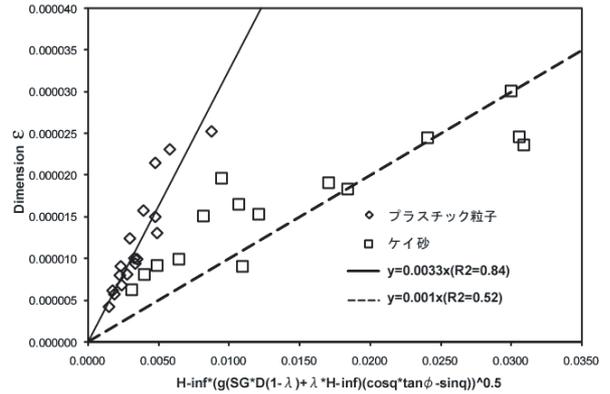


図- 2 ε の $\tilde{h}F$ による変化

とが挙げられる。実験では他の条件を同じにした場合、プラスチック粒子とケイ砂との間で初期形成波数の差は 2, 3 個ほどであり、上記のオーダーの ε と対応する波数と比較すると十分に小さく、誤差の範囲内であると判断できる。以上のことを考慮し、全体のプロットに対する近似線を描くことで以下の式を導く事が出来る。

$$\varepsilon = 0.0013\tilde{h}F \quad (12)$$

5 結論

湧水侵食による水路化の線形安定解析と実験結果から、湧水侵食における水路の初期形成間隔を決定づける要因である ε に関して、斜面安定解析の考えを用いることで関係式を導くことができた。

しかし、長さの次元の項で表した \tilde{h} などのパラメータは物理的意味に乏しく、結果的に提案式が人為的なものとなってしまっている。式の物理的意味を突き詰めることで多くの改善点が見つかると思われるので、今後の課題としたい。

参考文献

- 1) Dunne, T., Formation and controls on channel networks, *Prog. Phys. Geog.*, 4,, 211-239, 1980.
- 2) Higgins, C.g., Drainage systems developed by sapping on Earth and Mars, *Geology*, 10, 147-152, 1982.
- 3) Izumi, N. and G. Parker, Linear stability analysis of channel inception: downstream-driven theory, *J. Fluid Mech.*, Vol. 419, pp. 239-262, 2000.
- 4) Chu-Agor, M., G. V. Wilson, and G. A. Fox, Numerical modeling of bank instability by seepage erosion undercutting of layered streambanks, *J. Hydrol. Eng.*, 13, 1133-1145, 2008.
- 5) Pornprommin, A., and N. Izumi, Inception of stream incision by seepage erosion, *J. Geophys. Res.*, doi:10.1029/2009JF001369, 2010.
- 6) Pornprommin, A., and N. Izumi, Experimental study of channelization by seepage erosion, *J. Appl. Mech.*, JSCE, 11, 709-717, 2009.