越水による堤防破堤プロセス

Bank breach process by overflow

北海道大学工学部環境社会工学科　○学生員　宮脇幸大（Kouta Miyawaki）
北海道大学大学院工学研究科教授　正　員　泉典洋（Norihiro Izumi）

1　はじめに

近年，局所的集中豪雨などの影響から洪水などの災害が増えており，特に堤防決壊による被害は甚大なものである．例えば，2005 年のハリケーン･カトリーナが発生した際，ニューオーリンズでは複数の堤防が決壊し，数百名の死者が出たといわれている．また日本では 2004 年に新潟・福島豪雨が発生し，新潟県管轄の五十嵐川，刈谷田川他 6 河川において 11 箇所が破堤し，広い範囲で浸水被害が発生し，死者が 16 名，被害を受けた住宅は 5000 棟を超えた．破堤時の被害を最小限に抑えることや堤防自体の安全性を高めるためにも破堤のメカニズムを解明することは非常に重要である．しかし，実スケールの３次元越流破堤メカニズムは未解明な部分が多く，これを解明するために様々な研究や実験が行なわれている．[1), 2), 3), 4)]

メカニズムを解明するための実験のひとつである 2008 年の十勝川千代田実験水路における正面越流破堤実験 [1)]から越流破堤は鉛直方向の侵食が進行し，側面の下層が削られることで上層が不安定になり，崩壊し拡幅が起こるという過程であることがわかっている．本研究は最終的にはモデルを用いて拡幅を伴う破堤プロセスを再現することを目的とするが，今回はまず足がかりとして鉛直侵食過程を再現するモデルを構築する．

2　定式化

2.1　越流水深，越流流速

本研究では問題を簡単にするために正面越流でしかも破堤口の拡幅を伴わない 2 次元的な状況を考える．上流からの流量をQ，流速をU河川の水位をH，堤防の高さを η とする．また堤防上での水深をｈ，流速をｕ，流量をｑとする（図－1 を参照）．河道内の流れと堤防上の流れの間にエネルギー保存則が成り立つとすると次式が成立する．

$$\frac{q^2}{2gh^2}+h+\eta=\frac{Q^2}{2gH^2}+H=E \tag{1}$$

上式を変形して次式が得られる．

$$\frac{q^2}{2gh^2}+h=E-\eta \tag{2}$$

与えられたＥ－ η に対して，越流量ｑを最大にする水深を求める．上式をｈで微分すると次式が得られる．

$$\frac{2q}{2gh^2}\frac{\partial q}{\partial h}-\frac{q^2}{gh^3}+1=0 \tag{3}$$

Q が最大となるときは停留点となるから $\partial q/\partial h=0$ となる．よって上式よりｈを導くと次のようになる．

$$h=\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \tag{4}$$

これを限界水深と呼びｈ$_c$で表す．また，このときの流速を限界流速と呼びｕ$_c$で表す．式(4)を式(2)に代入して次式が得られる．

$$\frac{3}{2}\frac{q^{2/3}}{g^{1/3}}=E-\eta \tag{5}$$

したがって次の関係があることがわかる．

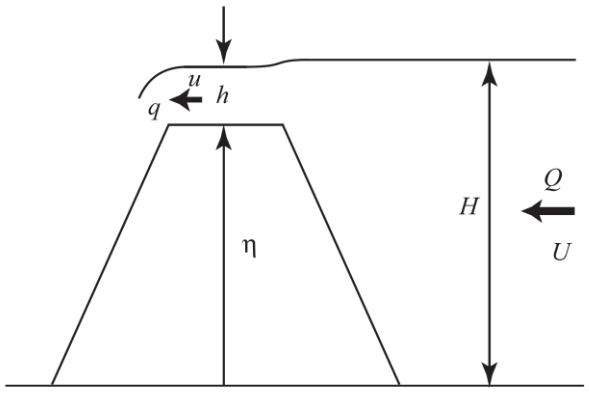
$$h_c=\frac{2}{3}(E-\eta)=\frac{2}{3}\left(\frac{Q^2}{2gH^2}+H-\eta\right) \tag{6}$$

また式(4)より次式が得られる．

$$q=\sqrt{gh_c^3}=\sqrt{g\left[\frac{2}{3}\left(\frac{Q^2}{2gH^2}+H-\eta\right)\right]^3} \tag{7}$$

よって限界流速ｕ$_c$は次のように表される．

$$u_c=\frac{q}{h_c}=\frac{\sqrt{gh_c^3}}{h_c}=\sqrt{gh_c}=\sqrt{\frac{Q^2}{3H^2}+\frac{2}{3}g(H-\eta)} \tag{8}$$



図－1　破堤の概念図

2.2　堤防天端高さの時間変化

堤防天端は主として侵食によって低下すると仮定する．侵食量が天端上のせん断力のべき乗に比例すると仮定すると次式が成り立つ．

$$E=\alpha\tau_b^n \tag{9}$$

ここでＥは侵食速度(単位時間当たりに侵食される深さ)であり，αおよびｎは実験で求められる定数である．αは速度の次元を持ち，長谷川[2]の解析や福岡ら[3]の現地実験により10^{-5}から10^{-4}程度の値をとることがわかっている．またｎはこれまでの研究から１から３程度の値をとることがわかっている．

天端上のせん断力を越流流速u_cで次のように表す．

$$\tau_b=\rho C_f u_c^2 \tag{10}$$

ここでC_fは抵抗係数であり，流速分布が対数分布則で表されるとすれば次式で表される．

$$C_f=\left[\frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{h_c}{k_s}\right)+8.5\right]^{-2} \tag{11}$$

ここでκはカルマン定数で0.4，k_sは相当粗度である．相当粗度は天端上の土砂の粒径d_sの１倍から３倍程度であり，次式が成り立つ．

$$k_s=1-3d_s \tag{12}$$

ただし，天端上では流速分布が対数分布則に従うか不明であり，粗度が粒径のみで決まるか不明な点が多い．またC_fは水深の弱い関数となっていて，相当粗度に対して水深が大きくなると小さくなるので，さしあたって0.005から0.01程度の一定値と考えても良い．

上述の式より天端高さηの時間変化は次のように表される．

$$\frac{d\eta}{dt}=-\alpha\left(\rho C_f\right)^n\left[\frac{Q^2}{3H^2}+\frac{2}{3}g\left(H-\eta\right)\right]^n \tag{13}$$

2.3　河川水位の時間変化

破堤口からの流出によって河川の水位も次第に低下する．流量の保存から次式が成り立つ．

$$\frac{dHL}{dt}=Q-q \tag{14}$$

ここでＬは水路の長さであるが，舘澤[4]の実験では図－２のような状況であったので，水深を用いて次のように表される．

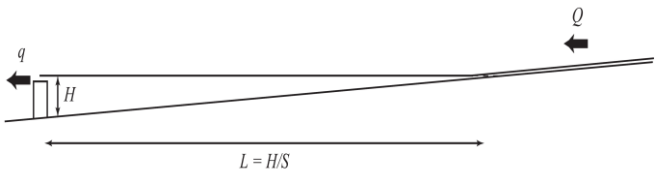
$$L=\frac{H}{S} \tag{15}$$

ここでＳは水路勾配である．ただし実験の状況によって異なるので，最終的には実験から同定すべき長さスケールである．式(14)に式(7)を代入すると，ＬがＨと独立で一定の場合，次のようになる．

$$\frac{dH}{dt}=L^{-1}\left\{Q-\sqrt{g\left[\frac{2}{3}\left(\frac{Q^2}{2gH^2}+H-\eta\right)\right]^3}\right\} \tag{16}$$

舘澤の実験の場合には次のように表される．

$$\frac{dH}{dt}=\frac{S}{2H}\left\{Q-\sqrt{g\left[\frac{2}{3}\left(\frac{Q^2}{2gH^2}+H-\eta\right)\right]^3}\right\} \tag{17}$$



図－２　河川内水位の変化

3　解法・計算条件

3.1　解法

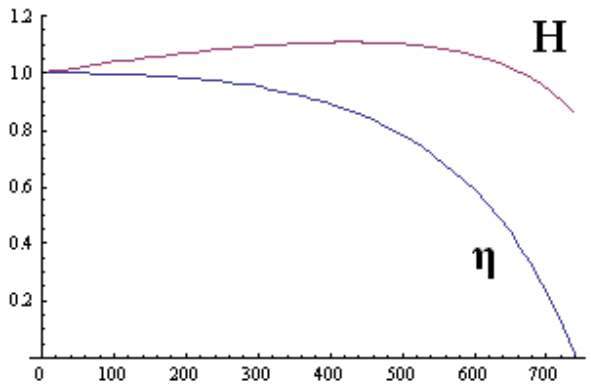
式(13)と式(16)あるいは式(17)はｇ，Ｑ，Ｌを与えると，Ｈとηに関する連立微分方程式となる．これら適切な初期条件の下に積分すれば破堤プロセスを再現することができる．

3.2　計算条件

本来ならばα，ｎ，C_fについては実験によって与えられるが，今回はα＝1.5×10^{-5}，ｎ＝1.5，C_f＝0.01を用いることとする．またη，Ｈの初期値を1mとし，流量Ｑ＝0.2m²/sとした．

4　計算結果

上述の条件の下に行なった計算結果を以下の図に示す．



図－３　740秒までのηとＨの変化

ここで図－３において，縦軸：η(m)，H(m)，横軸：ｔ(s)である．図－３より堤防が全て侵食されるまで約740秒かかることがわかる．また，２つの曲線の差は河川内の水深と堤防の高さの差を表しているが，堤防上では限界水深となるので堤防上の水深は図－３の差よりも少し小さくなる．

5　まとめ

今回は正面越流で，拡幅を伴わない２次元的な状況での鉛直侵食を考え，式を立てた．結果として図－３が示すような侵食過程が再現できた．しかし実際の破堤現象は３次元であり，拡幅による影響も考えなくてはならな

い. 今回得られた式(13)と式(16)および式(17)を元に拡幅による破堤プロセスを加えた方程式を求めることが今後の課題といえる.

6　参考文献

1)島田友典，渡邊康玄，横山洋，辻珠希：十勝川千代田実験水路における横断堤を用いた正面越流破堤実験，寒地土木研究所月報第 670 号

2)Hasegawa, K：Universal Bank Erosion Coefficient for Meandering Rivers, J. of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.15, No.6, pp.745-765, 1989.

3）大東道郎，福岡捷二，佐藤健二：自然堆積河岸の侵食速度について，土木学会第 48 回年次学術講演会，pp.568-569，1933.

4)舘澤清城(2009)：河川堤防の決壊幅拡大過程に関する実験的研究，2008 年度北海道大学修士論文