

# 流型雪崩を対象とした MPS 法の適用性に関する検討

## RIFINEMENT OF MPS METHOD FOR FLOW AVALANCHES

北海道大学大学院工学研究院 ○学生員 加藤宏隆 (Hiroataka Kato)  
 (株) 雪研スノーイーターズ 非会員 大槻政哉 (Masaya Otsuki)  
 (株) 雪研スノーイーターズ 非会員 齋藤佳彦 (Yoshihiko Saito)  
 北海道大学公共政策大学院 正員 清水康行 (Yasuyuki Shimizu)  
 北海道大学大学院工学研究院 正員 木村一郎 (Ichiro Kimura)

### 1. はじめに

冬期災害防止の観点から、雪崩災害防止の雪崩防護施設建設は重要な課題である。発生した雪崩を減勢させる減勢工に関しては、数多くの模型実験<sup>1)</sup>が行われているが、減勢効果の評価手法の考え方は確立されていない。このため、減勢工の設計は経験に頼っているのが現状であり、安全性・経済性の面から物理的根拠に基づく合理的な減勢工の設計方法が求められている。しかし、雪崩は現地観測データがきわめて少なく、現地スケールでの検討を行うには信頼できる数値計算モデルの構築が望まれる。

雪崩の数値計算モデルについては、これまで大きく4つのモデルが提案されている<sup>2)</sup>が、本研究では粉体の集まりである雪崩を流体とみなす流体モデルを用い、連続体の基礎式のLagrange的な離散化を可能とする粒子法(MPS法<sup>3)</sup>)の適用について検討する。MPS法は雪崩のような流体表面が激しく変化する現象を再現するのに最適と言われており、減勢工周りの複雑な挙動にも適用できると考えられる。

MPS法の雪崩への適用においては、大塚ら<sup>4)</sup>によってビンガム流体を仮定した構成則および空気抵抗の導入に対する報告があるものの、課題は多く残されている。

その一つが実地形への適用である。流型雪崩を想定した非ニュートン流体モデルでは、スランプ試験による再現性の検証が行われているものの、実地形を対象とした検討はなされていない。

そこで本研究では、流型雪崩の実測データを再現するためにモデルの改良を行う。実地形への適用においては、スランプ試験では評価出来なかった高せん断ひずみ時の挙動、及び雪崩停止までの過程について検討を行う必要がある。

以上の課題に対し、本研究では次の2点について検討を行う。

- ①高せん断ひずみ領域において、雪崩をダイラタント流体と仮定した構成則の検討。
- ②雪崩の停止まで再現するため、侵食・堆積過程の導入についての検討

モデルの検証には、上石らにより新潟県で観測された雪崩の実測データを用いる。

最後に、これらの効果を導入した修正 MPS モデルを雪崩減勢工に適用し、モデルの妥当性、および減勢工の効果について検討を行う。

### 2. 基礎式と数値計算モデル

#### 2.1 非ニュートン流体の構成則

雪崩の停止までのメカニズムを計算に取り込むために、低せん断ひずみにおいては雪崩をビンガム流体と仮定する。一方、実測データを再現する大規模計算においては高せん断ひずみ領域に達する。雪は高せん断ひずみにおいてダイラタント流体としての性質を示すことが知られている<sup>2)</sup>ため、あるせん断ひずみを超えた場合には雪崩をダイラタント流体と仮定し、それぞれの流体モデルについて構成方程式の改良を試みる。

雪崩を非圧縮性、非ニュートン流体と仮定し、その連続式を式(1)に、運動方程式を式(2)に示す。

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \delta_{i2} g + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

ここに、 $\rho$ : 粒子の密度、 $u$ : 速度、 $p$ : 圧力、 $\tau_{ij}$ : せん断応力、 $g$ : 重力加速度を表している。

非ニュートン流体においては、式(2)中の  $\tau_{ij}$  を次のように表すことができる。

$$\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (3)$$

ここで  $\eta(\dot{\gamma})$  は見かけの粘度と呼ばれるものであり、せん断ひずみは式(4)を使って計算される。

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{e}_{ij} \dot{e}_{ij}} \quad (4)$$

ここに  $\dot{e}_{ij}$  は第二普遍量の偏差ひずみ速度テンソルである。

#### (1)ビンガム流体の構成則

せん断応力  $\tau_{ij}$  をビンガムモデルを用いて表した場合、次式のようなになる。

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \eta\dot{\gamma} + \tau_0 & \tau_{ij} \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau_{ij} < \tau_0 \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $\eta$ : 塑性粘度、 $\tau_0$ : ビンガム降伏値、 $\dot{\gamma}$ : せん断ひずみである。

ビンガム流体の構成則については大塚ら<sup>4)</sup>と同様に、以下の式を用いる。詳しくはそちらを参照されたい。

$$\eta' = \eta + \frac{c + p \tan \phi}{\dot{\gamma}} (1 - e^{-m\dot{\gamma}}) \quad (6)$$

(2)ダイラタント流体の構成則

あるせん断ひずみを超えた場合にダイラタント流体としての性質を示すとき、せん断応力  $\tau_{ij}$  は次式で表される。

$$\tau_{ij} = k\dot{\gamma}^2 \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_0 \quad (7)$$

ここに、 $k$  : 比例定数、 $\dot{\gamma}_0$  : せん断ひずみ境界値である。

すなわち、本研究で仮定している非ニュートン流体の構成モデルでは、せん断ひずみ境界値以下では雪崩はビンガム流体としての挙動を示し、せん断ひずみ境界値を超えた際にはダイラタント流体としての挙動を示す。

ここで、ダイラタント流体についてもビンガム流体同様、式(7)をせん断ひずみ  $\dot{\gamma}$  で除すことで、ニュートン粘性と等価な粘性を作る。

$$\eta' = k\dot{\gamma} \quad (8)$$

また比例定数  $k$  は  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0$  における式(5)と式(7)の交点から次式によって求める。

$$k = \frac{\eta\dot{\gamma}_0 + c + p \tan \phi}{\dot{\gamma}_0^2} \quad (8)$$

ビンガム流体、およびダイラタント流体を組み合わせた流体モデルの概要を図-1に示す。

2-2 侵食・堆積モデル

雪崩の実測データの再現をするために、雪粒子の巻き込み、および雪崩粒子の堆積の導入を考える。式(5)は降伏後のせん断応力を示しており、降伏前のせん断応力を算出することが出来ない。そこで本研究では、粒子に作用する圧力  $p$  を各粒子に作用する外力とみなし、せん断強度との大小関係によって侵食・堆積を簡易的に判定する。侵食・堆積の判定条件を式(9)に示す。

$$\begin{cases} \tau_0 < p & : \text{侵食} \\ \tau_0 \geq p, v < 0.5m/s & : \text{堆積} \\ \text{other} & : \text{変化無し} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、粒子が空中に存在し圧力が作用しない場合を省くために、堆積条件に速度の条件を加えている。侵食・堆積を考慮した計算では、斜面表層に侵食対象となる粒子を配置しており、式(9)の条件を満たした粒子について侵食対象粒子と流体粒子を入れ替える事で、侵食・堆積を表現している。

2-3 MPS 法について

MPS 法は非圧縮流れをラグランジュ的に解く手法であり、数値解析手法の分類では粒子法として位置づけられており、微分演算子を粒子間の相互作用によって表現することに特徴がある。

MPS 法は連続体を有限個の粒子に置き換え、式(10)で表される重み関数  $w$  を用い、粒子間相互作用を解いている。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e - r}{r_e} - 1 & r \leq r_e \\ r & r > r_e \\ 0 & r > r_e \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 $r$  : 粒子間距離、 $r_e$  : 粒子相互作用の及ぶ影響範囲の半径である。

流体の支配方程式には微分演算子として勾配とラプラ

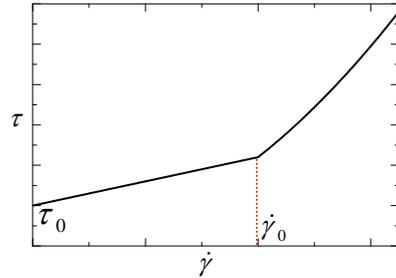


図-1 流体モデルの構成則

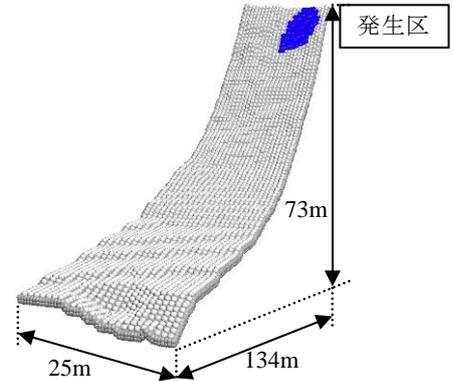


図-2 case1の斜面の概要

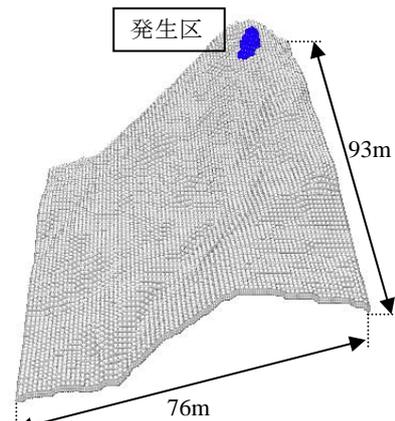


図-3 case2の斜面の概要

シアンが含まれる。MPS 法では粒子  $i$  のある物理量を  $\phi$  とすると勾配とラプラシアンモデルは重み関数  $w$  を用いてそれぞれ次式で表される。

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) w(|r_j - r_i|) \right] \quad (11)$$

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} \left[ (\phi_j - \phi_i) w(|r_j - r_i|) \right] \quad (12)$$

ここに、 $r$  : 粒子の位置ベクトル、 $j$  : 近傍粒子番号、 $d$  : 空間の次元、 $n^0$  : 初期位置から求めた粒子数密度を表している。 $\lambda$  は分布の統計的な分散の増加と解析解を一致させるための係数であり、次式により求まる。

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} \left[ w(|r_j - r_i|) |r_j - r_i|^2 \right]}{\sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|)} \quad (13)$$

また、粒子数密度を次式で定義する。

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(r_j - r_i) \quad (14)$$

式(14)は粒子*i*において、粒子*i*と各近傍粒子*j*との重みの和を表している。

計算アルゴリズムについては越塚<sup>3)</sup>と同様な手順を用いている。詳しくはそちらを参照されたい。

### 3. 計算条件

本研究ではビンガム流体とダイラタント流体の境界となるせん断ひずみの境界値を、実験値<sup>2)</sup>を元に  $\dot{\gamma}_0=5.0$  としている。

モデルの検証については、以下に示す2つの実測データ<sup>5)</sup>について再現計算を行う。

- case1: 新潟県長岡市で発生した雪崩であり、その斜面の概要を図一2に示す。case1は雪崩流下範囲、および堆積状況について検証を行う。
- case2: 新潟県山古志トンネル付近で発生した雪崩であり、斜面の概要を図一3に示す。発生区から対象領域内の最も低い地点までの高低差はおよそ90mである。Case2では主に流下速度と流下経路について検証する。

パラメータは、上右らが同様の実測データについて再現計算を行った際に用いたパラメータと同様に、粘着力  $c: 100(\text{Pa})$ 、内部摩擦角  $\phi: 24(^{\circ})$ 、塑性粘度  $\eta: 0.01(\text{Pa}\cdot\text{s})$ とした。また、底面粒子と流体粒子との境界はニュートン流体とし、動粘性係数  $6.25 \times 10^2(\text{m}^2/\text{s})$ を与えている。平均粒子間隔は計算負荷を考慮し0.5mとし、侵食の対象となる粒子は底面の表層25cmを仮定した。

### 4. 計算結果と考察

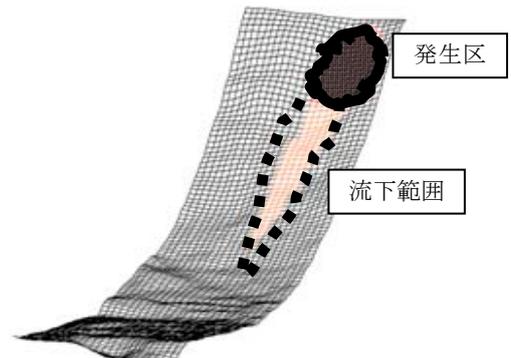
#### 4-1 case1 について

観測結果を図一4に、30秒後の計算結果を図一5に示す。図一5中(左)が大塚らによるビンガム流体を仮定したモデル、(右)が大塚らのモデルにダイラタント流体、侵食・堆積モデルを導入した計算結果である。ビンガム流体を仮定したモデルでは流下粒子を青で表現しているが、侵食堆積を考慮したモデルでは粒子の入れ替えが行なっているため、侵食された領域では灰色の壁粒子が露出し、堆積粒子・侵食対象粒子は白色で示している。

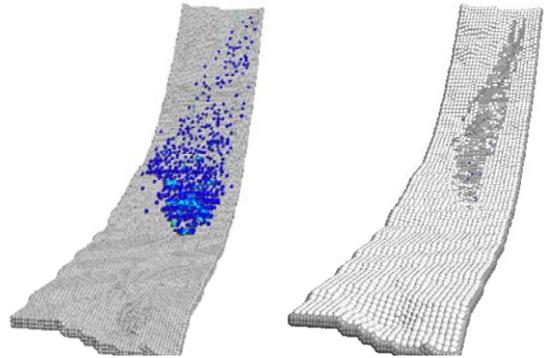
流下範囲について、ビンガム流体のみの計算では流下範囲が広範囲に及んでいるのに対し、ダイラタント流体を仮定した本モデルでは水平方向の拡がりが増え、実測データを良好に再現出来ていることが見て取れる。

流下距離については、計算結果の経過時間と流下距離の関係を図一6に示す。ビンガム流体のみのモデルでは雪崩の停止を再現出来なかったが、堆積モデルを導入することで雪崩の発生から停止までを再現することができている。

観測データ不足のため、定量的な評価を行う事はできないが、目視による流下範囲、及び雪崩の停止を再現できた点から、実用化に向けての大規模な斜面に対するダイラタント流体モデルの適用可能性を示す結果となった。

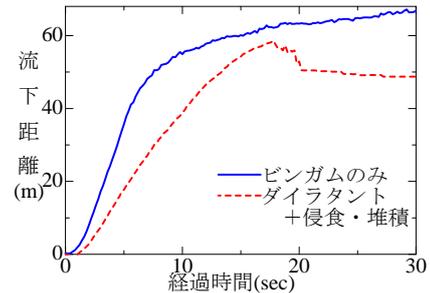


図一4 case1の観測データ

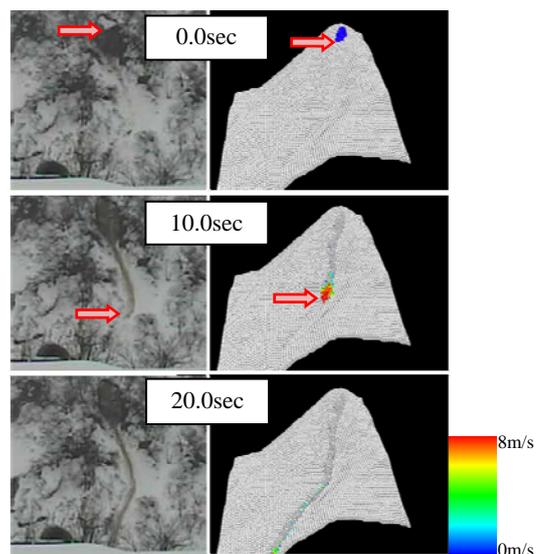


図一5 case1 流下範囲(30秒後)

(左: ビンガム流体モデル) (右: ダイラタント流体モデル + 侵食・堆積を考慮)



図一6 流下距離の時間変化



図一7 case2 計算結果

(左: 観測データ, 右: 計算結果)

4-2 case2 について

観測データ、および計算結果を図-8 に示す。図中の(左)が観測データ、(右)が計算結果で、5秒毎の流下状況を示している。図中では観測データの雪崩流下状況が判断しにくいいため、各時間における雪崩の先端を目視に基づく矢印によって示している。

計算結果について定量的な評価はできないが、計算結果は観測データの流下速度、及び流下経路を良好に再現出来ていることが定性的に確認できる。また、侵食モデルを導入したことで、雪崩が壁面の雪を巻き込んで流下していく様子が再現出来ている。

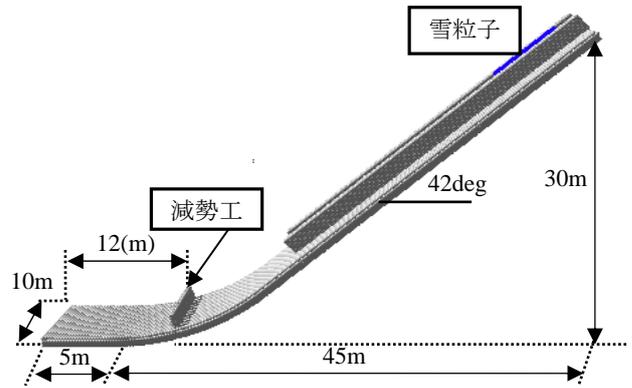


図-8 計算領域の概要

5. 減勢工への適用の試み

5-1 計算条件

以上の検討をふまえた修正 MPS モデルを、より現実的な雪崩問題として減勢工への適用を試みる。図-11 に示す傾斜角 42°の誘導路付き斜面の下流端から 12m の位置に簡易な減勢工を想定した杭(高さ 1.5m, 間隙率 0.5)を設置し、杭幅を 0.5m, 0.75m, 杭なしのケースについて計算を行う。平均粒子間隔は 0.25m で、流体粒子の数は 2233 個である。

パラメータは上記の実地形での計算で用いたものと同様の値を与えている。

5-2 結果と考察

流下状況を図-9 に示す。雪崩が減勢工に衝突する事で速度が抑制され、流下範囲も抑制されていることが見て取れる。また減勢工の上流側に雪崩粒子が堆積している様子が確認できる。

次に、減勢工通過粒子数の時系列を図-10 に示す。この図からも、減勢工が雪崩の流下を抑制していることが確認できる。空隙率を一定としたときの杭幅の違いに着目すると、杭幅が小さい方が減勢効果が大きいことがわかる。これは、杭幅が小さい方が減勢工を通過する際のひずみ速度が大きくなるため、式(7)の  $\tau$  が大きくなり、その結果として減勢効果が大きくなっていると考えられる。

減勢工周りの挙動については更なる検討を行っていく必要があるが、今回の計算で示された挙動は実験などで確認される雪崩の挙動と定性的に適合する結果であり、本修正モデルの雪崩現象への適用性を改めて示す結果といえる。

6. まとめ

本研究では流型雪崩を対象に、ダイラタント流体、侵食・堆積モデルの導入について検討を行い、実地形への適用を試みた。その結果、以下のけっかが得られた。

- ①侵食・堆積モデルにより、雪崩の停止が確認できた。
- ②雪崩をダイラタント流体と仮定する事で、流下速度・流下経路の点で観測データを良好に再現できた。
- ③本修正モデルによって、減勢工周りの挙動を確認できた。

これらの結果については定性的な評価に留まっているが、良好な再現性を確認できたことから、本モデルが実地形に対し十分適用可能であるといえる。

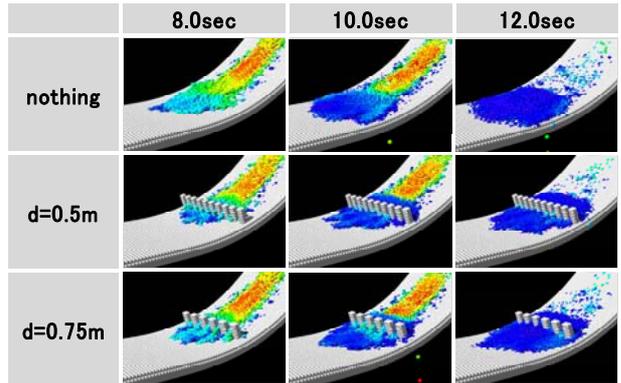


図-9 流下状況

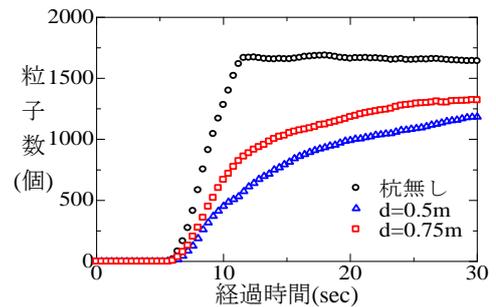


図-10 減勢工通過粒子数

参考文献

- 1) 例えば 石田孝司, 加藤信夫, 上石勲: 雪崩減勢工の速度低減効果に関する模型実験, 砂防学会研究発表会概要集, Vol.1998, pp.346-347, 1998.
- 2) 前野紀一, 福田正己: 基礎雪氷学講座Ⅲ, 古今書院, 2000.
- 3) 越塚誠一: 計算レクチャーシリーズ 5 粒子法, 日本計算学会編, 丸善株式会社, 2005.
- 4) 大塚達也, 清水康行, 木村一郎, 大槻政哉, 齋藤佳彦: MPS 法の雪崩への適用に向けての二, 三の検討, 水工学論文集, 第 53 巻, pp.1063-1068, 2009.
- 5) 上石勲, 小田憲一, 森口周二, 沢田和秀, 八嶋厚, 町田敬, 新潟県中越地域における雪崩の動態観測と雪崩流体運動解析モデルの検証, 雪氷研究大会講演要旨集, p.105, 2010.