

を代入し、下式を適用することで楕円化率 ζ_i を曲率 C の関数として表すことができる。

$$\partial U / \partial \zeta_i = 0 \quad (8)$$

$$\zeta_i = \zeta_i(C) \quad (9)$$

また、単位長さ当たりのひずみエネルギーを曲率 C で微分すれば断面に生じる曲げモーメント M を曲率 C で表すことができる。

$$M = \partial U / \partial C \quad (10)$$

$$M = M(C) \quad (11)$$

4. 解析結果と考察

以下、解析結果を図4~8に示す。なお、図4~8は全て $C^* = Ca_1$ 、 $M^* = M/Eta_1^2$ 、 $k^* = ka/E$ としてパラメータを無次元化し、半径に対するチューブの厚さを $t/a_1 = 0.02$ として計算を行った。図4は $N=1$ つまり単管ではあるが管の内部を半径方向のバネで支えている状態の曲率と断面のつぶれの関係を、バネ定数を4通りに変化させた場合についてプロットしたグラフである。曲率の増加に伴い楕円化が進んでいくことがわかるが、管の内部をバネで支えた時はチューブのみの場合 ($k^* = 0$) に比べバネの影響により楕円化しにくくなるが読み取れる。図5は $C^* = 0.01$ とした時の層数と最外管の楕円化率の関係について表したグラフである。層数が増えるに伴って楕円化が抑制されていることが読み取れる。図6は $k^* = 0.001$ として $N=6$ までの曲率と曲げモーメントの関係を表したグラフである。層数が多い、つまり内部が詰まった状態のほうが曲げモーメントが大きく増加することが読み取れる。図7は $C^* = 0.01$ とした時の層数と曲げモーメントの関係を表したグラフである。バネ定数が大きければ、それに伴って曲げモーメントが増加することが読み取れる。図8はバネ定数を3通りに変化させ、 $C^* = 0.015$ とした時の断面全体の变形形状の解析結果である。バネ定数が大きいチューブは外管のつぶれが抑制され、断面全体が一体となつてつぶれていくのに対して、バネ定数が小さいチューブは外管が大きくつぶれるが内側の管にいくほどつぶれていないのが見て取れる。

5. まとめ

本研究は曲げを受ける弾性チューブの厳密な解析への基礎研究として行ったものである。本研究を通し、多層構造を持つ弾性チューブの安定つり合い状態での断面の变形の理論的な解析をすることができた。これにより、単層のチューブに比べ、層数を増やし、層と層の間にバネを挟んだチューブのほうが、断面の扁平を大幅に抑制できることがわかった。本研究により得られた知見を生かし、今後は、断面の扁平化による影響を考慮しない多層構造を持つ弾性チューブの曲げ座屈の解析へ拡張させる予定である。

参考文献

- 1) Brazier, L. G: On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections, Proceedings of the Royal Society of London, A116, 104-114, 1927.
- 2) Karam, G. N. & Gibson, L. J.: Elastic buckling of cylindrical shells with elastic cores - I. Analysis, *International Journal of Solids and Structures*, 32:pp. 1259-1283.

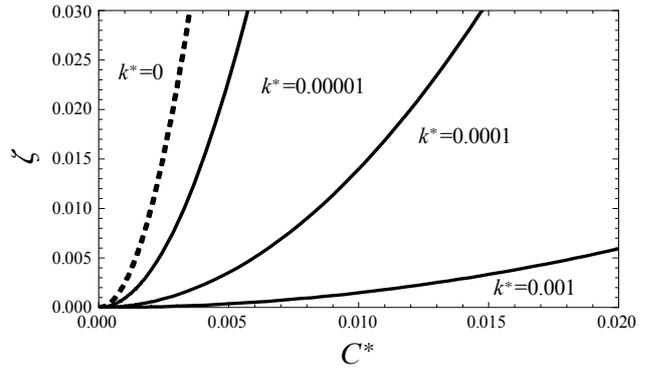


図4 曲率と楕円化率の関係 ($N=1$)

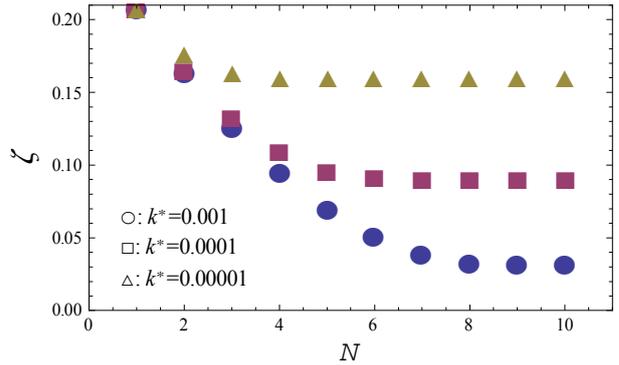


図5 層数と楕円化率の関係 ($C^* = 0.01$)

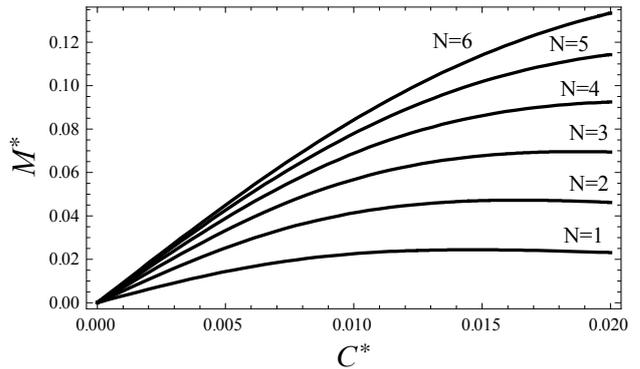


図6 曲率とモーメントの関係 ($k^* = 0.001$)

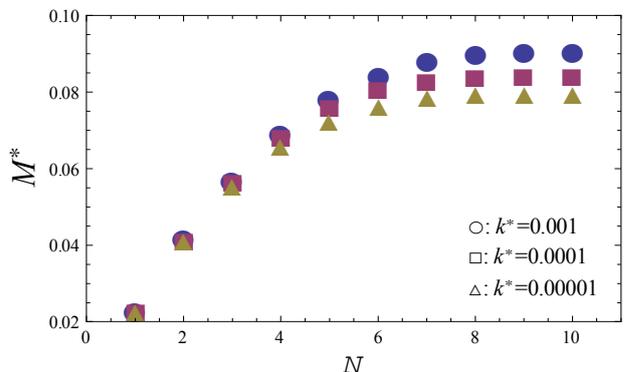


図7 層数とモーメントの関係 ($C^* = 0.01$)

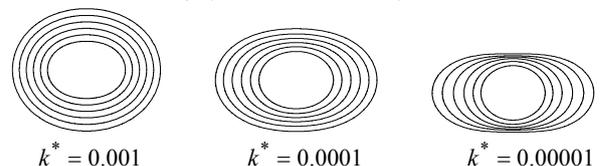


図8 断面の变形イメージ