DEM を用いたデューン上のステップレングスに関する研究

Numerical study on step length on Dune utilizing DEM approach

北海道大学大学院工学研究科 学生員 今翔平 (Shohei Kon) 北海道大学教授 大学院工学研究科 正 員 工博 清水康行 (Yasuyuki Shimizu) 日本学術会議特別研究員 SPD 北海道大学大学院 正 員 工博 山口里美 (Satomi Yamaguchi) 北海道大学大准教授 大学院工学研究科 正 員 工博 木村一郎 (Ichiro Kimura)

1. はじめに

河床の構成要素である流砂は転動・滑動・躍動など様々な形 態を持つ大変複雑な運動をする.流砂の動きによって,河床形 態は決定され、その形態により流水に対する抵抗が変化し水深 などに影響を与える.そのため,流砂の運動をモデル化する研 究が今までに行われてきた.中川・辻本 1)は砂粒子の河床から の離脱率(pickup rate)と移動距離(step length)によって流砂を表現 した Einstein 型の確率モデルを基に非平衡流砂量式を提案して いる.また,関根ら²⁾,後藤ら³⁾はLagrange的に粒子を追跡す る数値解析モデルによって流砂の運動を再現している.そして Giri・清水ら⁴⁾は,木村ら⁵⁾の非線形 k - モデルを用いた数値 計算によって Dune の形成から平坦床への遷移(Dune の消滅), 及び再形成といった非定常の現象再現にも成功している.この モデルでは, step length は試行錯誤的に粒径の数十倍から,数 百倍の値が与えられている、小規模河床形態の一つである Dune 形状を求める数値計算において, step length は形状を決定 する上で極めて重要なパラメータとなることが知られている ⁶. したがって, Dune 上の step length を物理的根拠に基づいて合 理的に与える手法の確立が必要となってくる.平坦床上の step length は指数分布に従うことが提唱されている⁷⁾が, Dune 上の step length に関する検討例は少ない. Dune は複雑な乱流場を形 成するため, Dune 上の流砂の動きもまた複雑である. 例えば, Dune のクレスト部からは流れの剥離が生じ,その背後からは 剥離渦が生じる.これらによって,ある砂粒子はトラップされ て一定時間渦の中に留まり続ける一方,ある砂粒子は主流にの って下流へと輸送される. Dune 形状を正確に再現するにはこ のような砂粒子の挙動を考慮した流砂モデルの構築が不可欠で ある.そこで,本研究では数値解析による Dune 上の砂粒子の step length を推定する手法の構築を目標とする.水路床上の粒 子を追跡する数値解析モデルとしては,関根ら²⁾による Saltation モデルが先駆的なモデルとして挙げられる.しかし, 今回の数値解析モデルの基礎として用いるのは後藤⁸⁰,伯野⁹⁾ によって確立された DEM(個別要素法)である. これは DEM は 多数の接点で底面や他の粒子と衝突を繰り返す粒子の軌跡も解 析できるため,今後,移動床 Dune における粒子の解析モデル などへ発展させられる可能性があるためである.Saltation モデ ルでは流れ場として Nezu ら¹⁰による平坦床上の経験式を与え ているが、本研究では Dune 場への適用性を考慮して非線形 k-

モデルを乱流モデルとする鉛直二次元 URANS シミュレーションを実行し,レイノルズ応力分はモンテカルロ法により乱れ 成分に再構成し,DEM に反映させる.なお,本研究では研究 の第一段階として,粒子同士の相互作用を考慮せず,小数の粒



図-1 非線形 k- モデルによる Dune 上の流速分布図

子が固定河床上を移動する場合について適用し,粒子運動の基本特性を検証する.検討の手法として,固定したデューン上で砂粒子を移動させ,クレスト部や剥離渦の生じる場所など,流れの状態や形状の異なる場所での平均 step length や, step length の確率密度関数の関数形について考察する.

2. 流体解析モデル

2.1 乱流解析手法

掃流砂の挙動再現には乱流場精度よく評価する手法を欠かす ことができない.このため,本研究においては Giri・清水ら⁴⁾ と同様のフレームワークで計算を行い,固定床 Dune 上の流れ を求めた.基礎となるのは木村ら5の非線形k- モデルを乱流 モデルとする鉛直二次元乱流解析モデルである.Giri・清水ら ⁴⁾はこのモデルを用いて , Dune のクレスト部背後に生じる剥離 現象などを再現するとともに , 辻本・中川 ¹⁾による非平衡流砂 モデルを用いたシミュレーションにより Dune の発生発達過程 や,流量変化にともなう遷移河床への移行過程などを良好に再 現してみせた.なお,移動床場への適用にあたっては,粒子の 形状抵抗が乱流場へ及ぼす影響について考慮する必要がある. しかし,今回はごく少数の砂粒子の運動のみを追跡し,その基 本的挙動を検討することを主眼とするため,粒子による流体の 乱れへの影響は無視することとする.この点は今後の検討課題 でもある.本モデルにより再現された Dune 上の乱流場の時間 平均流速分布を図-1 に示す. Dune のスケールは, 波長 0.4m, 波高 0.02m であり,固定床条件で計算を行っている.Dune 背 後に剥離渦が形成されるなど,定性的に妥当な結果を与えてい ることがわかる.

2.2 レイノルズ応力による乱れ成分の再構築

本研究で用いた流体解析モデルは RANS モデルであるため, 乱れの平均成分がレイノルズ応力として計算される.DEM に よる粒子追跡にはレイノルズ応力として計算された乱れ成分を 各成分の時系列的乱れとして再構築する必要がる.これには関 根ら²が Saltation モデルで用いた方法とほぼ同様な方法を用い, 次のように行った.主流方向への乱れ成分は, *dt* 時間前の乱 れ成分との自己相関関係が明らかにされており, さらに鉛直方 向への乱れ成分は同時刻の主流方向の乱れ成分との強い相互相 関性があると知られている.マルコフ連鎖モンテカルロシミュ レーションモデルの解析手法を元に,各砂粒子に影響を及ぼす 周囲流体の乱れを解析する.はじめに各砂粒子に影響するレイ ノルズ応力の平方根を各方向の乱れ強度 ", 、とする.

$$\sigma_u = \sqrt{uu}, \quad \sigma_v = \sqrt{vv}$$
 (1), (2)

また,相互相関係数を次式で表す.

$$\rho_{uv} = \frac{\overline{u'_f v'_f}}{\sigma_u \sigma_v}, \quad \overline{u'_f v'_f} = \overline{uv} \qquad (3), (4)$$

式(1),(2),(3),(4)を用いて, 'u, 'vを求める.

$$\sigma'_{u} = \sqrt{1 - \rho_{t}^{2}} \times \sigma_{u}, \sigma'_{v} = \sqrt{1 - \rho_{uv}^{2}} \times \sigma_{v} \quad (5), (6)$$

ここで,分散が i_u , i_v ,平均が0の正規乱数 u, vを発生 させる.これは,各方向への乱れ成分 $u'_f(t)$, $v'_f(t)$ の正規確率 密度分布はマルコフ連鎖の考え方に基づき,式(7),(9)で表さ れる条件付分布として表されるからである.

$$p(u'_{f}(t)|u'_{f}(t-\Delta t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{u'}}} \exp\left[-\frac{(u_{f'}(t)-m_{u})^{2}}{2\sigma_{u'}^{2}}\right]$$
(7)

$$m_u = \rho_t \times u_f'(t - \Delta t) \tag{8}$$

$$p(v'_{f}(t)|u'_{f}(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{v}}} \exp\left[-\frac{(v_{f}'(t) - m_{v})^{2}}{2{\sigma'_{v}}^{2}}\right]$$
(9)

$$m_{v} = \rho_{uv} \left(\sigma_{v} / \sigma_{u} \right) \times u_{f}'(t)$$
 (10)

これらの正規乱数 u, vを用いて $u'_{f}(t)$, $v'_{f}(t)$ を生成する.

$$u_{f}'(t) = \rho_{t} \cdot u_{f}'(t - \Delta t) + \phi_{u}$$
(11)

$$v_{f}'(t) = \rho_{t} \cdot v_{f}'(t - \Delta t) + \phi_{v}$$
 (12)

ここで, ,: 自己相関係数であり, T_L を乱れの Lagrange 的な 寿命時間として定義すると次式で与えられる.

$$\rho_{t} = \exp(-\Delta t/T_{L})$$
(13)
$$T_{L} = \begin{cases} \frac{0.52}{\sigma_{u}} \sqrt{zh} & (z/h \le 0.6) \\ \frac{0.4}{\sigma_{u}} h & \cdots (z/h > 0.6) \end{cases}$$
(14)

ここで,z:河床面からの粒子の高さ,h:水深である.図-2に, ある粒子に影響を及ぼす乱れの時系列データの一例を示す.

3. 粒子運動解析モデル

3.1 水流中粒子の運動方程式

本研究では,Tchen(1947)によって導かれた乱流中の単一球



図-2 流体乱れの時系列データ

の運動方程式を用いて粒子の挙動を解析する.また,河床付近 における粒子は河床との接触を繰り返すため,河床構成粒子と の運動量の受け渡しを適切に評価しなければならない.本研究 では後藤⁸⁰,伯野⁹⁰によって確立された DEM を用いて粒子間 衝突による運動量の解析を行う.今回の解析では,掃流砂は速 度勾配の大きな底面付近で運動を行うため揚力(Saffman 力)の 影響を多大に受けると考え,田中¹¹⁰の導いた式を用いて揚力 を考慮する.流水中で回転する球に作用するトルクの一般的な 評価式は提案されていなく,計算の簡略化のためにも,今回は 回転粒子に作用するトルク,そして粒子の回転による揚力の項 を省略して計算を行う.以下に今回用いた砂粒子の運動方程式 を示す.

$$\sigma A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}_{pi}}{dt} = \frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |\mathbf{u} - \mathbf{u}_{pi}| (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{pi})$$
$$+ \rho A_3 d^3 \frac{d\mathbf{u}}{dt} + C_M \rho A_3 d^3 \left(\frac{d\mathbf{u}}{dt} - \frac{d\mathbf{u}_{pi}}{dt}\right)$$
(15)

$$+A_3 d^3 (\sigma - \rho) \mathbf{g} + \mathbf{F}_{\mathbf{LS}} + \mathbf{F}_{\mathbf{pINTi}}$$

$$I \frac{d\omega_{\rm pi}}{dt} = \mathbf{T}_{\rm pINTi} \tag{16}$$

ここで, :流体密度, :粒子密度(/ =2.65), C_M :付加 質量係数(=0.5), C_D :抗力係数, A_2 :砂粒子の2次元形状係数 (=4/), A_3 :砂粒子の3次元形状係数(=6/), d:粒径, \mathbf{u} :周 囲流体速度, $\mathbf{u}_{\mathbf{p}i}$:砂粒子速度, I:慣性モーメント, $\mathbf{p}i$:粒子 の角速度ベクトルである.抗力係数は R_e >1000の時に C_D =0.4 で与え, R_e <1000の際にはSchiller・Naumann(1933)の式を用い て与える.

$$C_D = \frac{24}{R_e} \left(1 + 0.15 R_e^{0.687} \right) \tag{17}$$

$$R_e = \frac{\left|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{pi}\right|d}{\nu} \tag{18}$$

ここで, :動粘性係数. 揚力項 FLS は次式で与える.

$$\mathbf{F}_{\mathbf{LS}} = 1.61d^2 \sqrt{\mu \rho / |\nabla \times \mathbf{u}|} \left(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\mathbf{p}i} \right) \times \left(\nabla \times \mathbf{u} \right) \quad (19)$$

ここで, μ :粘性係数. F_{pINI} は粒子間作用力項, T_{pINI} は粒子間トルク項であり,後藤⁸と同様のフレームワークで求めた.

4. Dune 上の流砂シミュレーション

4.1 計算条件

固定床 Dune 上の流体解析を,上述の図-1 で示した計算範囲 で行う.水理条件は表-1 とし,河床粒子を固定してその上に saltation 粒子を配置し DEM を用いて運動の解析を行った.河 床粒子が固定されると saltation 粒子が河床と接触する際に受け る作用力は,接触している河床粒子との粒子間作用力のみであ る.またこの条件の下では粒子間作用力は saltation 粒子が河床 と接触する際の粒子速度によって決まる.よって,今回のシミ ュレーションでは反発係数を特に設けず,粒子間作用力を用い て saltation 粒子の反発を再現した.平坦床における砂粒子の挙 動については今までに様々な研究が行われており,中川・辻本 ら⁷は実験的な検討から step length の正規確率分布を求める式 を示した.

$$f_x(L) = \frac{1}{\Lambda} \times e^{-\frac{L}{\Lambda}}$$
(20)

ここで,*L*: step length, : 平均 step length である.以下から 式(20)を辻本の式として扱う.さらに河床波上の step length に ついて中川・辻本ら⁷⁾は河床形状の影響により step length の分 布形が偏奇すると示している.そこで本研究でも河床形状,ま た流速分布に特徴のある個所の step length を区間ごとに調べる こととする.検査区間には,次の2つのセットを用いる.すな わち,図-6 に記した から をセットA とする.さらに Dune の特徴部分であるクレスト部や谷部分をさらに細かく分割した 図-7 に示す10 区間をセットB とする.今研究では step length を saltation 粒子が河床から離れてから着地するまでの距離とし た.各条件において1000 個の step length データをサンプリン グし,統計処理を行った.

4.2 結果の検証

図-8 に各区間の平均 step length をプロットした. Total と書 いた平均 step length は区間を考慮せず Dune 全体で 1000 個の step length データをサンプリングし平均化した値である. ',

[']両方の条件において step length は 区間で最小値, 区間 で最大値をとり,河床の高さに比例して延びることがわかる. 区間 において急激に step length が小さくなる理由は剥離渦の 影響で逆流域に入るためと考えられる.また,区間セットA の step length 確率密度分布を描いた図-10 からわかるように, 区間 , では粒子がほとんど動かず停止することが多い.こ のため total の平均 step length には粒子が活発に動く区間, の step length が強く影響していると考えられる. 確率密度関数 の辻本の式との比較からもその傾向はうかがえる.区間 では step length が粒径の数十倍の値の域において確率が少し大きく なっている.これは,クレスト部から飛び出る粒子が主流に捕 捉され,運ばれる現象が再現されていると考えられる.これら の結果から, Dune 上では step length の確率密度分布を一つの 指数関数で表すことは困難であると考えられる.図-11 には検 査区間セットBにおける step length の確率密度分布を記した. 区間 'から ', 区間 'から 'までは河床高さと step length

表-1 デューン上計算条件



図-6 検証区間セットB平均 step length

はある程度相関している.しかし,クレストの最高点部分であ る ', '区間ではその相関は当てはまらない.区間 'におい て最も大きい step length が確認されている.また,区間 , においては確率密度のピークが二つ存在している.これは粒子 のクレストからの飛び出し方によって,剥離部に入ってしまう 場合と剥離部を飛び越える場合があることに対応していると考 えられる.以上より,Dune 上では step length が局所的に異な ること,クレスト部では step length の確率密度指数分布より大 きくずれる可能性が示された.

5. まとめ

本研究では非線形 k - モデルを用いた流体解析モデルと DEM を組み合わせた手法を用いた粒子運動解析を行い, 平坦床及び



図-8 検証区間セットBにおける step length 確率密度分布

固定床 Dune 上の step length について検証を行ったもの である.おもな成果を以下に示す.

・平均 step length, step length の確率密度分布は Dune 形状に影響を受け,平均 step length はクレスト部を除いて河床高さとある程度比例する.

・粒子がクレスト背面に入ると剥離渦の影響を受け, step length が小さくなる一方,クレスト部から主流に捕 捉され飛び出した粒子は平均 step length の数倍の距離を 移動する.したがって,クレスト部付近の確率密度関数 は2つのピークを有する.

今後は DEM の特性を生かし,多数の粒子を河床に配置 した数値移動床上で step length に関する検討を進めてい きたい.

参考文献

- Nakagawa, H and Tsujimoto, T.: Sand bed instability due to bed load motion, *Proc. ASCE 106*, 2029-2051, HY12, 1980.
- 2) 関根正人・小川田大吉・佐竹宣憲:Bed Material Load の流送機構に関する研究,土木学会論文集, No.545/II-36, pp.23-32, 1996
- 3)後藤仁志・酒井哲郎・原田英治:移動床上の saltation 粒子の衝突・反発機構,水工学論文集,第 43 巻, pp.647-652, 1999.
- Giri, S. and Shimizu, Y.: Numerical computation of sand dune migration with free surface flow, *Water Resources Research*, Vol.42, w10422, doi:10.1029/2005WR004588,

2006.

- 5) Kimura, I and Hosoda, T.: A non-linear k- model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *International Journal For Numerical Methods In Fluids*, Int. J. Numer.Meth. Fluids 2003; **42**:813-837 (DOI: 10.1002/fld.540)
- 6) 音田慎一郎・細田尚:水深積分モデルによる小規模 河床波の発生・発達過程と流れの抵抗則の数値解析, 水工学論文集,第48巻,pp.973-978,2004.
- 7)中川博次・辻本哲郎:掃流過程に対する確率モデル とその一般化,土木学会論文集報告書,第 291 号, pp73-83,1979.
- 8)後藤仁志:数値流砂水理学,森北出版株式会社, 2004.
- 9) 伯野元彦:破壊のシミュレーション,森北出版株式 会社,2004.
- Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence in Open-Channel Flows,IAHRMonograph, Belkema, Rotterdam, Netherlands, 1933.
- 11)田中敏嗣:粒子追跡法による粒子系混相流解析の基礎と粒子間相互作用の導入法について,第27回混相流レクチャーシリーズ,pp.46-57,2002.
- 12) 関根正人・吉川秀夫: 掃流砂の停止機構に関する研 究, 土木学会論文集, 第 399 号/ II-10, pp.105-112, 1988.