

## 乱流中の気泡運動の確率モデルの碎波乱流への適用

Application of the stochastic model for bubbly turbulent flows in breaking waves

北海道大学工学部環境社会工学科 学生員 新井田靖郎 (Yasuo Niida)

北海道大学大学院工学研究科 正員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

## 1. はじめに

碎波帯では、碎波ジェットに着水に伴い大気中に大量の飛沫が生成されると共に、海水中に大量の気泡が取り込まれ複雑な気液混相乱流場が形成されている。碎波帯に混入する大量の気泡は乱流を強化し、碎波によるエネルギー散逸、沿岸構造物に対する波圧を考える上で重要である。しかし、碎波帯に取り込まれた気泡と流体との相互作用についての研究はまだまだ十分ではない。

一方、流体内の微小な気泡の運動は変動の大きさが不規則に変化する不確定現象であり、確率過程によって記述する必要がある。

そこで本研究では、流体内部での気泡運動を確率モデルを使う事によって再現し、既往の実験結果と比較し検証すると共に、碎波帯における気泡運動モデルの構築に向けた考察を行う。

## 2. 計算方法

本研究では Large Eddy Simulation(LES)によって流体の計算を行う。また気泡の運動方程式は Basset-Boussinesq-Oseen(BBO)方程式を基に、気泡位置での流速を Langevin 方程式で表した確率微分方程式を用いた。さらに乱れの変化を考慮するため粒子作用項を含む Sub-Grids Scale(SGS)乱れエネルギーの輸送方程式を流体及び気泡の運動方程式と相互に連成させ、気泡・乱れ相互作用を表現している。図1に示す様な自由水面を持つ数値水槽において、底面中央から気泡を噴出させ、そのときの流れと気泡分布を実験結果(I.E.Lima Neto et al., 2008)<sup>1)</sup>と比較し本モデルの妥当性を検証する。

側方境界条件として周期境界条件を与え、底面では non-slip 条件を与えた。気泡径  $d$  は次元量で 2.6mm とした。

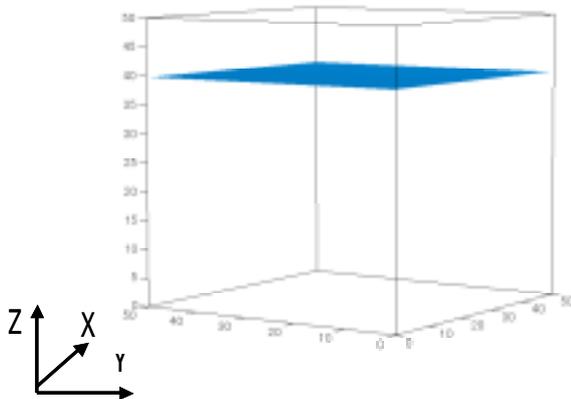


図1. 数値水槽

## 2.1 流体運動

トップハットフィルターでフィルタリングしたナビエ・ストークス式は次のようになる。式中の  $\overline{\tau_{ij}}$  はフィルタリングされた変数である事を示している。

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{U}_i \overline{U}_j = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \overline{P}}{\partial X_i} + \nu \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial X_i} \right) - \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial t} + g - \frac{1}{\rho_f} \overline{A}_i \quad (1)$$

ここで、右辺最終項は  $N$  個の気泡粒子による平均作用力であり、気泡の直径を  $d$  とすると、

$$\overline{A}_i = \frac{1}{\Delta^3} \sum_{n=0}^N \frac{\pi}{6} d_n A_{i,n} \quad (2)$$

である。また  $\tau_{ij}$  は SGS 応力、 $\Delta$  はグリッド幅である。

## 2.2 気泡運動

気泡の運動方程式は、

$$\frac{dU_{p,i}}{dt} = A_{i,n} \quad (3)$$

である。(3)式を BBO 方程式を基に微小時間ステップ上の増分として表すと次のようになる。

$$dU_{p,i} = \frac{(U_{s,i} - U_{p,i})}{\rho_p} dt + \frac{\rho_f}{\rho_p} dU_{s,i} + \frac{1}{2} C_a \frac{\rho_f}{\rho_p} (dU_{s,i} - dU_{p,i}) + \left( 1 - \frac{\rho_f}{\rho_p} \right) g_i dt \quad (4)$$

ここで、

$$a = \frac{2(\rho_p - \rho_f)}{2\rho_p + C_a \rho_f} \quad b = \frac{(2\rho_p + C_a \rho_p)}{(2\rho_p + C_a \rho_f)} \frac{\rho_f}{\rho_p} \quad (5)$$

$$\tau_p = \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{4d_p}{3C_D |U_{s,i} - U_{p,i}|}$$

であり、 $C_D$ 、 $C_a$  はそれぞれ抗力係数と補正係数である。また  $U_s$  は気泡と同一位置での流速であり、一般化された Langevin 方程式で表すと

$$dU_{s,i} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial X_i} dt + \left( \langle U_{p,i} \rangle - \langle U_{f,i} \rangle \right) \frac{\partial \langle U_{f,i} \rangle}{\partial X_j} dt - \frac{U_{s,i}}{T_L} dt + B_{s,i} dW_i + g_i dt \quad (6)$$

となる。 $dW_i$  はウィナー過程の増分である。また、 $T_L$  は初期に同一位置にあった水粒子と気泡粒子が離れてしまう影響を考慮した積分時間スケールであり、Csanady(1963)の解析に従う。

本研究では、(4)式と(5)式を組み合わせることで気泡の運動を記述する。

### 2.3 SGS 乱れエネルギー

SGS 乱れエネルギーを

$$q_{sgs} = \frac{1}{2}(\overline{U_i U_i} - \overline{U_i} \overline{U_i}) \equiv \frac{1}{2} \overline{U_i' U_i'} \quad (7)$$

と定義し、ナビエ・ストークス式に  $U_i$  を乗じてフィルタリングしたものと式(1)に  $\overline{U_i}$  を乗じたものの差をとると、SGS 乱れエネルギーの輸送方程式を得ることができる。Yoshizawa・Horiuti(1985)<sup>2)</sup>と同様にモデル化を行うと、SGS 乱れエネルギーの輸送方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{U_j} q_{sgs} = & -\tau_{ij} \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} - \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} \right) - \varepsilon + C_{kk} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \Delta \sqrt{q_{sgs}} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial X_j} \right) \\ & + \nu \frac{\partial^2 q_{sgs}}{\partial X_j \partial X_j} - \frac{1}{\rho_f} (\overline{U_i A_i} - \overline{U_i} \overline{A_i}) \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $\varepsilon = C_\varepsilon q_{sgs}^{3/2} / \Delta$  であり、 $C_\varepsilon$  と  $C_{kk}$  はそれぞれ定数である。

### 3. 結果

図2に単一気泡を底面中央に配置した場合の気泡の軌道を示す。浮力による気泡の上昇速度が次第に一定になっていくのがわかる。図3にその気泡の鉛直速度の時系列変化を示す。静水中を上浮する気泡の鉛直速度は次第に一定になり、その時の速度は浮力と重力、抗力の釣り合いから、次式によって求められる。

$$W_p = \sqrt{\frac{3(\gamma-1)dg}{16 C_D}}$$

上式に本シミュレーションで用いたパラメータを代入すると  $W_p = 0.259 \text{ m/s}$  となり、図3に示す最終上昇速度  $0.258 \text{ m/s}$  とほぼ一致する。

図4はX方向流速の縦断面流速分布、図5は気泡位置付近のX方向流速の横断面分布を示した。また図6はY方向流速の縦断面流速分布、図7は気泡位置付近のY方向流速の横断面分布を示した。ここでの気泡位置は  $z = 4.7$  である。どちらの流速も気泡位置を中心として気泡から離れていく方向に流速が発生し、X方向とY方向流速は対象となっている。

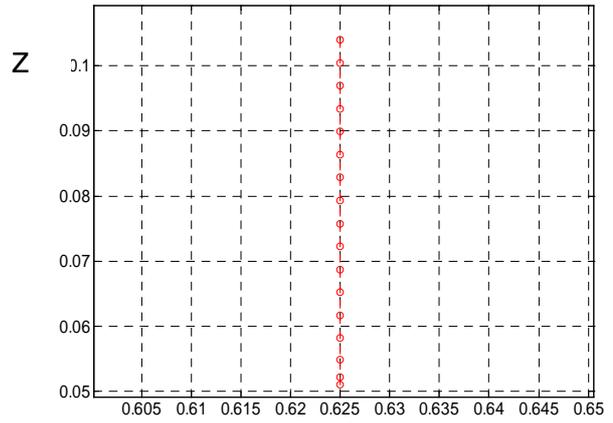


図2. 気泡の軌道

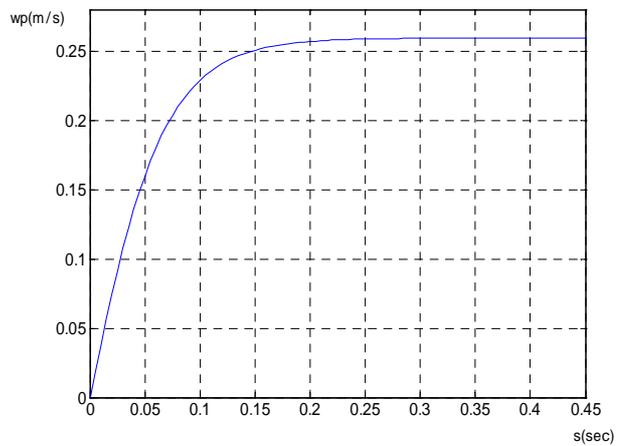


図3. 気泡の鉛直速度の時系列変化

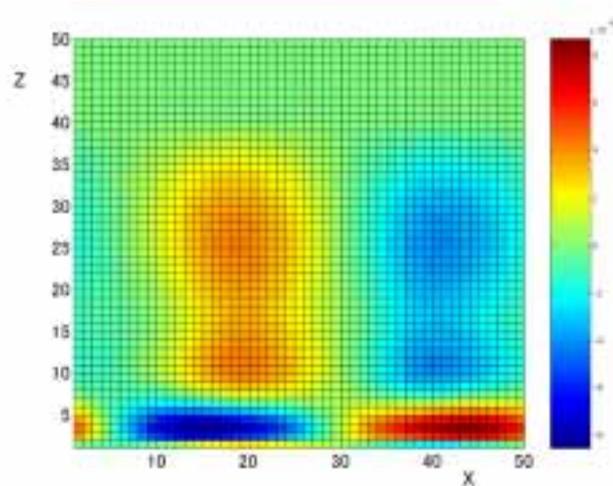


図4. X方向流速の縦断面流速分布

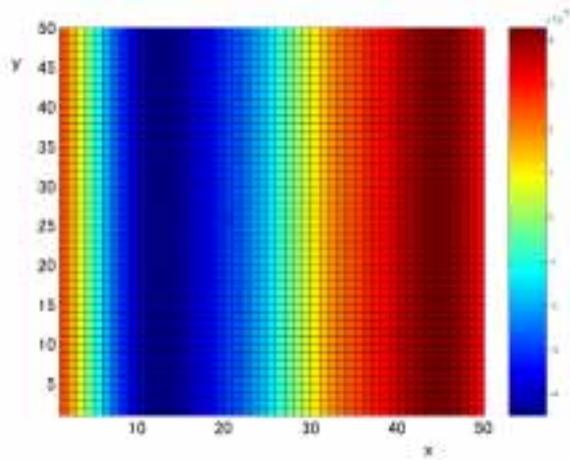


図 5 . X 方向流速の横断面流速分布

#### 4 . 結論

本研究において液相流体内の気泡の挙動に確率モデルを適用する事によって、気液混相流における流体と気泡の相互作用特性を再現する計算方法を提案した。今後、複数個の気泡さらには多量の気泡群での気液相互作用について、実験との検証を行うと共に、碎波モデルに本アルゴリズムを導入していく。

#### 参考文献

- 1 ) Iran E.Lima Neto, David Z.Zhu, Nallamuthu Rajaratnam1 : Bubbly jets in stagnant water、International Journal of Multiphase Flow、34、pp.1130-1141、2008.
- 2 ) Akira Yoshizawa, Kiyosi Horiuti : A Statistically-Derived Subgrid-Scale Kinetic Energy Model for the Large-Eddy simulation of Turbulent Flows、Journal of the Physical Society of Japan、Vol.54 No8、pp.2834-2839、1985.

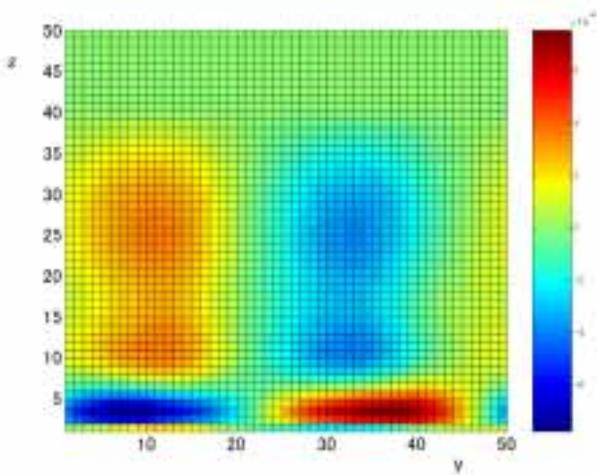


図 6 . Y 方向流速の縦断面流速分布

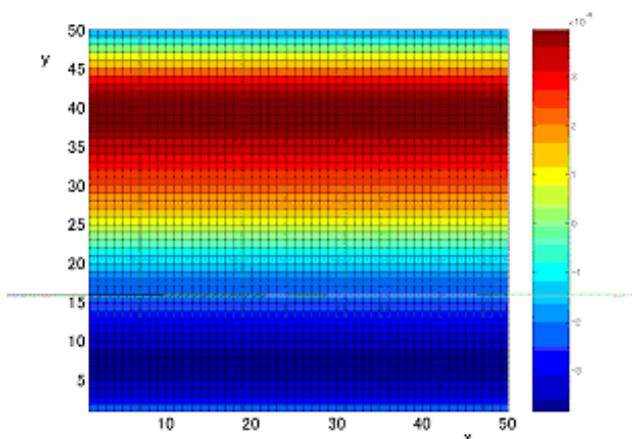


図 7 . Y 方向流速の横断面流速分布



