

密度関数法を用いた階段式魚道における魚の挙動の3次元シミュレーション

3D-NUMERICAL SIMULATION OF FISH MOVEMENT IN A POOL
AND WEIR TYPE FISHWAY USING DENSITY FUNCTION METHOD

北海道大学大学院工学研究科 学生員 藤井真一 (Shinichi FUJII)
 北海道大学大学院工学研究科 正員 木村一郎 (Ichiro KIMURA)
 北海道大学大学院工学研究科 正員 清水康行 (Yasuyuki SHIMIZU)

1 はじめに

現在までに魚道内の流れの特性を数値計算により解析した論文は多数存在しているが、魚道内の魚の挙動までを考慮した計算モデルはあまり開発がされていない。大橋・清水¹⁾は平面二次元で魚道内の流れを計算した後、その流れにおける魚の挙動を数値計算により解析した。また、Fujiiら²⁾は鉛直二次元のもと、VOF (Volume of fluid) 法を用いて階段式魚道の自由水面流れを計算し、大橋・清水と同様の方法で魚の挙動の数値解析を行っている。これらの研究では、魚道内遡上過程のシミュレーションモデルが提案されているが、魚の挙動は主に流れと平行に泳ぐという性質から計算がされており、魚それぞれの遊泳特性は考慮されていない。また、魚道内の流れは隔壁や穿孔などの影響により、三次元性が強く、二次元での流れの計算では再現が難しい。このことから、本研究では、これらの研究を更に拡張し、三次元流れのもとで、魚道内の複雑な自由水面流れを数値計算により解析した。また、石川および橋本・後藤らによって提案されている魚群行動モデル³⁾⁴⁾や、下村・白川ら⁵⁾により提案されている魚のランダム行動を計算に組み込むランダムウォークモデルのような遊泳計算モデルを考慮し、筆者らがこれまでに用いてきた魚の遊泳計算モデルに、それらのモデルを組み合わせることで、様々な魚に対応できるような計算モデルの構築を目指す。

2 計算モデル

2.1 流れのモデル

魚道や津波のような自由水面の大変形を精度良く再現可能であるとされている密度関数法と呼ばれる手法を用いて、十勝川にある千代田新水路の階段式魚道において、流れの再現計算を行った。用いる乱流モデルとしては、標準型線形 $k-\epsilon$ モデルと、二次非線形 $k-\epsilon$ モデルとする。実験結果をもとに、各モデルの妥当性を検証する。

(1) 基礎式

三次元解析の基礎式として、以下の非圧縮性流体に対する連続式、運動方程式、 $k-\epsilon$ 方程式を用いた。

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial -\overline{u_i u_j}}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k U_j}{\partial x_j} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon U_j}{\partial x_j} \\ & = -C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{D_t}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 x_i : 空間座標、 t : 時間、 U_i : 流速、 p : 圧力、 u_i : 乱れエネルギー、 ν : 動粘性係数、 ρ : 液体の密度、 k : 乱れエネルギー、 ϵ : 乱れエネルギーの散逸率 D_t 渦動粘性係数を表わす。また、添え字 i, j は 1, 2, 3 の値をとり、それぞれ 1 は x 方向、2 は y 方向、3 は z 方向を表わす。また、添え字 i, j に関しては総和の規則を用いている。式 (3)、(4) 中のモデル定数については、一般に $\sigma_k = 1.0$ 、 $\sigma_\epsilon = 1.3$ 、 $C_{\epsilon 1} = 1.44$ 、 $C_{\epsilon 2} = 1.92$ が用いられる。

(2) 密度関数法

密度関数法では、以下に示す密度関数 ($0 \leq \Phi \leq 1$) の保存則を解く。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (u\Phi) = 0 \quad (5)$$

ここで、 Φ は密度関数である。この関数は液相で 1 を、気相で 0 を、気液界面で 0.5 の値をとる。

密度関数 Φ と密度 ρ および粘性係数 μ の関係は次式を用いる。

$$\rho = \Phi \rho_{Liq} + (1 - \Phi) \rho_{Gas} \quad (6)$$

$$\mu = \Phi \mu_{Liq} + (1 - \Phi) \mu_{Gas} \quad (7)$$

ここに、 ρ_{Liq} は液相の密度、 ρ_{Gas} は気相の密度、 μ_{Liq} は液相の粘性係数、 μ_{Gas} は気相の粘性係数である。

(3) 乱流モデル

標準型線形 $k-\epsilon$ モデルと、二次非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いる。

・標準型線形 $k-\epsilon$ モデル

レイノルズ応力を次のように与える。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

・二次非線形 $k-\epsilon$ モデル

レイノルズ応力を次のように与える⁷⁾。

$$\begin{aligned} -\overline{u_i u_j} &= \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \\ & - \frac{k}{\epsilon} \nu_t \sum_{\beta=1}^3 C_{\beta} \{ S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \}, i, j = 1, 2, 3 \\ S_{ij} &= \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \frac{\partial U_j}{\partial x_r}, \\ S_{2ij} &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_r} + \frac{\partial U_r}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_r} \right\}, S_{3ij} = \frac{\partial U_r}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (9)$$

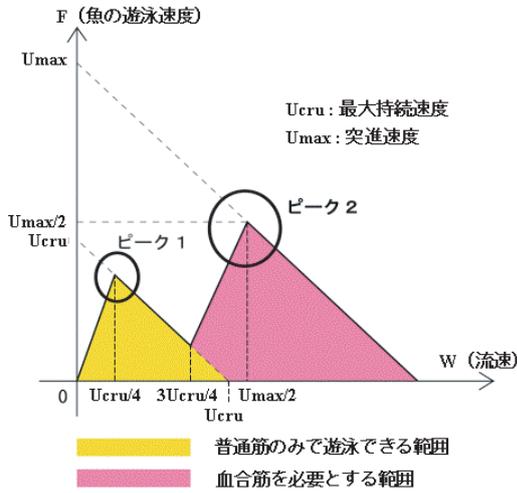


図-1 魚の遊泳速度と流速の関係

上式は、より一般的な Pope⁸⁾ の表現と等価である。式 (9) 中のモデル係数 C_1, C_2, C_3, C_μ については、ストレイン・パラメータ S とローテーション・パラメータ Ω の関数として次のように与える。

$$C_1 = 0.4f_M(M), C_2 = 0, C_3 = -0.13f_M(M) \quad (10)$$

$$f_M(M) = (1 + 0.02M^2)^{-1}, M = \max[S, \Omega] \quad (11)$$

$$C(M)_\mu = \min(0.09, 0.3/(1 + 0.09M^2)) \quad (12)$$

$$S = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}}, \Omega = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega_{ij} \Omega_{ij}}, \Omega_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (13)$$

(4) 計算方法の概要

計算法は直交格子系の有限体積法とし、完全スタガード格子系を用いる。運動方程式の移流項には QUICK を、 k および ϵ 方程式の移流項には Hybrid 法を用いる。時間積分は完全陽解法とし、二次の Adams Bashforth 法を用いる。圧力については、SOLA 法に従い各時間ステップごとに連続式を満たすよう収束計算により求めた。

2.2 魚の遊泳計算法

魚の遊泳にはいくつかの特徴がある。本研究では、中村¹⁰⁾、廣瀬ら¹¹⁾、板沢ら¹²⁾、竹内ら¹³⁾、大橋ら¹⁾、下村ら⁵⁾、石川ら³⁾ および橋本ら⁴⁾ によって紹介されている魚の遊泳特性や計算手法を考慮して魚の遊泳計算を行う。

魚の遊泳行動は、水理条件や環境条件に左右されるが、微小時間における移動は、ランダム行動によって、移動する方向を選択している。今回対象魚としたウグイは、走流性や魚群行動などの遊泳特性を持っており、これらをランダム要素として魚の遊泳方向を決定する。ここでは、一つ一つの遊泳特性に重みをつけることにより、遊泳方向の選定を行う。遊泳速度の大きさに関しては、大橋・清水¹⁾ と同様に、流速と遊泳速度の関係図(図-1)から求めた。

(1) 走流性

魚は体の側面方向への流れに弱いので、常に体を流れと平行に保ちながら遡上しようとする。

(2) 魚群行動

魚群行動は、既存の研究では、鳥の雁行モデルとして著名な Reynolds¹⁴⁾ 型の Boid をベースとしてモデル化がされ

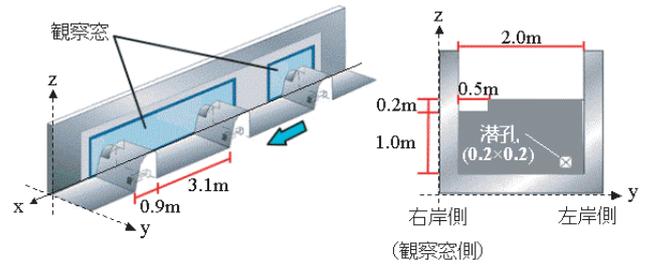


図-2 魚道の形状

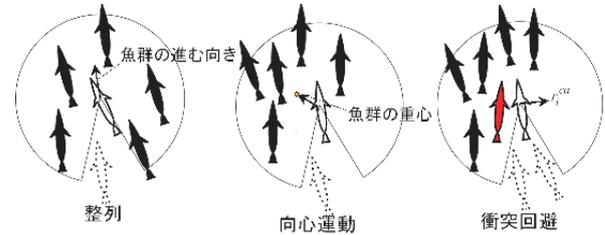


図-3 魚群行動

ている³⁾⁴⁾。ここでは、それらを参考に、整列、向心運動および衝突回避により、群れの自立的行動を表現した(図-3参照)

(3) 遊泳速度

魚は流速に合わせて、長時間使用可能な血合筋と緊急時にのみ使用する普通筋を使い分け、遊泳速度を変える。魚の遊泳速度は魚の体長に比例すると言われており、紡錘形の魚種では、最大持続速度 U_{cru} は魚の体長を $L(m)$ とすると、 $3 \times L(m/sec)$ 、突進速度 U_{max} は $10 \times L(m/sec)$ と定義される。ここで、最大持続速度とは血合筋のみを用いた際の最大遊泳速度であり、突進速度とは血合筋と普通筋を併用した際の最大遊泳速度である。魚の遊泳速度と流速の関係は大橋・清水¹⁾ によるものと同様の方法で求めたが、魚の遊泳速度と流速の関係をより正確に再現するために、図-1のようにデータを一部改正した。それにより、魚の遊泳速度と流速の関係は以下の式で表される。

$$W \leq \frac{U_{cru}}{4} \Rightarrow F = 3W \quad (14)$$

$$\frac{U_{cru}}{2} < W < \frac{3}{4}U_{cru} \Rightarrow F = U_{cru} - W \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}U_{cru} < W < \frac{1}{2}U_{max} \\ \Rightarrow \frac{1}{4}U_{cru} + \left(\frac{2U_{max} - U_{cru}}{2U_{max} - 3U_{cru}}\right)(W - \frac{3}{4}U_{cru}) \end{aligned} \quad (16)$$

$$W \leq \frac{U_{max}}{2} \Rightarrow F = U_{max} - Wd \quad (17)$$

ここに F, W はそれぞれ、魚の速度の大きさおよび流れの速度の大きさであり、以下の式で表される。 $U_f, V_f, W_f, U_w, V_w, W_w$ をそれぞれ魚の x 方向の速度、 y 方向の速度、 z 方向の速度、流れの x 方向の速度、 y 方向の速度、および z 方向の速度とする。

$$F = \sqrt{U_f^2 + V_f^2 + W_f^2} \quad (18)$$

$$W = \sqrt{U_w^2 + V_w^2 + W_w^2} \quad (19)$$

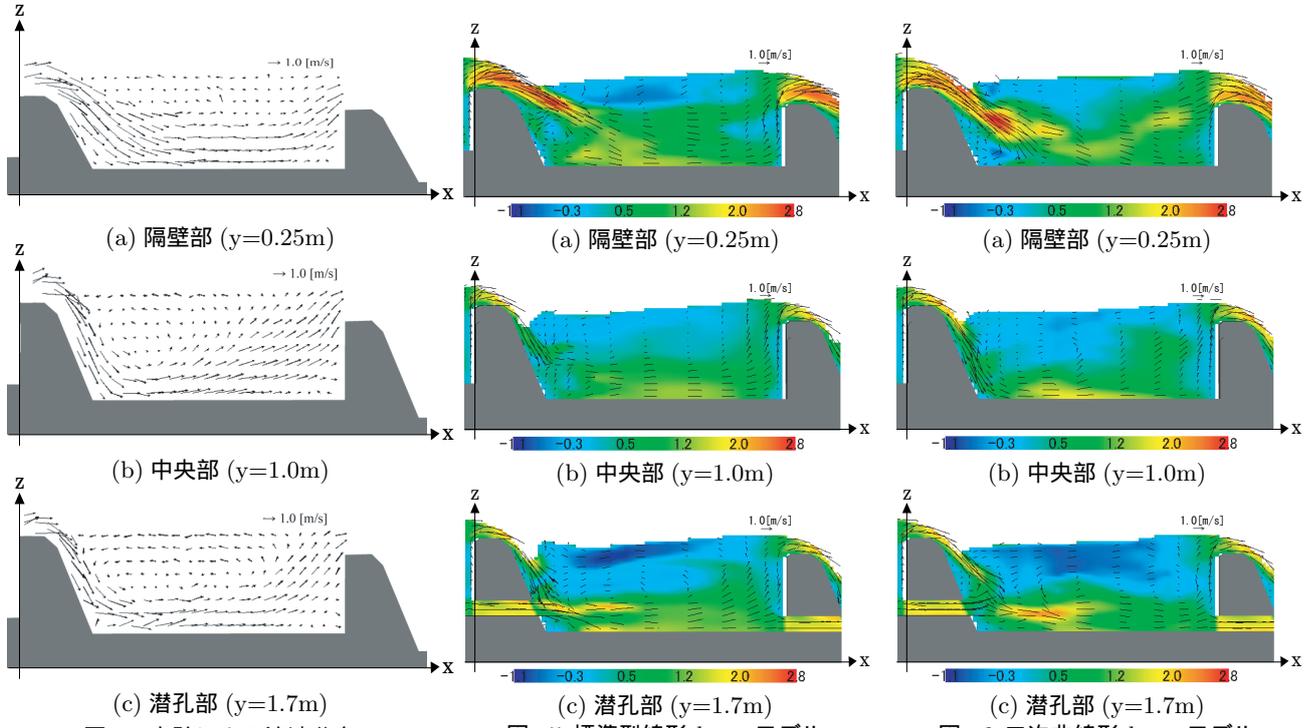


図-4 実験による流速分布

図-5 標準型線形 $k-\epsilon$ モデルを用いた流速分布

図-6 二次非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いた流速分布

3 計算条件

計算水路は、十勝川の千代田新水路にある階段式魚道を用いる。図-2に魚道の形状を示す。水路幅は2.0m、プール長は3.1m、隔壁長は0.9m、勾配は1/20である。

この魚道では、流量は $0.09\sim 0.98\text{m}^3/\text{s}$ と想定されているが、本研究では、最大流量である $0.98\text{m}^3/\text{s}$ の場合の計算を行った。魚道延長は約100mであり、同じ形状の魚道が連続的に続くことを考慮して、プール1個分の領域4m(プール長3.1m+隔壁長0.9m)を計算対象とし、上流端及び下流端の境界条件には、周期境界条件を与え、底面および壁面の抵抗は対数則で評価した。計算グリッドはx方向に80個、y方向に30個およびz方向に50個とし、格子間隔が $0.05\text{m}\sim 0.2\text{m}$ の可変グリッドで区切った。

本研究では、十勝川で比較的広範囲に生息しているウグイを想定して計算を行い、その体長を25cmに設定した。よってc)の定義から、最大持続速度 U_{cru} は、 $3 \times L(\text{m}/\text{sec})$ すなわち $0.75(\text{m}/\text{sec})$ 、突進速度 U_{max} は $10 \times L(\text{m}/\text{sec})$ すなわち $2.5(\text{m}/\text{sec})$ とした。

計算する魚の数は3匹とし、現地計測結果と比較するため、プールの下流側に等間隔 ($y=0.3, y=1.0, y=1.7$) に並べて計算を開始した。魚の遊泳計算に用いる流速は、二次非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いた流速結果を用いた。

4 計算結果

4.1 流速の計算結果

図-4に、3分の1スケールで行った実験を、現地スケールに修正した後の流速を示した。流速は、電磁流速計により計測された。また、図-5に線形モデル、図-6に非線形モデルを用いた際の流速の計算結果を示した。計算結果を実験結果と比較すると、実験結果は隔壁からの越流水がプール底まで潜り込む落下流状態になっており、線形モデルと非線形モデルの計算結果も同様に落下流状態を再現するこ

とができた。この結果から、線形モデルと非線形モデルの計算結果を比較すると、非線形モデルを用いた計算結果の方が、線形モデルを用いた場合よりも、隔壁からの越流水がプール底に向かってより深く潜り込んでおり、再現性が若干向上することが確認された。

4.2 魚の挙動の計算結果

図-7に現地観測結果での横から見た実際の魚の挙動を示した。図-8に魚群行動を考慮しない場合の魚の挙動の計算結果を、図-9に魚群行動を考慮した場合の魚の挙動の計算結果を示した。図-8は、流れと平行に泳ぐ性質により、進行方向を決めている。

図-6の流れの計算結果と図-8に示した魚の挙動を比較すると、魚は流れと平行に遊泳していることがわかる。また、図-7における実際の魚の挙動も、図-4の実験結果と比較して、流れと平行に遊上していることが確認できた。また、図-8と図-9を比較すると、図-8では、魚は個々にばらばらに遊泳しているが、図-9では、魚群行動を考慮することで、群れで泳ぐ魚の動きを表現することができた。図-9の魚の挙動と図-9の実際の魚の挙動を比較すると、近い軌道で遊泳することがわかる。これらにより、魚の遊泳モデルによって、魚の挙動をある程度表現できることがわかる。

5 まとめ

本研究では、魚の挙動を考慮した三次元自由水面解析モデルの構築を目的に、千代田新水路の階段式魚道における自由水面流れと魚の挙動の計算を行い、実験結果との比較を行った。本研究で得られた結果を以下に列挙する。

- 1) 計算によって得られた流速結果を実験結果と比較すると、非線形乱流モデルを用いた計算結果は、実験結果と同様落下流状態になっており、流速の大きさや向きも比較的近い値を示すことがわかった。しかしながら、線形乱流モデルの計算結果は、表面流状態に近い流況

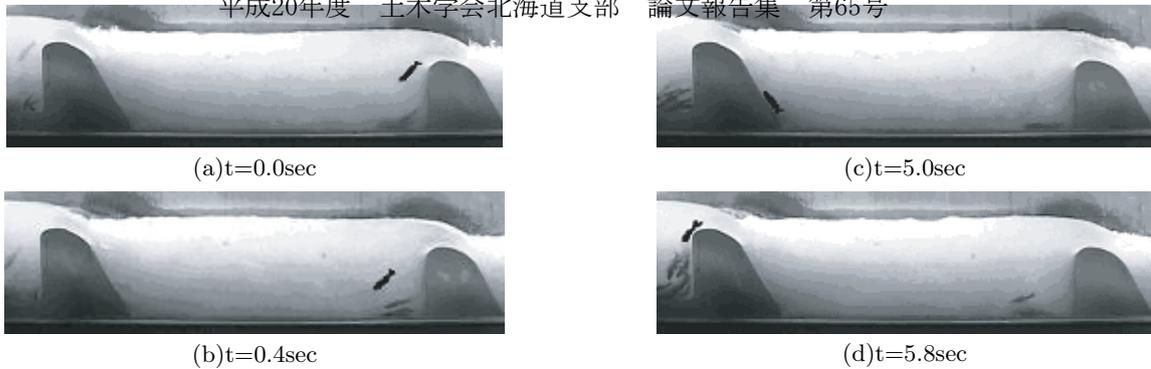


図- 7 実際の魚の挙動

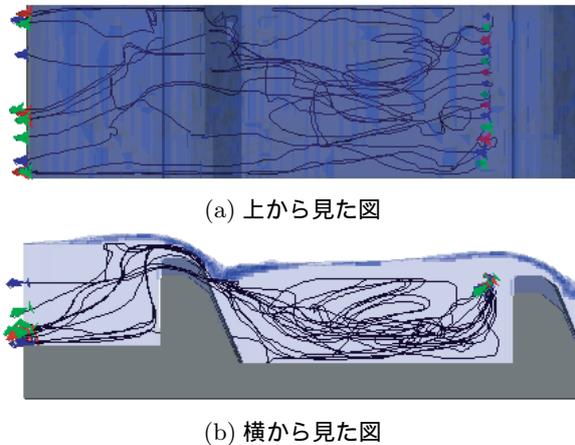


図- 8 魚群行動を考慮しない場合の
計算による魚の軌跡（魚は右端が初期位置）

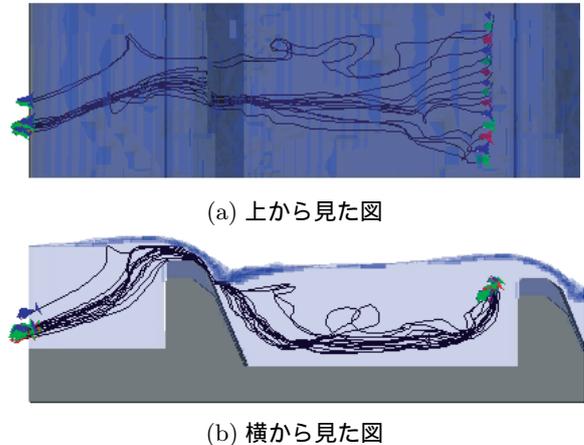


図- 9 魚群行動を考慮した場合の
計算による魚の軌跡（魚は右端が初期位置）

となった．線形乱流モデルより，非線形乱流モデルを用いた計算結果の方が，より実験結果と近い計算結果を示すことが確認できた．

- 魚の挙動は，実験および数値計算結果の双方において，流れと平行に泳いでいることが，流速結果と比較して確認することができた．魚群行動を考慮した計算モデルにより，群れで泳ぐ魚の動きを表現することができた．数値計算による魚の挙動は，実験結果と比較すると，十分な精度で再現されているとは言い難いが，三次元的に流れに平行に遡上する魚の挙動をシミュレーションするモデルの構築には成功した．

今回の計算では流れの流速結果がよく再現されており，魚の挙動の数値計算においても，実際の魚の挙動と比較して，似かよった挙動を再現することができた．今後，実魚道での魚の挙動の計測結果をさらに収集し，計算結果との比較を行い，計算に必要な魚の遊泳特性を明らかにしたい．これらの点の検討・改善を進めていくことにより，効果的，経済的な魚道を設計するための計算ツールの確立を目指したい．

参考文献

- 大橋弘道，清水康行：数値計算による魚道内における魚の挙動の解析，水工学論文集，第 48 巻，2004.
- Fujii, S., Shimizu, Y. and Giri, S: Numerical simulation of free surface flow and fish movement in a fishway, Proceedings of the international conference on fluvial hydraulics, river flow 2008, Cesme, Izmir, Turkey, Vol.3, pp.1945-1951, 2008.

- 石川雅朗：ウグイの魚群行動特性に関する実験的研究，河川技術に関する論文集，第 6 巻，2000.
- 橋本麻未，後藤仁志ら：Boid 型魚群行動モデルに基づく数値魚道の開発，水工学論文集，第 49 巻，2005.
- 下村充，白川裕之ら：迷入防止法の開発ランダムウォークによる魚の挙動解析とその応用，河川技術論文集，第 8 巻，2002.
- 朝位孝二，坪郷浩一：密度関数法による自由水表面流れ解析のための体積補正法に関する研究，水工学論文集，第 49 巻，pp.697-702, 2005.
- Kimura, I. and Hosoda, T.: A non-linear $k-\epsilon$ model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, Int. J. for Numerical Methods in Fluids, Vol.42, pp.813-837, 2003.
- Pope, S.B.: A more general effective viscosity hypothesis, J. Fluid Mech., Vol.72, pp.331-340, 1975.
- 木村一郎，細田尚，音田慎一郎：橋脚による堰き上げ効果の再現性に着目した数値解析モデルの比較，水工学論文集，Vol.49, pp.559-564, 2005.
- 中村俊六：魚道のはなし，山海堂，1995.
- 廣瀬利雄，中村中六：魚道の設計，山海堂，1994.
- 板沢靖男，羽生功：魚類生理学，恒星社厚生閣，1991.
- 竹内俊郎，中田英昭ら：水産海洋ハンドブック，生物研究社，2004.
- Reynolds, C. W.: Flocks, Herds, and Schools, A Distributed Behavioral Model, the proceeding of SIGGRAPH, Vol.21(4), pp.25-34, 1987.