

複断面蛇行開水路乱流の三次元解析

Three-dimensional analysis of meandering compound open-channel flows

北海道大学工学部環境社会工学科 ○学生員 井上倫太郎 (Rintaroh INOUE)
北海道大学大学院工学研究科 正 員 木村一郎 (Ichirou KIMURA)
北海道大学大学院工学研究科 正 員 清水康行 (Yasuyuki SHIMIZU)

1. はじめに

複断面開水路流れに関する研究は、低水路形状により大きく直線流路形状と蛇行流路形状に分類される。直線流路形状の複断面流れについては比較的多くの研究結果がこれまで提示されているが¹⁾、蛇行流路形状の複断面流れに関する研究は少ない。しかしながら、実際の河川では直線的な実験水路とは異なり湾曲部や蛇行部が混在している。したがって、複断面直線流れと同様に、複断面蛇行流れの水理乱流特性の解明も河川環境工学上極めて重要であり、その流動特性を実験的、解析的に明らかにすることは自然災害を踏まえた複断面河道設計を確立する上で有意義なことといえる。具体的な蛇行開水路形状における特徴的な流動挙動として、低水路内部における大規模な2次流の発生や、蛇行部における水平渦の発生が報告されている²⁾。一方で、この種の複雑乱流を予測する数値解析手法の確立は、その流動挙動を解明する上でも、また実験では得られない知見を得るためにも有意義なことと考えられる。以上のことから、本研究では山上ら²⁾の実験結果を比較対象とし、3次元数値解析モデルを用いて再現計算を実施し、本解析手法の妥当性を検討した。

2. 山上による実験の概要

本研究において対象とする実験は、山上らによる複断面蛇行流れに対するものである²⁾。山上らの実験はPIV手法により三次元乱流構造を詳細に明らかにしており、数値解析モデルの検証データとして適している。実験は全長10m、全幅 $B=40\text{cm}$ の可変勾配型総ガラス製の水路で行われた(図-1参照)。蛇行部はアクリル材と木材を用いて作成されている。水路上流端から波長50cmの蛇行模型を合計10波長分設置している。低水路形状はサインジェネレイティドカーブである。実験は3通りの条件のもとで実施されているが、本研究で対象とする流れ場は、蛇行度 S_i (=蛇行長さ/波長)が1.22、低水路幅 B_m が8cm、高水敷高さ D が4cm、アスペクト比 $B_m/D=2.0$ である。実験では、水路側方から2Wの連続YAGレーザーライトシート(LLS)を照射し、水路上方に設置した高速CMOSカメラで撮影している。計測対象は上流から8番目に位置する蛇行領域の上流側の半波長領域としている。

座標系は流下方向、鉛直方向および横断方向にそれぞれ x 軸、 y 軸および z 軸である。計測領域の上流側に対応する蛇行部の頂点を $x=0$ 、水路底面を $y=0$ 、水路の左

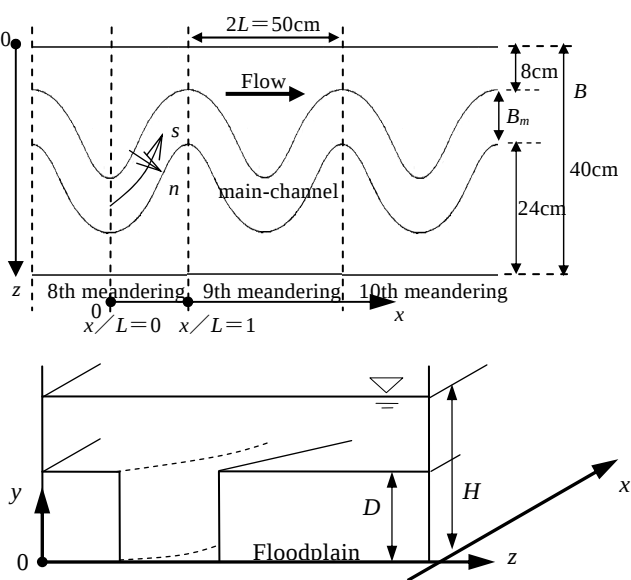


図-1 実験水路

表-1 水理条件

$U_m(\text{cm/s})$	$B_m(\text{cm})$	$D(\text{cm})$	$H(\text{cm})$	H/D	S_i
21.7	8	4	7.3	1.83	1.22

岸側壁を $z=0$ としている。各軸における瞬間流速成分を u 、 v および w 、時間平均流速成分を U 、 V 、および W 、乱れ成分を u' 、 v' および w' としている。 s および n はそれぞれ蛇行形状に沿う軸およびそれに直交する軸であり、これらの直交線軸に対応する時間平均流速成分をそれぞれ U_s および W_n としている。

表-1は実験条件の主なパラメータを示したものである。実験では U_m 、 H および河床勾配を変化させた三つの水理条件を対象としているが、本解析では実験により水平渦が発生しやすいとされ、かつ実験結果が詳細な上表における条件のみを対象とし、これを計算結果と比較する。実験では、各ケースともLLSの照射高さ y_L を変化させて、低水路内部から高水敷高さ $D=4\text{cm}$ より上方のかぶり領域を含む水面付近までの合計11~13の水平面を可視化計測した。表中の U_m は蛇行頂点部における断面平均主流速、 H は低水路底面までの水深である。また、河床勾配は1/1000である。

3. 数値解析法

3.1 基礎式

本研究における数値解析モデルの基礎式は、流速ベクトルの反変成分に関する移動一般曲線座標系における三次元流れの式である。移動座標系とするのは水面の変動に適合する格子を用いるためである。基礎式は、次に示す連続式、運動方程式、 k - ε 方程式からなる。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V^\alpha \sqrt{g}}{\partial \xi^\alpha} = 0 \quad (1)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial V^i}{\partial t} + \nabla_j [V^i (V^j - W^j)] + V^i \nabla_j W^j + V^j \nabla_j W^i \\ = F^i - \frac{1}{\rho} g^{ij} \nabla_j p + \nabla_j \left[-\overline{v^i v^j} \right] + 2\nu \nabla_j S^{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

[k - ε 方程式]

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \nabla_j [k(V^j - W^j)] + k \nabla_j W^j \\ = -g_{ij} \overline{v^i v^j} \nabla_j V^i - \varepsilon + \nabla_j \left\{ \left(\frac{D_t}{\sigma_k} + \nu \right) g^{ij} \nabla_i k \right\} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla_j [\varepsilon(V^j - W^j)] + \varepsilon \nabla_j W^j = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} g_{ij} \overline{v^i v^j} \nabla_j V^i \\ - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \nabla_j \left\{ \left(\frac{D_t}{\sigma_k} + \nu \right) g^{ij} \nabla_i \varepsilon \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 ξ^j : 計算空間の空間座標、 t : 時間、 V^j : 流速ベクトルの反変成分、 W^j : 格子移動速度ベクトルの反変成分、 v^j : 乱れ速度ベクトルの反変成分、 p : 圧力、 ν : 動粘性係数、 ρ : 流体の密度、 k : 乱れエネルギー、 ε : 乱れエネルギー散逸率、 F^j : 重力ベクトルの反変成分をそれぞれ表わす。 g_{ij} , g^{ij} は計量テンソルの共変成分及び反変成分であり、次のような関係がある。

$$g_{ij} = \frac{\partial x^k}{\partial \xi^i} \frac{\partial x^l}{\partial \xi^j} \delta_{kl}, \quad g^{ij} = \frac{\partial \xi^k}{\partial x^i} \frac{\partial \xi^l}{\partial x^j} \delta_{kl}, \quad g_{ij} g^{jk} = \delta_i^k \quad (5)$$

ここに、 x^j はデカルト座標系を表す。また、

$$g = \det[g_{ij}] \quad (6)$$

である。さらに、 ∇_j は共変微分を表し、例えば、あるベクトルの反変成分 A^k に関しては、次のようになる。

$$\nabla_i A^k = \partial A^k / \partial \xi^i + A^j \Gamma_{ij}^k \quad (7)$$

ここに、 Γ_{ij}^k はクリストッフエルの記号（接続の係数）であり、次式で計算される。

$$\Gamma_{ij}^k = \left\{ \begin{matrix} k \\ i \ j \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{km} \left(\frac{\partial g_{jm}}{\partial \xi^i} + \frac{\partial g_{im}}{\partial \xi^j} - \frac{\partial g_{ij}}{\partial \xi^m} \right) = \frac{\partial \xi^k}{\partial x^p} \frac{\partial^2 x^p}{\partial \xi^i \partial \xi^j} \quad (8)$$

なお、流速ベクトルの反変成分(V^k)と直交成分(U^k)は次の関係 (chain rule) により変換される。

$$V^i = (\partial \xi^i / \partial x^j) \cdot U^j, \quad U^i = (\partial x^i / \partial \xi^j) \cdot V^j \quad (9)$$

3.2 乱流モデル

乱流モデルとしては、標準型 k - ε モデル、二次非線形 k - ε モデルについて検討を行っている。二次非線形モデルの構成則を次に示す。

(1) 二次非線形モデル

二次非線形 k - ε モデルの一般曲線座標系における構成

則を次に示す。

$$-\overline{v^i v^j} = D_t S^{ij} - \frac{2}{3} k g^{ij} - \frac{k}{\varepsilon} D_t [\alpha_1 Q_1 + \alpha_2 Q_2 + \alpha_3 Q_3] \quad (10)$$

$$D_t = C_\mu k^2 / \varepsilon \quad (11)$$

$$Q_1 = S^{i\alpha} g_{\alpha l} \Omega^{lj} + S^{j\beta} g_{\beta l} \Omega^{li} \quad (12)$$

$$Q_2 = S^{i\alpha} g_{\alpha l} S^{lj} - S^{k\alpha} g_{\alpha m} S^{m\beta} g_{\beta k} \delta_l^i g^{lj} / 3 \quad (13)$$

$$Q_3 = \Omega^{i\alpha} g_{\alpha l} \Omega^{lj} - \Omega^{k\alpha} g_{\alpha m} \Omega^{m\beta} g_{\beta k} \delta_l^i g^{lj} / 3 \quad (14)$$

$$S^{ij} = g^{j\alpha} \nabla_\alpha V^i + g^{i\alpha} \nabla_\alpha V^j, \quad \Omega^{ij} = g^{j\alpha} \nabla_\alpha V^i - g^{i\alpha} \nabla_\alpha V^j \quad (15)$$

モデル係数は、ストレインパラメータ S と、ローテーションパラメータ Ω の次のような関数で与える。

$$\alpha_1 = -0.1325 f_M, \quad \alpha_2 = 0.0675 f_M, \quad \alpha_3 = -0.0675 f_M \quad (16)$$

$$f_M = (1 + m_{ds} S^2 + m_{d\Omega} \Omega^2)^{-1} \quad (17)$$

$$c_\mu = c_{\mu 0} (1 + c_{ns} S^2 + c_{n\Omega} \Omega^2) / D_\mu \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} D_\mu = 1 + c_{ds} S^2 + c_{d\Omega} \Omega^2 + c_{ds\Omega} S\Omega \\ + c_{ds1} S^4 + c_{d\Omega 1} \Omega^4 + c_{ds\Omega 1} S^2 \Omega^2 \end{aligned} \quad (18b)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} S^{i\alpha} g_{\alpha j} S^{j\beta} g_{\beta i}}, \quad \Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \Omega^{i\alpha} g_{\alpha j} \Omega^{j\beta} g_{\beta i}} \quad (19)$$

ここに、モデル定数としては、 $m_{ds} = m_{d\Omega} = 0.01$, $c_{ns} = 0.0028$, $c_{n\Omega} = 0.007$, $c_{ds} = 0.0085$, $c_{d\Omega} = 0.004$, $c_{ds\Omega} = -0.003$, $c_{ds1} = 0.00005$, $c_{d\Omega 1} = 0.00005$, $c_{ds\Omega 1} = 0.00025$ を用いる。モデル関数や定数の同定については文献³⁾を参照されたい。

3.3 計算スキーム

計算法はスタガード格子上の有限体積法とし、完全陽解法で計算を進めた。運動方程式の移流項の離散化には QUICK を、 k および ε 方程式の移流項には Hybrid 法を用いた。時間積分には二次の Adams Bashforth 法を用い、圧力は時間ステップ毎に SOLA アルゴリズムと同様の収束計算により求めた。壁面の k と ε については壁関数法で与え、壁面近傍の流速は対数則で評価することとした。自由水面変動量は運動学的条件より求め、水面変動量に応じて内部の格子位置を時間ステップごとに移動させた。計算法の詳細は既報の文献⁴⁾を参照されたい。

計算の水理条件は実験と同様で表-1 に示す通りであるが、河床勾配については流量を実験結果と適合させるため計算途中で随時調節した。図-2 に計算格子を示す。実験では10波長分設置してそのうちの1波長を計測する方法であったが、計算では計算時間を短縮するために格子は1波長分を用い、周期境界条件を用いて計算した。図-2 の計算格子数は、流下方向を x 、横断方向を y 、鉛直方向を z とすると、 $(x \times y \times z) = (40 \times 72 \times 16)$ である。

4. 計算結果と考察

実験では大きく分けて、(a) 横断面における低水路内部の大規模な2次流の発生、(b) 蛇行する低水路流れと直進する高水敷上流れのクロス部における逆回転の2つの水平渦の発生、という2つの特徴的な現象が確認されている。よって、本解析手法の妥当性を検討するためにこれら2つの現象の再現性を中心に考察を進めていく。

4.1 横断面における2次流について

実験では、横断面における時間平均2次流成分を求め

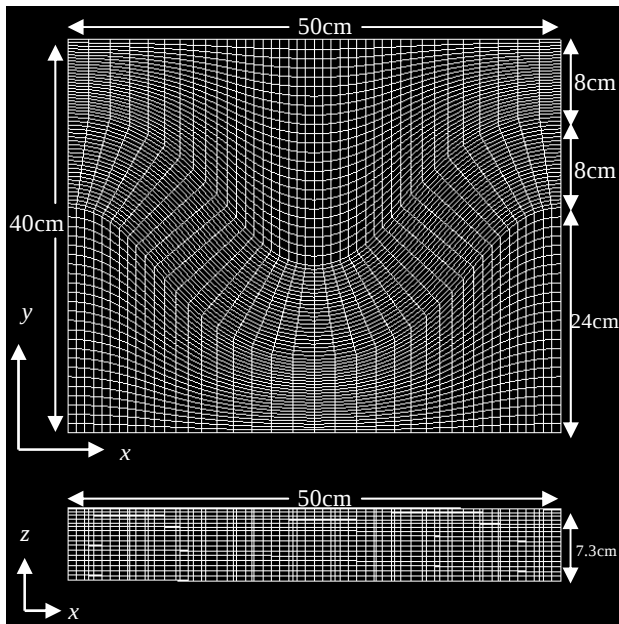


図-2 計算格子

その分布を得ている。頂点部の $x/L=0$ では低水路内部に反時計回りの2次流セルが観察されている。この渦はかぶり高水敷と低水路流れの流速せん断によって生じるもので複断面蛇行流れ特有の渦である。一方、 $x/L=1.0$ の低水路内部では $x/L=0$ とは逆回転の時計回りの渦が観察されている。

計算も実験同様に時間平均流速を求め、ベクトルで図示した。標準型 $k-\epsilon$ モデル、二次非線形 $k-\epsilon$ モデルを用いた計算結果と実験結果の比較を図-3に示す。 $x/L=0, 1.0$ の両地点においてそれぞれ実験結果と適合する2次流の渦が再現されている。拡大図を図-4に示す。線形、非線形ではほぼ同様の結果が得られた。流速について実験結果と比較すると速度の速い領域に違いが見られる。

4.2 水平渦について

図-5は複断面蛇行流れにおける水平渦のイメージ図である。これらの水平渦は大きくは流下せずに生成直後に比較的短い寿命で消滅する。数値計算では平均流速を基準速度とした、時間変動分を求めてベクトルで図示することにより渦構造の抽出を行った。手順としては、流れが十分に発達したと考えられる計算時間 $t=51 \sim 100$ の平均流速を求め、変動分を求めた。そのうち渦が比較的良好に再現された $t=71$ における変動分を図-6に示す。水平渦の再現はなされているが、図-5と比較すると、実験は横に並んでいるのに対して、縦に並んで発生している。また、発生位置も実験と比べ流下方向に進んだ位置に再現されている。このように、数値解析結果においても水平渦の発生が確認されたものの、その特性は実験結果とは一部異なるものとなり、計算方法の改良の必要性が示唆された。今後計算格子や乱流モデルの検討をさらに進めていく必要がある。

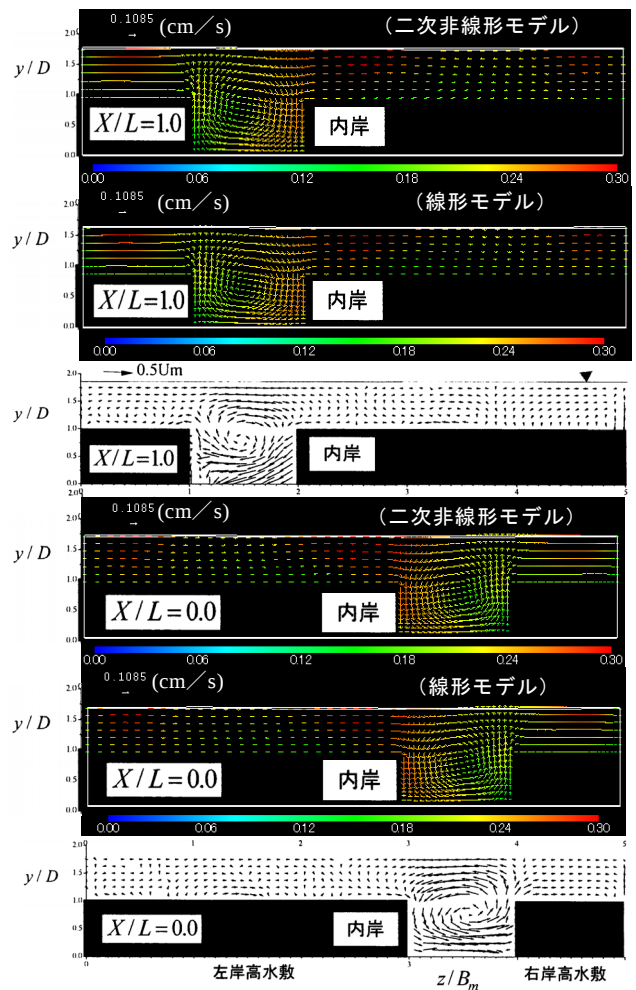


図-3 横断面における2次流の比較

5. 結論

本研究では、複断面蛇行流れに特有な現象の再現性を山上らによる実験を対象に検討した。本研究によって得られた知見を次に述べる。

(a) 横断面における低水路内部の大規模な2次流の発生については、ほぼ良好に再現された。

(b) 蛇行する低水路流れと直進する高水敷上流れのクロス部における逆回転の2つの水平渦の発生については、ある程度再現されたが、発生位置や形状が実験結果と異なった。このためモデルの改良の必要性が示唆された。

今後は乱流モデルの検討や計算格子の見直しを行い、さらに高い精度で再現できるモデルの構築を目指していきたい。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、京都大学山上路生博士より実験データの提供をいただきました。ここに記して深甚なる謝意を表します。

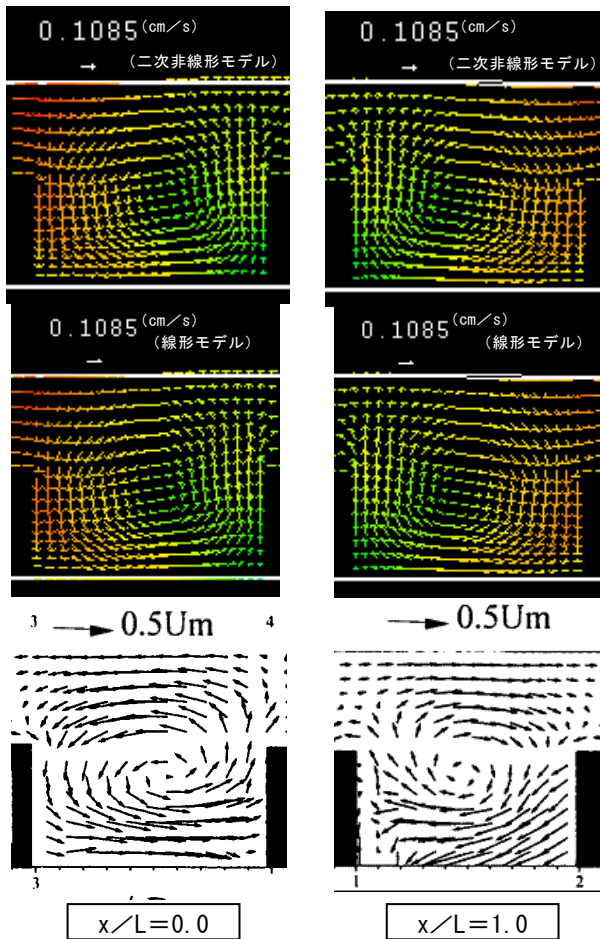


図-4 横断面における2次流の比較(拡大図)

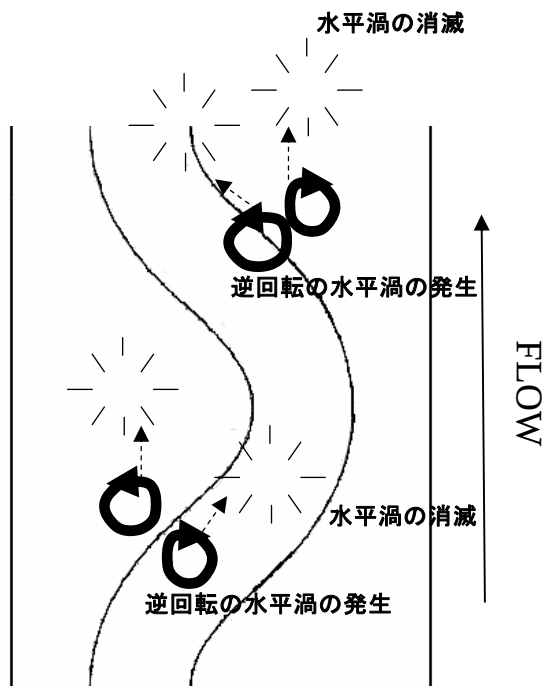


図-5 複断面蛇行流れにおける水平渦のイメージ

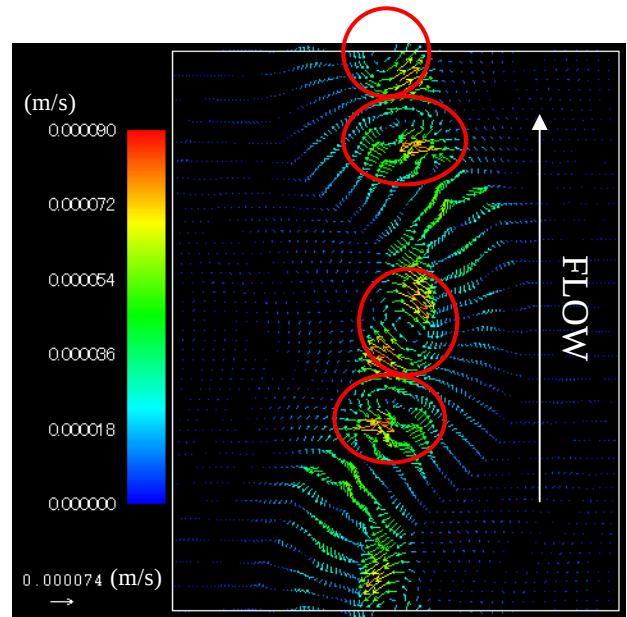


図-6 計算による水平渦の再現(二次非線形モデル)

参考文献

- 1) Tominaga, A. and Nezu, I.: Turbulent structure in compound open-channel flows, J. Hydraulic Eng., ASCE, Vol.117, No.1, pp.21-41, 1991.
- 2) 山上路生, Hoang Quang, 瀬津家久: 複断面蛇行水路の水平渦構造に関する実験的研究, 応用力学論文集, Vol.10, pp.881-890, 2007.
- 3) Hosoda, T., Ali, M. S. and Kimura, I.: A non-linear k-ε model to predict the spatial change of turbulent structures in large scale vortices, J. of Applied Mech., JSCE, Vol.10, pp.723-732, 2007.
- 4) 木村一郎, 細田尚, 音田慎一郎: 橋脚による堰き上げ効果の再現性に着目した数値解析モデルの比較, 水工学論文集, Vol.49, pp.559-564, 2005.