平成20年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第65号

水面の大変形と衝突を伴う流れ場の乱流シミュレーション

Turbulence structures with large surface deformation and impinging

北海道大学工学部環境社会工学科　○学生員　木村暢良(Nobuyoshi Kimura)
北海道大学大学院工学研究科　正　員　木村一郎(Ichirou Kimura)
北海道大学大学院工学研究科　正　員　清水康行(Yasuyuki Shimizu)

1．はじめに

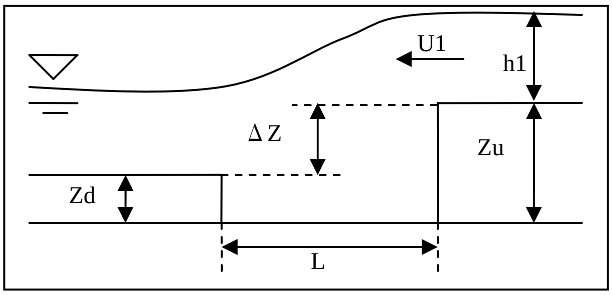
我々の身近にある自然界の流れの多くは，自由水面を有する開水路乱流であり，これらは私たち人間を含め，生物の生態系に大きな恩恵や，被害をもたらす．しかし，開水路乱流の流れの構造は未だ解明されていない部分が多い．近年，数値解析による再現計算が広く行われるようになったが，自由水面の動的特性や乱流構造との関連が未開明であるため，特に，自由水面の捕捉法や乱流モデルに対しては検討課題が多く残されている．身近な複雑開水路乱流の一例として落差工流れ（トレンチ付き落差工流れ）がある．落差工流れは，流線の剥離，再付着，循環，衝突を含むため，乱流モデルや水面形の再現の検証によく利用される．藤田･丸山[1)]は落差工流れを対象に画像計測を行い，トレンチ形状が乱流構造に及ぼす影響を検討した．本研究では，同様な流れを対象に，境界適合格子法と密度関数法の２つの数値解析法を用いて数値計算を行った．計算結果を藤田による実験結果と比較することにより，２つの数値解析法の特徴を明確化し、適用範囲やその予測精度を検証した．

2．トレンチ付き落差工流れ

本研究において対象とする現象は，開水路トレンチ付落差工流れであり，この現象は藤田･丸山[1)]によって画像計測された．実験には長さ 7.0m，幅 0.3m，高さ 0.2mの循環式可変勾配水路を用いており，水路の側壁，底面ともにガラス張りである．画像解析には定常状態の解析にPTV法、非定常状態の解析にはPIV法を使い分けている．**図−1** にトレンチ付き落差工の諸元，**表−1** にて実験の水理条件を示す．実験ではアスペクト比0.0〜6.0の範囲を８ケースに分け，それぞれについて計測を行った．計測では，アスペクト比(γ)が 0.0〜5.5 までは水面の変化がほとんど見られず，滑らかに下流に接続している．流況が急激に変わるのはγが 5.5〜6.0 にかけてであり，γが 6.5〜8.0 になると，トレンチ間において砕波し振動跳水が発生する．γが 8.0 を超えるとトレンチ区間に剥離流の再付着点が現れ，跳水がトレンチ内に定常的に留まるようになることがわかっている．

3．数値計算法

本研究では境界適合格子法，密度関数法の２つの数値解析法を用いた．境界適合格子法は，水面の挙動に合わせて格子を変形させることで界面を捕捉する方法であり，計算機負荷が小さいという利点を持つ一方で，複雑変形に弱いという欠点がある．密度関数法は，気層･液層それぞれに密度関数を定義し，その移流方程式を解くことで界面を捕捉する．複雑で大規模な自由水面に対して有力な手法の一つであるが，数値拡散により気液界面のぼやけが生じ，その結果として体積保存性に問題が発生する．そこで，朝位・坪郷[2)]によって提案されている体積補正法を参考に補正を行い，安定な計算を可能とした．



図−1　トレンチ付き落差工

表−1　実験の水理条件

流量：Q（m^3/s）	0.00227
勾配：I	1/500
流入水深：h_1（m）	1.95
上流側トレンチ高：Z_u（m）	20
下流側トレンチ高：Z_d（m）	1.0
流入平均流速：U_1（cm/s）	38.9
流入フルード数：Fr	0.889
Reynolds 数：Re	7590
トレンチ長さ：L（cm）	0.0〜11.0
アスペクト比：γ	0.0〜11.0

3.1　境界適合格子法

(1) 基礎式

次のような移動一般曲線座標系の基礎式用いた[3)4)]．

［連続式］

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial V^{\alpha}\sqrt{g}}{\partial \xi^{\alpha}}=0 \tag{1}$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial V^i}{\partial t}+\nabla_j\left[V^i(V^j-W^j)\right]+V^i\nabla_j W^j+V^j\nabla_j W^i = F^i-\frac{1}{\rho}g^{ij}\nabla_j p+\nabla_j\left[-\overline{v^i v^j}\right]+2\nu\nabla_j S^{ij} \tag{2}$$

[k－ε 方程式]

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\nabla_j\left[k(V^j-W^j)\right]+k\nabla_j W^j$$
$$=-g_{il}\overline{v^l v^j}\nabla_j V^i-\varepsilon+\nabla_j\left\{\left(\frac{D_t}{\sigma_k}+\nu\right)g^{ij}\nabla_i k\right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\nabla_j\left[\varepsilon(V^j-W^j)\right]+\varepsilon\nabla_j W^j=-C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}g_{il}\overline{v^l v^j}\nabla_j V^i$$
$$-C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k}+\nabla_j\left\{\left(\frac{D_t}{\sigma_k}+\nu\right)g^{ij}\nabla_i \varepsilon\right\} \quad (4)$$

ここに，ξ^j：計算空間の空間座標，t：時間，V：流速ベクトルの反変成分，W^j：格子移動速度ベクトルの反変成分，v^j：乱れ速度ベクトルの反変成分，p：圧力，ν：動粘性係数，ρ：流体の密度，k：乱れエネルギー，ε：乱れエネルギー散逸率，F^j：重力ベクトルの反変成分をそれぞれ表わす．g_{ij}, g^{ij}は計量テンソルの共変成分及び反変成分であり，次のような関係がある．

$$g_{ij}=\frac{\partial x^k}{\partial \xi^i}\frac{\partial x^l}{\partial \xi^j}\delta_{kl},\ g^{ij}=\frac{\partial \xi^k}{\partial x^i}\frac{\partial \xi^l}{\partial x^j}\delta_{kl},\ g_{ij}g^{jk}=\delta_i^k \quad (5)$$

ここに，x^jはデカルト座標系を表す．また，

$$g=\det[g_{ij}] \quad (6)$$

である．さらに，∇_jは共変微分を表し，例えば，あるベクトルの反変成分A^kに関しては，次のようになる．

$$\nabla_i A^k=\partial A^k/\partial \xi^i+A^j\Gamma_{ij}^{\ k} \quad (7)$$

ここに，$\Gamma_{ij}^{\ k}$はクリストッフェルの記号（接続の係数）であり，次式で計算される．

$$\Gamma_{ij}^{\ k}=\begin{Bmatrix}k\\ i\ j\end{Bmatrix}=\frac{1}{2}g^{km}\left(\frac{\partial g_{jm}}{\partial \xi^i}+\frac{\partial g_{im}}{\partial \xi^j}-\frac{\partial g_{ij}}{\partial \xi^m}\right)=\frac{\partial \xi^k}{\partial x^p}\frac{\partial^2 x^p}{\partial \xi^i \partial \xi^j} \quad (8)$$

なお，流速ベクトルの反変成分(V^k)と直交成分(U^k)は次の関係（chain rule）により変換される．

$$V^i=\left(\partial \xi^i/\partial x^j\right)\cdot U^j,\quad U^i=\left(\partial x^i/\partial \xi^j\right)\cdot V^j \quad (9)$$

(2) 乱流モデル

乱流モデルには，高レイノルズ数型二次非線形k-εモデルを用いる[5]. 一般曲線座標系における構成則を次に示す．

$$-\overline{v^i v^j}=D_t S^{ij}-\frac{2}{3}kg^{ij}-\frac{k}{\varepsilon}D_t\left[\alpha_1 Q_1+\alpha_2 Q_2+\alpha_3 Q_3\right] \quad (10)$$

$$D_t=C_\mu k^2/\varepsilon \quad (11)$$

$$Q_1=S^{i\alpha}g_{\alpha l}\Omega^{lj}+S^{j\beta}g_{\beta l}\Omega^{li} \quad (12)$$

$$Q_2=S^{i\alpha}g_{\alpha l}S^{lj}-S^{k\alpha}g_{\alpha m}S^{m\beta}g_{\beta k}\delta_l^i g^{lj}/3 \quad (13)$$

$$Q_3=\Omega^{i\alpha}g_{\alpha l}\Omega^{lj}-\Omega^{k\alpha}g_{\alpha m}\Omega^{m\beta}g_{\beta k}\delta_l^i g^{lj}/3 \quad (14)$$

$$S^{ij}=g^{j\alpha}\nabla_\alpha V^i+g^{i\alpha}\nabla_\alpha V^j,\ \Omega^{ij}=g^{j\alpha}\nabla_\alpha V^i-g^{i\alpha}\nabla_\alpha V^j \quad (15)$$

モデル係数は，ストレインパラメータSと，ローテイションパラメータΩの次のような関数で与える．

$$\alpha_1=-0.1325f_M,\ \alpha_2=0.0675f_M,\ \alpha_3=-0.0675f_M \quad (16)$$

$$f_M=\left[1+0.02M^2\right]^{-1},\quad M=\max\,[S,\Omega] \quad (17)$$

$$C_\mu=\min\left[0.09,\ \ 0.3/\left(1+0.09M^2\right)\right] \quad (18)$$

$$S=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}S^{i\alpha}g_{\alpha j}S^{j\beta}g_{\beta i}},\ \Omega=\frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\Omega^{i\alpha}g_{\alpha j}\Omega^{j\beta}g_{\beta i}} \quad (19)$$

モデル係数のうち式(16)，(17)は単純せん断流場における乱れ強さの配分に関する実験結果との比較を通じて同定式(18)については文献[6]のように，二次元及び三次元流れにおける実現条件から同定した．

3.2　密度関数法

(1) 基礎式

以下の非圧縮性流体に対する連続式，運動方程式，k−ε方程式を用いた．

[連続式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i}=0 \quad (20)$$

[運動方程式]

$$\frac{\partial U_i}{\partial t}+\frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j}=g_i-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i}+\frac{\partial -\overline{u_i u_j}}{\partial x_j}+\nu\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^{\ 2}} \quad (21)$$

[k－ε 方程式]

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial kU_j}{\partial x_j}=-\overline{u_i u_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\varepsilon+\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\frac{D_t}{\sigma_k}+\nu\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right\} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+\frac{\partial \varepsilon U_j}{\partial x_j}=-C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\overline{u_i u_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left\{\left(\frac{D_t}{\sigma_\varepsilon}+\nu\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right\} \quad (23)$$

ここに，x_i： 空間座標，t： 時間，U_i： 流速，p： 圧力，u_i ： 乱れ速度，ν :動粘性係数，ρ： 流体の密度，k ： 乱れエネルギー， ε： 乱れエネルギー散逸率，D_t ： 渦動粘性係数を表わす．添え字i，jは 1,2,3 の値をとり，それぞれx，y，z方向を表わす．添え字i，jに関しては総和の規則を用いる．式(3)，(4)中のモデル定数は，σ_k=1.0，σ_ε=1.3，$C_{\varepsilon 1}$=1.44，$C_{\varepsilon 2}$=1.92 とした．

(2) 密度関数法

次の密度関数（$0\leq\Phi\leq 1$）の保存則を解く．

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t}+\nabla\cdot(u\Phi)=0 \quad (24)$$

ここで，Φ は密度関数である．この関数は液相で 1 を，気相で 0 を，気液界面で 0.5 の値をとる．密度関数 Φ と密度 ρ および粘性係数 μ の関係は次式を用いる．

$$\rho=\Phi\rho_{Liq}+(1-\Phi)\rho_{Gas} \quad (25)$$

$$\mu=\Phi\mu_{Liq}+(1-\Phi)\mu_{Gas} \quad (26)$$

ここに，ρ_{Liq}は液相の密度，ρ_{Gas}は気相の密度，μ_{Liq}は液相の粘性係数，μ_{Gas}は気相の粘性係数である．

(3) 乱流モデル

レイノルズ応力を次のように与える[5]．

$$-\overline{u_i u_j}=\nu_t S_{ij}$$
$$-\frac{2}{3}k\delta_{ij}-\frac{k}{\varepsilon}\nu_t\sum_{\beta=1}^{3}C_\beta\left(S_{\beta ij}-\frac{1}{3}S_{\beta\alpha\alpha}\delta_{ij}\right),\quad i,j=1,2,3 \quad (27)$$

$$S_{ij}=\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i},\ \nu_t=C_\mu\frac{k^2}{\varepsilon},\ S_{1ij}=\frac{\partial U_i}{\partial x_r}\frac{\partial U_j}{\partial x_r},$$

$$S_{2ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{\partial x_i}\frac{\partial U_j}{\partial x_r}+\frac{\partial U_r}{\partial x_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_r}\right),\ S_{3ij}=\frac{\partial U_r}{\partial x_i}$$

式(27)中のモデル係数C_1，C_2，C_3，C_μについては，ストレイン,ローテイション・パラメータの関数として次のように与える．

$$C_1 = 0.4 f_M(M),\quad C_2 = 0,\quad C_3 = -0.13 f_M(M) \qquad (28a)$$

$$f_M(M) = (1 + 0.01M^2)^{-1},\ \mathrm{M=max[S,\ \Omega]} \qquad (28b)$$

$$C(M)_\mu = \min\left(0.09,\ 0.3/(1+0.09M^2)\right) \qquad (29)$$

$$S = \frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}},\ \Omega = \frac{k}{\varepsilon}\sqrt{\frac{1}{2}\Omega_{ij}\Omega_{ij}},\ \Omega_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \qquad (30)$$

4. 計算条件と計算方法

4.1 計算の水理条件

水理条件を**表 2** に示す．藤田･丸山[1)]の実験では 8 つのケースで計測を行っていたが，本研究では，アスペクト比 0，3.5，6 の 3 つのケースについて検討した．

4.2 計算方法

境界適合格子法, 密度関数法ともに計算法は有限体積法とし，完全スタガード格子系を用いる．計量テンソル，クリストッフェル記号等は格子点上で定義し, 計算の過程で必要となる位置の値はその都度内挿により求めた. 運動方程式の移流項の離散化にはQUICKを, kおよびε方程式の移流項にはHybrid法を用いた．時間積分は完全陽解法とし，二次のAdams Bashforth法を用いる. 圧力は時間ステップ毎にSOLAアルゴリズムと同様の収束計算により求める．図-2に密度関数法で用いた計算格子を示す. 流下方向をx_1,鉛直方向をx_2とすると、**図-2** の計算格子数は$(x_1 \times x_2)$ = (90×20)である．

5. 計算結果と考察

図-3～5 に Case①～③における実験，境界適合格子法及び密度関数法による流速ベクトルを示す．

5.1　アスペクト比 0 の場合

境界適合格子法では，水面にあまり変化がなく，実験に見られるような段落ちに伴う落ち込みが再現できなかった．これは今回用いた計算格子が比較的粗かったこと，また本ケースが他のケースと比べて段落ちが小さいことから格子の変形が微小であった為と考えられる. 一方密度関数法は, 実験と同様な段落ちに伴う水面の落ち込みがみられた．ただし、密度関数法の場合では段落ちに伴う水面の落ち込みが実験と比べると小さい．したがって，モデルの改良の必要性が示された．

5.2　アスペクト比 3.5 の場合

境界適合格子法では，段落ちに伴う水面の落ち込みや，下流側の水深が実験値とほぼ一致した. 密度関数法は大まかな水面形は実験と似ているが, 段落ちに伴う水面の落ち込みが小さいこと, 下流側の水深が実験値よりわずかに高いことが分かる．

表-2　計算の水理条件

	Case①	Case②	Case③
流量：Q (m³/s)	0.00227		
勾配：I	1/500		
流入水深：h_1 (m)	1.95		
上流側トレンチ高：Z_u(cm)	2.0		
下流側トレンチ高：Z_d(cm)	1.0		
流入平均流速：U_1 (cm/s)	38.9		
流入フルード数：Fr	0.889		
Reynolds 数：Re	7590		
トレンチ長さ：L(cm)	0.0	3.5	6.0
アスペクト比：γ	0.0	3.5	6.0

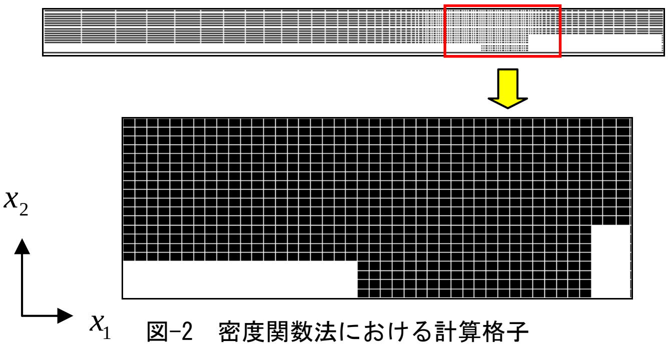


図-2　密度関数法における計算格子

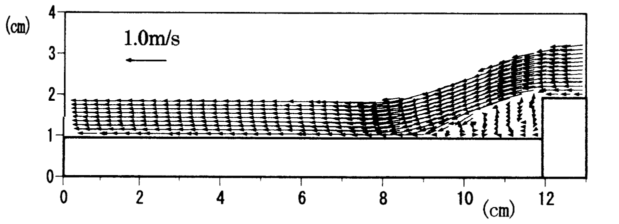
5.3　アスペクト比 6 の場合

境界適合格子法では, 段落ちに伴う水面の落ち込みが見られないだけでなく, 下流側ステップによる水面の跳ね上がりも見られない. 故に水面が激しく変化するアスペクト比 6 の場合には，境界適合格子法は困難と考えられる．しかし, 計算格子や乱流モデルについては検討の余地が残されており，今後さらに検討する必要がある．一方密度関数法では，段落ちに伴う水面の落ち込み，下流側ステップによる水面の跳ね上がりはみられるが, 実験と比べると跳ね上がりの頂点の位置と高さがわずかに一致しない. 境界適合格子法と比較すると再現性は格段に向上しており, 水面の大変形の捕捉という目的のためには密度関数法がより有効であることが分かった．

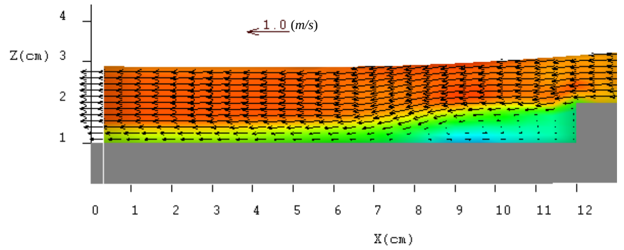
6.　結論

本研究は鉛直 2 次元開水路落差工流れを対象とし，藤田･丸山[1)]による実験のうち，アスペクト比 0，3.5，6 の 3 ケースについて境界適合格子法と密度関数法の 2 つの数値解析法による再現性を比較した．

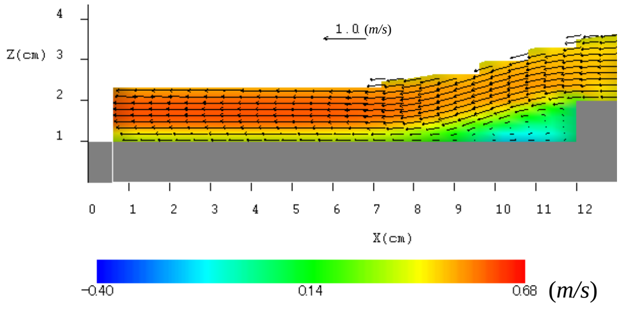
境界適合格子法では，アスペクト比 3.5 の場合のみ水面形が実験と良好に一致した．一方，密度関数法では，アスペクト比 6 の場合の下流側ステップにおける水面の跳ね上がりが過小評価された点を除いては, 実験を概ね再現することができた. 今後はさらに多くの条件で検討を実施するとともに, 乱流モデルや計算格子についても検討する必要があると考えられる．



(a) 実験

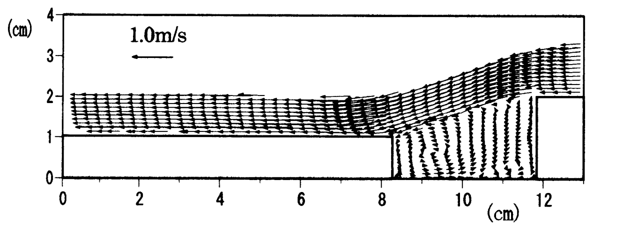


(b) 境界適合格子法

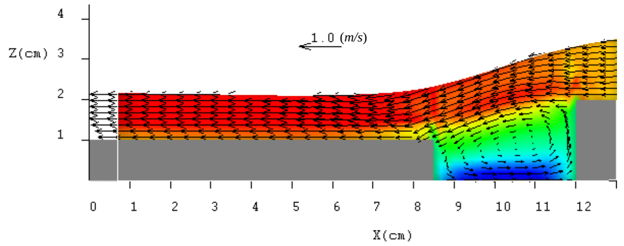


(c) 密度関数法

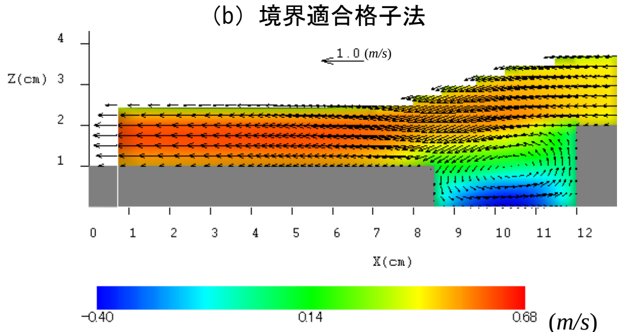
図-3　γ=0.0 のときの流速ベクトル分布



(a) 実験

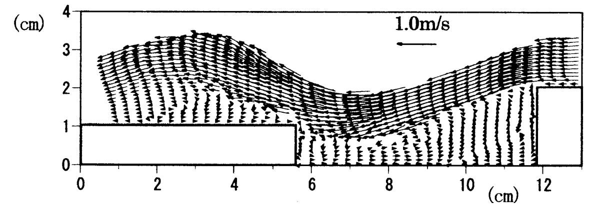


(b) 境界適合格子法

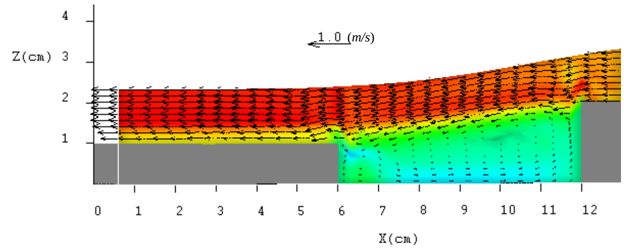


(c) 密度関数法

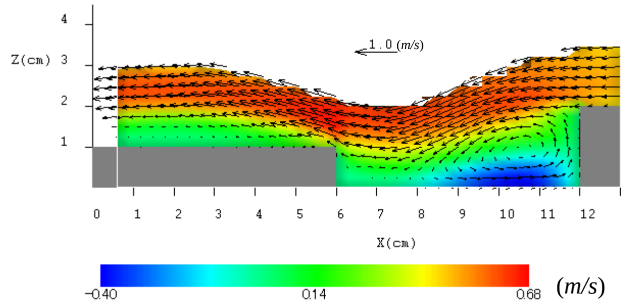
図-4　γ=3.5 のときの流速ベクトル分布



(a) 実験



(b) 境界適合格子法



(c) 密度関数法

図-5　γ=6.0 のときの流速ベクトル分布

参考文献

1) 藤田一郎，丸山達弥：トレンチ付き落差工流れの水理特性，水工学論文集，第 45 巻，pp.403_408，2001.

2) 朝位孝二，坪郷浩一：密度関数法による自由水表面流れ解析のための体積補正法に関する研究，水工学論文集，第49巻，pp.697-702, 2005.

3) 木村一郎，細田尚，音田慎一郎，冨永晃宏：越流型水制周辺の三次元乱流構造に及ぼす水理パラメータの効果，水工学論文集，第48巻，pp.661-666, 2004.

4) 木村一郎，細田尚，音田慎一郎：完全スタガード移動一般曲線座標系における開水路乱流シミュレータの開発，四日市大学環境情報論集，Vol.5，pp.145-170, 2002.

5) Kimura, I. and Hosoda, T. : A non-linear k-ε model with realizability for prediction of flows around bluff bodies, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol.42, pp.813-837, 2003.

6) Hosoda, T., Kimura, I. and Shinichiro, O. : Some necessary conditions for a non-linear k-ε model in classified flow patterns with a singular point, Proc. 2nd Internatilnal Symp. on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Stockholm, Vol.3, pp.155-160, 2001.