# RC 梁のひび割れ開口幅からの鉄筋応力及び鉄筋径の推定

Estimation of rebar stress and diameter from the COD profile of an RC beam

北海道大学大学院工学研究科	正 員	松本 高志	(Takashi Matsumoto)
北海道大学大学院工学研究科	○学生員	佐藤 圭太	(Keita Sato)
北海道大学大学院工学研究科	F会員	林川 俊郎	(Toshiro Hayashikawa)
北海道大学大学院工学研究科	正 員	何 興文	(Xingwen He)

### 1. はじめに

わが国における社会基盤構造物は,高度経済成長期に数 多く整備され、その充実が図られてきた.そのため、供用開 始から35~45年経過した今日では、多くの構造物が壮年期 を迎えつつあるのが現状である.およそ10~15年後には多 くの橋梁が供用後50年を迎え、今後適切な維持管理を欠く ことがあれば老朽化により本来の機能を失う恐れもあり, また崩壊等による事故の危険性もある.近年の資本投資の 効率性に対する市民意識の向上や,社会資本への投資余力 の減少なども相まって,既存の社会資本の有効利用と維持 管理が重要となってきており,また効率的な維持管理計画 を行うには,構造物の損傷や劣化状態を把握する必要性が ある.RC 構造物においては,内部鉄筋の物理的並びに機械 的な評価がメンテナンス及びヘルスモニタリングの面か ら重要とされてきている.近年整備された構造物には,経年 劣化による内部破壊等の微細な情報を得るために,光ファ イバーなどのセンサーを構造物の主要な位置に埋め込ん でいるものもある.

しかしながら,現在そのような構造物はいまだ少数であ り,実際の検査では,ひび割れ幅やひび割れ長さからの単位 面積当たりのひび割れ面積のみの記録を行うことが多い. 加えて,専門技術者も減少の一途をたどっており,より高度 な非破壊検査を効率よく行うためには非専門技術者にも 扱えるようなシステムの開発が必要となってきている.

本研究は、ひび割れ開口幅(Crack Opening Displacement, COD)を用いた逆解析により、内部鉄筋応力及び鉄筋径の 推定を行うことで、ひび割れ検査の高度化・簡易化を図り、 非破壊検査への適用を目指すものである.

# 2. RC 梁の破壊力学モデル

### 2.1 解析対象

本研究ではスパン中央にひび割れが発生してい る,40x10x10cmの単純梁を考える.表-1に諸元を,図-1に解 析対象を示す.ここで,Fは鉄筋の力,σ(x)は外力による曲 げ応力,aはひび割れ長さ,bは梁の高さとなっている.矩形 断面内に鉄筋が2本平行に配置されているものとし,かぶ りhは3.2cmとする.コンクリートの圧縮強度は35MPa,鉄 筋の降伏強度は400MPaとした.

± 1 ≣# →

Unit weight of concrete (Kg/m <sup>3</sup> )	Young's modulus of concrete (MPa)	Poisson's ratio of concrete		
2400	29832	0.15		
Side cover (mm)	Young's modulus of steel (GPa)			
20	200			

#### 2.2 順解析によるひび割れ開口幅の取得

本研究の逆解析では,RC 梁のひび割れ開口幅からの鉄 筋応力及び鉄筋径の推定を行うため,COD 値を取得する. 用いる COD 値には順解析により得られる理論解析値,理 論解析値に正規乱数を加えて作成する疑似実験値,及び実 験と画像解析による実験値がある.本研究においては理論 解析値及び疑似実験値を用いた解析を行い,後に行う実験 値を用いた解析での精度の向上を目指している.疑似実 験値の作成法については後述する.

理論解析値は前述の諸元及び荷重等から次式のように 得られる.

$$u(x) = \frac{4(1-\nu^2)}{E_c} \int_{x}^{a} \left[ \int_{0}^{a'} G(x',a',b) [\sigma(x') - f(x')] dx' \right] G(x,a',b) da'^{(1)}$$

ここで,u(x) はひび割れ開口幅(=COD 値),f(x) は 鉄筋による架橋応力,また E<sub>c</sub> 及びvはコンクリートのヤン グ率とポアソン比,G(x, a, b) は重み関数である.<sup>1)</sup> 理論解析値,及び疑似実験値の一例を図-2 に示す.

# 3. ひび割れ開口幅からの鉄筋応力の推定

### 3.1 逆解析における不適切性の緩和

順解析により得られた理論解析 COD 値から鉄筋径を推 定するには,鉄筋がない場合の COD 値から,上述の COD 値 を引くことで,鉄筋によるひび割れの狭まりを算出し,逆解 析により鉄筋応力を得る.

既往の研究<sup>2)-5)</sup>より実験値をそのまま逆解析に用いることは,測定時のノイズなどの影響から解の安定性が得られず,不適切な問題となることがわかっている.そのため逆解析を行う前に正則化を行い,不適切な問題を適切な問題とした上で逆解析を行い,鉄筋応力値を取得する.

本研究では、逆問題の不適切性の解消に最もよく用いら れるチホノフ正則化法(Tikhonov Regularization Method) を用いた.<sup>の</sup>これは測定時または行列作成時などに混入し た誤差による悪影響を伴ったデータに、安定化項を加えた 安定化汎関数を作成することで、誤差による影響を緩和す るものである.

$$(A \cdot A + \alpha I) \cdot f^* = u \tag{2}$$

ここで A は要素 f\*と要素 u の作用素 (写像), α は Tikhonov 正則化パラメータ, I は単位行列である.



この手法における問題は $\alpha$ の決定法である.データによって適切な $\alpha$ の値は異なり,また適切な $\alpha$ は未知である.この適切な $\alpha$ を決定する手法として本研究では食い違い量 原理(Discrepancy Principle)を用いた.食い違い量原理については次節にて述べる.

### 3.2 食い違い量原理

チホノフ正則化法において重要なパラメータである α を求める方法として,L-カーブ法やノルム最小法などが挙 げられるが,本研究においては食い違い量原理を用いている.<sup>7</sup>

$$G(\alpha) = \left\| \left( A \cdot A + \alpha I \right) \cdot f^* - u \right\|^2 - \delta^2 (= 0)$$
(3)

ここでδは解の誤差である.

解から測定値を引いたノルムから誤差を引いたものが 0 若しくは最小となるようなαが最も適切であるとする ものである.この際にこの G(α)を収束させる方法とし てニュートン法を用いる.ニュートン法は方程式系を数値 計算で解く反復法の一種であり,初期値を適切に設定すれ ば二次収束することから採用した.ニュートン法の漸化式 を次式に示す.

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - \frac{G_{(\alpha)}}{G'_{(\alpha)}} \tag{4}$$

### 3.3 逆解析による鉄筋応力の推定

上記の正則化を行った後に,逆解析により鉄筋応力の取得を行う.理論解析値を用いた場合の鉄筋応力値の例を図-3に示す.また,鉄筋径を6mmとし,荷重を変化させた場合に,理論解析値を用いた鉄筋応力推定結果を表-2に示す.

鉄筋応力値の解析解は離散点で得られるため,それらの 点を最小二乗法により関数化し,最大応力値周辺の正の部 分を積分することで鉄筋応力を算出する.また,理論解の計 算式は次式で表される.

$$f_{th} = \frac{M}{As \cdot j \cdot d} \tag{5}$$

ここで M は外力によるモーメント,As は鉄筋断面積,d は梁の有効高さ,jd はアーム長である.

結果は,理論解と解析解について誤差はあるものの,15% 以内におさまっている.また,荷重が小さくなるにつれて誤 差が大きくなっていくことが見て取れる.これは荷重が小 さくなり,ひび割れ幅が小さくなるにつれて鉄筋が引き受 ける力が減り,鉄筋によるひび割れの狭まりが読み取りづ らくなることが原因ではないかと思われる.

以上より,ひび割れ幅からの逆解析を行うことで多少の 誤差はあるものの,鉄筋応力を求められることが示された. ここで,RC 梁の曲げ引張耐力においては,引張側の鉄筋の 有効断面積がその性能を大きく左右することがわかって いる.したがって,腐食等を原因とする鉄筋径の減少 が,COD 値の増加という形で現れることが予想される.<sup>7)</sup> つまり,COD 値から鉄筋の有効断面積を推定できる可能性 がある.よって以下では逆解析により得られる鉄筋応力値 の応用可能性の一つとして,応力からの鉄筋径の推定につ いての検討を行っていく.これにより,これまでの損傷度の 判定や補修必要性の有無などの評価を,より定量的に行う ための検討を行う.

# 4. 鉄筋応力からの鉄筋径の推定

# 4.1 中腹点法

ひび割れ開口幅からの逆解析により得られた鉄筋応力



Total load (tf)	Theoretical rebar stress (MPa)	Analytical rebar stress (MPa)	Error
1.6	193.762	221.703	14.42%
1.8	217.918	247.021	13.35%
2	242.075	271.573	12.19%
2.2	266.231	295.285	10.91%
2.4	290.387	322.078	10.91%
2.6	314.543	344.555	9.54%

から鉄筋径を算出する手法の一つとして,中腹点法(Half Point Method)を用いた.この手法は得られた応力曲線につ いて,最大応力値の 50%の応力値を示す 2 点間の距離を鉄 筋径とするものである.図解を図-4 (a) に示す.また,鉄筋径



が6mmで,荷重を変化させた理論解析値を用いた解析結果 を表-3に示す.

結果より,荷重が増加するごとに精度が向上しているの が認められる.これは,荷重が大きくなるにつれて鉄筋が負 担する力が増加し、鉄筋によるひび割れの狭まりがより大 きくなるためであると考えられる.

### 4. 2 等面積換算法

鉄筋応力から鉄筋径を取得する別な手法として等面積 換算法(Equivalent Area Method)を用いた.

鉄筋断面内に応力が一様に作用しているとすると,図-4 (b)の実線の様に応力が得られるはずだが,解析では図-4

(b)における破線の様に算出される.そこで,得られた応力 の最大値が鉄筋断面内に一様に作用しているとして,曲線 の最大値周辺の正の部分の積分によって得られる鉄筋応 力値を,高さを最大応力値とする長方形に換算することで, その幅を鉄筋径とする手法である.同様に鉄筋径 6mmで荷 重を変化させた理論解析値を用いた解析の結果を表-3 に 示す.

結果としては同様に荷重が増加するごとに精度が向上 している.理由としては前述のとおりであると考えられる. また,若干ではあるが,等面積換算法よりも中腹点法の方が より高い精度で計算できている.

以上より,二つの手法共に鉄筋応力からの鉄筋径の算出 が可能であることを示した.次章は実験値に対する有効性 を検討するために,疑似実験値を用いた鉄筋応力及び鉄筋 径の算出シミュレーションを行う.

### 5. 鉄筋応力及び鉄筋径推定シミュレーション

### 5.1 疑似実験值作成

本研究における解析の妥当性と有効性を検討するため に疑似実験値を作成し,鉄筋応力及び鉄筋径の算定シミュ レーションを試みた.

使用する疑似実験値は、COD 値が外力及び鉄筋径に大き く影響を受けることから、鉄筋の降伏応力を考慮し、後述す る荷重と鉄筋径の10種類のパターンから得られる理論解 析 COD 値に、平均が0で分散を最大 COD 値の3%とした正 規乱数を加えることで、計10ケース作成した.これらの疑 似実験値を用い、鉄筋応力及び鉄筋径の算出を行う.またそ の際により精緻な結果を得るため、最小二乗法による多項 式近似を行い疑似実験値の亀裂形状における鋸状の輪郭 の平滑化を図った後に解析を行うこととする.多項式近似 を行った際の疑似実験 COD 値例、及び逆解析による鉄筋 応力算出例を図-5 に示す.

表-3 鉄筋径推定結果

Total load (tf)	Diameter by equivalent area method (mm)	Error	Diameter by half point method (mm)	Error
1.6	5.72095	4.65%	5.8398	2.67%
1.8	5.7377	4.37%	5.8562	2.40%
2	5.77105	3.82%	5.8846	1.92%
2.2	5.82523	2.91%	5.9281	1.20%
2.4	5.82523	2.91%	5.9281	1.20%



# 5.2 鉄筋応力値及び鉄筋径推定

作成した 10 ケースの疑似実験値のそれぞれについて逆 解析を行い,鉄筋応力及び鉄筋径を算出した.鉄筋径の算出

	Rebar diameter (mm)	Total load (tf)	Rebar diameter by half point method (mm)	Error	Rebar diameter by equivalent area method (mm)	Error
Case 1	5	1.6	5.71019	14.20%	5.8502	17.00%
Case 2	5	2	5.45433	9.09%	5.61258	12.25%
Case 3	5	2.2	5.53538	10.71%	5.65182	13.04%
Case 4	6	1.6	6.44124	7.35%	6.31095	5.18%
Case 5	6	2	6.12308	2.05%	6.23816	3.97%
Case 6	6	2.4	5.92717	1.21%	6.0485	0.81%
Case 7	7	1.6	6.77901	3.16%	6.70543	4.21%
Case 8	7	2	7.32832	4.69%	7.44305	6.33%
Case 9	7	2.4	7.14662	2.09%	7.19459	2.78%
Case 10	7	2.8	6.99658	0.05%	7.1134	1.62%

表-4 鉄筋径推定結果

#### 表-5 鉄筋応力推定結果

	Theoretical	Analytical	
	rebar stress	rebar stress	Error
	(MPa)	(MPa)	
Case 1	272.4020	196.9448	27.70%
Case 2	340.3217	284.3857	16.44%
Case 3	374.2815	319.2877	14.69%
Case 4	193.7623	158.6318	18.13%
Case 5	242.0747	216.8208	10.43%
Case 6	290.3870	302.9918	4.34%
Case 7	145.7197	180.8180	24.09%
Case 8	182.0538	182.4018	0.19%
Case 9	218.3866	233.3590	6.86%
Case 10	254.7207	243.3388	4.47%

には,理論解析でより精度の高かった中腹点法を使用する こととし,取得した鉄筋径により算定できる断面積を用い て鉄筋応力を算出した.結果を表-4 及び表-5 に示す.

結果より,疑似実験値を使用しているため,全体的に精度 にばらつきが見られるが,これまで同様に総じて荷重が大 きいほど,また鉄筋径が大きいほど誤差が小さくなってい ることが認められる.

#### 5.3 考察

以上より,疑似実験値を用いた鉄筋応力及び鉄筋径解析 のシミュレーションにおいて,これまで同様に荷重及び鉄 筋径が大きくなるにつれて精度が上がるという結果が得 られた.理由としては,荷重が増加するにつれて,ひび割れ 開口幅に対する鉄筋の役割が大きくなることや,鉄筋の有 効断面積が増加することで鉄筋が負担する応力が増え,鉄 筋によるひび割れの狭まりがより顕著に現れることなど が挙げられる.このことから,実際に実験を行い,ひび割れ を観察し解析する場合には,荷重を鉄筋の降伏荷重にでき るだけ近くすると,より高い精度で鉄筋応力及び鉄筋径が 推定できるのではないかと考えられる.

また今回,鉄筋径の算出に二種類の手法について試した が,現段階ではどちらも問題なく鉄筋径を算出できている ため,今後の研究においても二つの手法を併用していくこ ととする.

# 6. まとめ

本研究は、ひび割れ開口幅を用いた逆解析による RC 梁

の内部鉄筋応力及び鉄筋径の推定を行うことで,ひび割れ 検査の高度化と,非破壊検査への適用を図るために行われ た基礎的研究である.

今回行った疑似実験値を用いたシミュレーションの結 果,鉄筋応力及び鉄筋径を推定できることが示された.結果 では,荷重が大きくなるにつれて精度が向上することが示 され,実際に RC 構造物のひび割れを観察する場合には鉄 筋の降伏荷重以下で,荷重が大きい場合に精度が高くなる と考えられる.

また今回,鉄筋径を算出する方法として中腹点法と等面 積換算法の2種類を提案したが,現在のところ互いの優劣 は判別しがたいため,今後もこの二つを併用しつつ比較し ていく.

今後は実験を行い,今回行った解析の有効性や実用性の 検討,また実際に腐食が発生している場合の算出の検討,及 び複数本ひび割れが発生している場合や同一の供試体に 荷重を段階的に載荷して破壊した場合の検討について考 えていく必要がある.また,梁だけでなくスラブやトンネル 等のコンクリート壁への適用を考慮し,RC 平板内の亀裂 についても同様に考えていくことも必要である.

【参考文献】

- 1) Hiroshi Tada : The stress analysis of cracks hand book, second edition, pp2.25-2.27, 1985.
- I. M. Nazmul, T. Matsumoto : High resolution COD image analysis for health monitoring of reinforced concrete structures through inverse analysis, ASCE-J. Eng. Mech. pp4-25, 2006.
- 3) I. M. Nazmul, T. Matsumoto: Determination of steel stress in reinforced concrete structures form crack opening profile, SHMII-1. Reference No.0113, pp2-8, 2003.
- I. M. Nazmul, T. Matsumoto : Inverse analysis to determine crack bridging stresses in fiber composites, J. Appl. Mech.-JSCE, pp3-4, 2003.
- 5) I.M. Nazumul, T. Matsumoto : Regularization of inverse problems in reinforced concrete fracture, ASCE- J. Eng. Mech, pp13-16, 2005.
- 6) 堤正義:逆問題の数学,共立出版,pp27-29,2000.
- 7) 久保司郎: 逆問題, 培風館, pp45-54, 1992.
- 8) 花岡大伸, 矢野真義, 宮里心一: 鉄筋コンクリート梁の 腐食形態と腐食量が曲げ性状に及ぼす影響, 土木学会論 文集 E Vol.63 No.2, pp300-312, 2007.