

曲線少数主桁橋と走行車両との連成振動解析手法の開発

Analytical approach to coupled vibration of curved rationalized girder bridges and running vehicles

北海道大学工学部	○学生員	野田泰英 (Yasuhide Noda)
北海道大学大学院工学研究科	正員	何 興文 (Xingwen He)
北海道大学大学院工学研究科	フェロー	林川俊郎 (Toshiro Hayashikawa)
神戸大学大学院工学研究科	フェロー	川谷充郎 (Mitsuo Kawatani)
北海道大学大学院工学研究科	正員	松本高志 (Takashi Matsumoto)

1. まえがき

近年、社会基盤施設の建設コスト削減施策が強く求められ、鋼橋の設計・製作・架設の各段階において新しい素材・構造を適用し、コスト削減を図る動きが急速に広がっている。高強度、高耐久性を有する PC 床版あるいは各種合成床版、さらに断面が大型化された主桁を用いることにより実現された少数主桁橋^{1), 2)}は、これらの要求に応える構造形式として現在研究・開発が盛んに行われており徐々に建設されつつある。少数主桁橋は主桁本数を 2, 3 本程度とし、対傾構や横構を省略して構造が簡素化され、製作架設時の省力化が可能となる。また、材片数を大幅に減少させることにより、製作工数が低減し、製作コスト削減による経済性の向上を図ることができる。さらに、将来的な維持管理の面で、主桁本数減少による維持管理の容易さや塗装面積の減少等による維持管理費の削減効果を有しているものとして期待されており、今後も架設事例が増えていくことと予想される。

このような省力化・合理化を意図して建設された少数主桁橋の実例を見ると、平面線形については直線橋あるいは曲率半径の非常に大きい曲線橋を対象としたものが多く（千鳥の沢川橋で $R=2200\text{m}$ 、キウス第一橋で $R=5200\text{m}$ ）、本格的な曲線橋を対象としたものは少ない。曲率半径の小さい曲線橋には箱桁橋や格子桁橋がねじり変形に抵抗する上で有利である。一方少数主桁橋では断面を大きくすることで曲げ剛性を増大させることができるが、基本的に開断面構造であるためねじり剛性は極めて小さいという難点がある。しかしながら、コスト削減要求がますます高まれば、本格的な曲線橋も積極的に少数主桁橋が採用され则认为られる。そのため、ねじり剛性の確保など少数主桁曲線橋の動的特性を十分に検討する必要がある。

近年、道路交通荷重の大型化に伴い、道路橋の交通振動問題が取り沙汰されている。大型車両の走行により引起される過大な橋梁振動、特に路面状況が劣る区間やジョイント部などを通過する際に発生する衝撃振動は、橋梁部材に疲労損傷等を与える恐れがあるのみならず、地盤振動や低周波音振動といった環境振動問題を周辺環境にもたらす可能性がある。少数主桁曲線橋の動的問題を検討するに当たって、走行車両による橋梁振動性状を解明することが必要とされる。一方、現行の道路橋示方書における耐震規定では、活荷重（自動車荷重）と地震荷重の組合せは必要ないものとされている³⁾。これは、橋梁上における交通渋滞と地震が同時発生する確率は極めて小さいことや、仮に地震時に車両が橋面上にあった

としても、車両が橋の振動を抑制する効果もあり、橋の地震応答に及ぼす車両の影響が顕著ではないと判断されたためである。しかし、これは簡易車両モデルを用いた検討結果^{4), 5)}に基づいており、より詳細な車両モデルを用いる検討を要する。また、近年の都市高架橋は、大型車両混入率の高まりとともに慢性的な交通渋滞状況にあり、渋滞中に地震が起こる確率が高くなっている。このような現状を踏まえると、耐震設計における自動車荷重の取り扱いについて更なる検討が必要であると考えられる。少数主桁曲線橋のような新しい構造形式においては、その動的特性が完全に解明されていない上、ねじり剛性の確保などの問題もあり、車両載荷時の地震応答性状の解明は非常に重要な課題と考えられる。

以上の諸課題を検討するために、実験による現象の解明は、多大なコストを要する上、多種多様な構造形式への検討は非常に困難とされる。そのため、少数主桁曲線橋と走行車両との連成振動を厳密的に再現できる解析の手法が望まれる。そこで本研究では、曲線橋と走行車両との厳密な連成振動シミュレーション手法の開発を行い、走行荷重下の少数主桁曲線橋振動性状を解明し、その振動特性の向上方策を検討する。さらに将来、走行車両と橋梁連成系の地震応答を再現し、少数主桁曲線橋の耐震設計の向上に貢献することを目標とする。

2. 橋梁モデルおよび固有振動性状

2.1 曲線 2 主桁橋モデル

本研究では、橋梁と走行車両との連成振動解析手法の構築にあたり、まず Fig. 1 に示す一般的な横断面を有する曲線 2 主桁橋を橋梁モデルとして用いる。本橋は、支間長が 50 m の曲線橋である。床板には PC 床板を用いており、横桁は中段配置で、全支間長を 10 等分する 5 m 間隔で設置している。部材断面は Table 1 の通りである。なお、垂直補剛材は幅 250 mm、板厚 25 mm の鋼板を使用し、横桁同様 5 m 間隔で設置している。

本研究では、解析手法の開発を主な目的とすることから、まず基本的な要素による橋梁モデルを用いることとする。Fig. 2 に前述 2 主桁橋上部構造の三次元有限要素解析モデルを示す。主桁、横桁および床版はすべて一節点 6 自由度を有する三次元はり要素でモデル化する。主桁の桁高を考慮するために各要素間を剛なオフセット部材を用いて連結する。総接点数は 92、総要素数は 128 である。モデル化において用いた PC 床版および鋼桁の部材材料定数は Table 2 の通りである。端部の拘束境界条件は、単純支持とする。

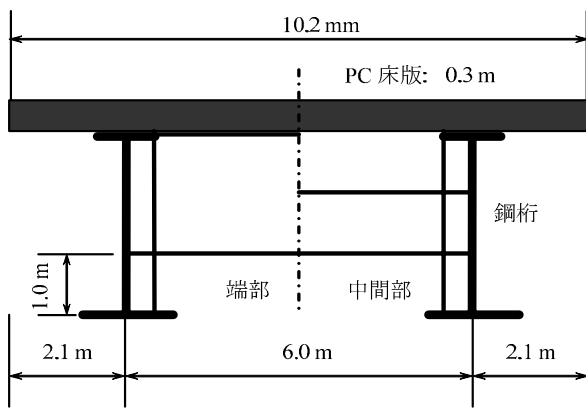


Fig. 1 Cross section of a typical twin I-girder bridge

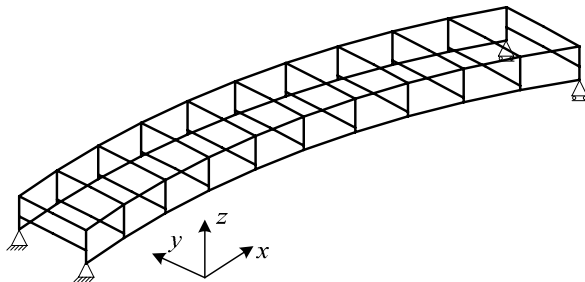


Fig. 2 3-D Curved bridge FE model

Table 1 Cross-section properties of studied bridge

	主桁	端横桁	中間横桁
B_u	500	300	300
T_u	30	25	25
H	3000	2000	1000
t_w	24	16	16
B_l	800	300	300
t_l	50	25	25

Table 2 Properties of bridge members

部材名	ヤング係数 E [N/mm ²]	ポアソン比 μ	単位体積重量 w [kN/m ³]
PC 床板	2.857×10^4	0.2	24.5
鋼部材	2.000×10^4	0.3	77.0

Table 3 Natural frequencies

曲率半径	f_{V1} (Hz)	f_{T1} (Hz)	$f_{T1/V1}$ (Hz)
$R = 200$ m	2.0071	3.2107	1.5997
$R = 400$ m	2.0978	3.0649	1.4610
$R = 800$ m	2.1293	3.0083	1.4128
$R = \infty$ m	2.1356	3.0035	1.4064

3. 橋梁の固有振動性状

3.1 固有値解析

減衰を無視した橋梁の自由振動方程式は、質量および剛性マトリクス M_b および K_b を用い、 w_b を橋梁モデルの変位ベクトルとすれば、次の式となる。

$$M_b \ddot{w}_b + K_b w_b = 0$$

ここに $\dot{}$ は時間に対する偏微分を表わす。

ここで、 $w_b = e^{jnt} y$ とすれば、 $\ddot{w}_b = -n^2 e^{jnt} y$

これらを橋梁の自由振動方程式に代入し、整理すれば、

$$(K_b - n^2 M_b) y = 0$$

よって、 $|K_b - n^2 M_b| = 0$ なる n を求めれば、 i 次の固有振動数 n_i および固有振動モード y_i を求めることができる。ここでは、QR 法に基づいて固有値解析を行っている。QR 法の概略は以下のようである。

特異点を持たない非対称行列に対して有効な方法で、行列 A を直行行列と上三角行列に分解し、相似変換によって求める。すなわち、行列 A をユニタリ行列 $Q^{(s)}$ と上三角行列 $R^{(s)}$ の積に分解し、次式をつくる。

$$Q^{(s)} = R^{(s)} \cdot Q^{(s)}$$

その際、行列が密であると QR 法の演算量は多くなり、これを避けるために三重対角行列や Hessenberg 行列に変換して適用することが多い。固有値が近接すると収束は速くなり、特異点を持たない小規模の密行列に対して適している。

3.2 固有値解析結果

曲率半径 $R = \infty, 800, 400, 200$ m のモデルについて、鉛直 1 次 ($V1$) およびねじり 1 次 ($T1$) のモード図を Fig. 3 に示し、それぞれの固有振動数の値を Table 3 に示す。ねじり剛性を評価するパラメーターとしてねじり 1 次固有振動数 (f_{T1}) を鉛直たわみ 1 次固有振動数 (f_{V1}) で除した値である固有振動数比 $f_{T1/V1}$ を用いる。Table 3 により、ねじり 1 次と鉛直たわみ 1 次の固有振動数が近接していることがわかる。一般的な開断面を有する鋼橋の場合、この固有振動数比は 2 程度であることが知られている。それに対してこのモデルでは 1.4064~1.5997 割程度になっており、ねじり剛性が低いことが確認できる。

4. 橋梁－走行車両連成振動定式化

曲線橋において、走行車両による水平・ねじり振動に着目する場合や、地震時の橋梁上において車両が停車・走行する場合、車両モデルに対して鉛直振動のみならず、水平両方向の振動を厳密に考慮できるモデルが必要となる。本研究では、前輪一軸後輪二軸を有する一般的な大型ダンプトラックを、Fig.4 に示すような 12 自由度質点－ばね振動系システムにモデル化する。モデル化に際して、左右輪位置での横断勾配差や路面凹凸の差に伴う車両の三次元挙動を考慮し、上下・左右の車輪接地力を評価できる立体モデルとする。

車両モデルにおける各自由度の定義は Table 4 に、車両の諸元は Table 5 に示す。橋梁と走行車両との連成振動方程式は Eq. (1) から Eq. (21) で表す。

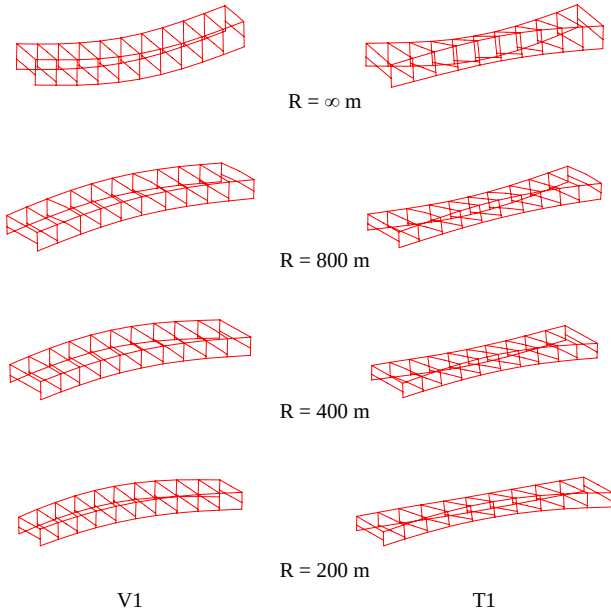


Fig. 3 Natural modes of the bridge

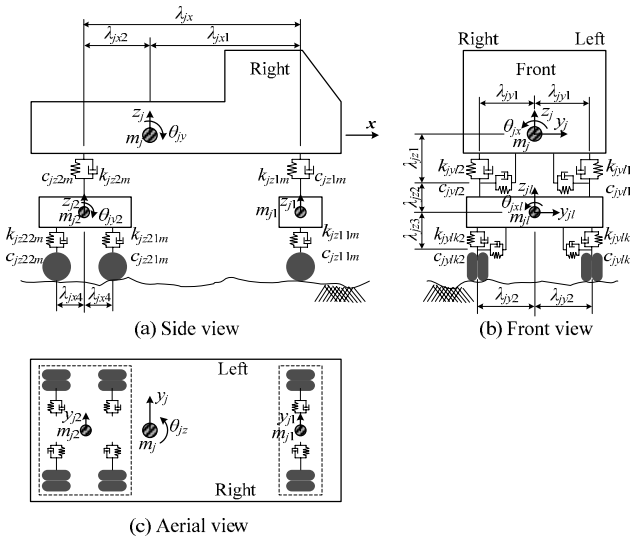


Fig. 4 12-DOF vehicle model

Table 4 Degree-of-freedom of the vehicle model

Definition	Notation
Sway of the sprung mass (body)	y_j
Bouncing of the sprung mass (body)	z_j
Rolling of the sprung mass (body)	θ_{jx}
Pitching of the sprung mass (body)	θ_{jy}
Yawing of the sprung mass (body)	θ_{jz}
Sway of the front unsprung mass	y_{j1}
Parallel hop of the front unsprung mass	z_{j1}
Axle tramp of the front unsprung mass	θ_{jx1}
Sway of the rear unsprung mass	y_{j2}
Parallel hop of the rear unsprung mass	z_{j2}
Axle tramp of the rear unsprung mass	θ_{jx2}
Windup of the rear unsprung mass	θ_{jy2}

Table 5 Variants used for the vehicle properties

Definition	Notation
Sprung mass including payload	m_j
Unsprung masses	m_{jl}
Moment of inertia of sprung mass	I_{jx}, I_{jy}, I_{jz}
Moment of inertia of unsprung masses	I_{jxl}, I_{jyl}
Spring constants of suspensions	k_{jylm}, k_{jzlm}
Spring constants of tires	k_{jylkm}, k_{jzlkkm}
Damping coefficients of suspensions	c_{jylm}, c_{jzlm}
Damping coefficients of tires	c_{jylkm}, c_{jzlkkm}
Distance between front and rear axles	λ_{jx}
Distance between axles and body centroid	λ_{jxl}
1/2 distance of tandem axles	$\lambda_{jx(2l)}$
1/2 distance between upper vertical springs	λ_{jy1}
1/2 tread	λ_{jy2}
Distance from body centroid to upper horizontal springs	λ_{jz1}
Distance from suspension centroid to upper horizontal springs	λ_{jz2}
Distance from suspension centroid to lower horizontal springs	λ_{jz3}

4.1 車両モデルの振動方程式

Fig. 4 に示している j 両目の質点—ばね系車両モデルについて、D'Alembert 原理に基づき、各自由度における力の釣り合いによる車両振方程式は次のようになる。

a) 車体の振動方程式

水平振動 (Sway)

$$m_j \ddot{y}_j + \sum_{l=1}^{lx(j)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m v_{jylm}(t) = 0 \quad (1)$$

上下振動 (Bouncing)

$$m_j \ddot{z}_j + \sum_{l=1}^{lx(j)} \sum_{m=1}^2 v_{jzlm}(t) = 0 \quad (2)$$

横揺れ振動 (Rolling)

$$I_{jx} \ddot{\theta}_{jx} - \sum_{l=1}^{lx(j)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{jyl} v_{jzlm}(t) + \sum_{l=1}^{lx(j)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{jz1} v_{jylm}(t) = 0 \quad (3)$$

縦揺れ振動 (Pitching)

$$I_{jy} \ddot{\theta}_{jy} - \sum_{l=1}^{lx(j)} \sum_{m=1}^2 \lambda_{xjl} v_{jzlm}(t) = 0 \quad (4)$$

偏揺れ振動 (Yawing)

$$I_{jz} \ddot{\theta}_{jz} + \sum_{l=1}^{lx(j)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{jxl} v_{jylm}(t) = 0 \quad (5)$$

ここで

$$v_{jylm}(t) = k_{jylm} \left\{ (-1)^m y_j + (-1)^m \lambda_{jz1} \theta_{jx} + (-1)^m \lambda_{jxl} \theta_{jz} \right\} + c_{jylm} \left\{ (-1)^m \dot{y}_j + (-1)^m \lambda_{jz1} \dot{\theta}_{jx} + (-1)^m \lambda_{jxl} \dot{\theta}_{jz} \right\} - (-1)^m \dot{y}_{jl} + (-1)^m \lambda_{jz2} \dot{\theta}_{jxl} \quad (6)$$

$$v_{jzlm}(t) = k_{jzlm} \left\{ \begin{aligned} & z_j - \lambda_{jxl} \theta_{jl} - (-1)^m \lambda_{jy1} \theta_{jx} \\ & - z_{jl} + (-1)^m \lambda_{jy1} \theta_{jxl} \end{aligned} \right\} + c_{jzlm} \left\{ \begin{aligned} & \dot{z}_j - \lambda_{jxl} \dot{\theta}_{jl} - (-1)^m \lambda_{jy1} \dot{\theta}_{jx} \\ & - \dot{z}_{jl} + (-1)^m \lambda_{jy1} \dot{\theta}_{jxl} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで、 j は車両の番号を表す。 l と m は、車体に関する変数で、 $l = 1, 2$ それぞれ車体の前後車軸（サスペンション）を表し、 $m = 1, 2$ はそれぞれ車両の左右側を表す。 $lx(j)$ は車両番号の関数で、その車両の車軸数を表す。 x, y, z は車両モデル図で用いている右手直交座標系の三方向を表す。 $v_{jlm}(t)$ は車体と車軸を連結するばねの伸張によって発生する力を表す（伸張量は正とする）。また、車軸が重心より前なら λ_{jxl} は正、後なら負の値を取る。

b) ばね下質量の振動方程式

水平振動（Sway）

$$m_{jl} \ddot{y}_{jl} - \sum_{m=1}^2 (-1)^m v_{jylm}(t) + \sum_{k=1}^{kx(l)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m v_{jylkm}(t) = 0 \quad (8)$$

上下振動（Parallel hop）

$$m_{jl} \ddot{z}_{jl} - \sum_{m=1}^2 v_{jzlm}(t) + \sum_{k=1}^{kx(l)} \sum_{m=1}^2 v_{jzlm}(t) = 0 \quad (9)$$

横揺れ振動（Axle tramp）

$$I_{jxl} \ddot{\theta}_{jxl} + \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{jz2} v_{jylm}(t) + \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{jy1} v_{jzlm}(t) + \sum_{k=1}^{kx(l)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{jz3} v_{jylkm}(t) - \sum_{k=1}^{kx(l)} \sum_{m=1}^2 (-1)^m \lambda_{y2} v_{jzlm}(t) = 0 \quad (10)$$

縦揺れ振動（Windup）

$$I_{jyl} \ddot{\theta}_{jyl} + \sum_{k=1}^{kx(l)} \sum_{m=1}^2 (-1)^k \lambda_{jx(lx(j)+l)} v_{jzlm}(t) = 0 \quad (11)$$

ここで

$$v_{jylkm}(t) = k_{jylkm} \left\{ \begin{aligned} & (-1)^m y_{jl} + (-1)^m \lambda_{jz3} \theta_{jxl} \\ & - (-1)^m w_{jylkm} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$+ c_{jylkm} \left\{ (-1)^m \dot{y}_{jl} + (-1)^m \lambda_{jz3} \dot{\theta}_{jxl} - (-1)^m \dot{w}_{jylkm} \right\}$$

$$v_{jzlm}(t) = k_{jzlm} \left\{ \begin{aligned} & z_{jl} - (-1)^m \lambda_{y2} \theta_{jxl} \\ & + (-1)^k \lambda_{jx(lx(j)+l)} \theta_{jyl} - w_{jzlm} \end{aligned} \right\} + c_{jzlm} \left\{ \begin{aligned} & \dot{z}_{jl} - (-1)^m \lambda_{y2} \dot{\theta}_{jxl} \\ & + (-1)^k \lambda_{jx(lx(j)+l)} \dot{\theta}_{jyl} - \dot{w}_{jzlm} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここで、 $k = 1, 2$ は車軸における前後輪軸を表す。 $kx(l)$ は車軸の関数で、その車軸における輪軸数を表す。 $v_{jlm}(t)$ は車軸とタイヤを連結するばねの伸張によって発生する力を表す。ここで、前軸に一輪軸しかないため、 $\lambda_{jx(lx(j)+l)} = \lambda_{jx3} = 0$ となる。

w_{jylkm} および w_{jzlm} は接地点における橋梁床版の変位と路面凹凸による車輪の変位である。また水平および鉛直方向の輪重はそれぞれ次の式で計算される。

$$P_{jylkm}(t) = (-1)^m v_{jylkm}(t) \quad (14)$$

$$P_{jzlm}(t) = \frac{1}{2kx(l)} g \left\{ \left(1 - \frac{\lambda_{jxl}}{\lambda_{jx}} \right) m_j + m_{jl} \right\} \quad (15)$$

上記で、 g は重力加速度である。

上記の定式化により、各式を展開代入すると、車両振動方程式のマトリクス形が得られる。

$$M_v \ddot{w}_v + C_v \dot{w}_v + K_v w_v = f_v \quad (16)$$

ここに、 M_v , C_v , K_v および f_v はそれぞれ質量マ、減衰、剛性マトリクスおよび外力ベクトル項である。

4.2 橋梁の振動方程式

Fig. 2 に示す橋梁モデルの振動方程式は、有限要素および振動理論に基づき、次式で表される。

$$M_b \ddot{w}_b + C_b \dot{w}_b + K_b w_b = f_b \quad (17)$$

M_b , C_b および K_b は、それぞれ質量マトリクス、減衰マトリクス、および剛性マトリクスである。ここで、 C_b はレイリー減衰を用いる。

外力ベクトル f_b は、

$$f_b = \sum_{j=1}^h \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^2 \left\{ \Psi_{jylkm}(t) P_{jylkm}(t) + \Psi_{jzlm}(t) P_{jzlm}(t) \right\} \quad (18)$$

ここで、 $P_{jylkm}(t)$ と $P_{jzlm}(t)$ は水平と鉛直方向の輪重で、 $\Psi_{jlm}(t)$ は分配ベクトルである。

橋梁の変位ベクトル w_b は、固有振動モードで表すと、

$$w_b = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i = \Phi \cdot q \quad (19)$$

ここで、 q_i は一般化座標で ϕ_i は固有ベクトルで、 n は考慮される最高モード次数である。

w_b を橋梁の振動方程式に代入し、 Φ^T を式の両辺に乘以、固有ベクトルの直交性を利用すると、橋梁振動方程式は以下のように連立せず、独立な式となる。

$$M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + K_i q_i = f_i \quad (20)$$

上記車両および橋梁の振動方程式を連立させると、次の形となる。 $*$ は、車両の影響を入れる橋梁のマトリクスを表す。これを逐次数値積分を用いて振動応答を求める。

$$\begin{bmatrix} M_b^* & 0 \\ \text{Sym.} & M_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w}_b \\ \ddot{w}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b^* & C_{bv} \\ \text{Sym.} & C_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{w}_b \\ \dot{w}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_b^* & K_{bv} \\ \text{Sym.} & K_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_b \\ q_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_b \\ F_v \end{Bmatrix} \quad (21)$$

5. あとがき

曲線少数主桁橋と走行車両との連成振動解析手法の構築を目指し、本報告では、まず一般的な構造諸元を有する曲線2主桁橋をモデル化し、その固有振動解析を行い、この種の橋梁のねじれ剛性が低い現象を確認した。

さらに12自由度のダンブトラックモデルを構築し、橋梁との連成振動の定式化を行った。今後、橋梁と車両との連成振動解析プログラムを作成し、曲線少数主桁橋の走行荷重下の振動特性を検討していく予定である。

参考文献

- (社)日本橋梁建設協会：新しい鋼橋の誕生，資料編，1998.
- (社)土木学会：鋼橋の新たな技術展開，土木学会誌，Vol.84, Apr, pp.4-15, 1999.
- 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V耐震設計編，2002.3.
- 建設省土木研究所 地震防災部耐震研究室：橋梁の地震応答に及ぼす活荷重の影響に関する研究(その1)，土木研究所資料 第3316号，1994.12.
- 建設省土木研究所 地震防災部耐震研究室：橋梁の地震応答に及ぼす活荷重の影響に関する研究(その2)，土木研究所資料 第3355号，1999.7.