

# ハイアラーキ要素によるPC床版の曲げ解析

Bending analysis of prestressed concrete slabs by hierarchical elements

函館工業高等専門学校  
函館工業高等専門学校  
長岡技術科学大学名誉教授

正員 渡辺 力 (Chikara WATANABE)  
学生会員 奥山雄介 (Yuusuke OKUYAMA)  
正員 林 正 (Masa HAYASHI)

## 1. まえがき

コンクリート床版を有する鋼・コンクリート複合橋梁構造物の全体解析において、鉄筋の等価剛性を正確に評価することを目的にハイアラーキ RC要素を検討し<sup>1)</sup>、この要素をプレストレストコンクリート構造(PC構造)に拡張するためにハイアラーキ RC・PC要素の開発を進めている<sup>2)</sup>。この要素では、ソリッド要素内にケーブル要素を埋め込むことによって、要素を分割することなく任意の位置に多数の鉄筋やPC鋼材を配置できるので、コンクリート床版の鉄筋とPC鋼材の影響を考慮した効率的な全体解析が可能となる。

本報告では、ハイアラーキ RC・PC要素をPC床版の曲げ解析に用いて、アンカープレートなどのモデル化の影響、PC鋼材のモデル化の影響、直線、曲線、折曲げ形状などPC鋼材の配置形状による影響について検証した結果を報告する。

## 2. ハイアラーキ RC・PC要素

ハイアラーキ RC・PC要素は図-1(b)のようにソリッド要素内に鉄筋やPC鋼材などのケーブル要素を埋め込んだ要素である。すなわち、定式化においてケーブル要素の変位関数をソリッド要素の変位関数で表しており、コンクリートと鋼材の付着に関しては、変位関数にすべり係数を与えることで制御できる。また、コンクリートを線形弾性体と仮定し、クリープなどの影響は無視している。

鉄筋やPC鋼材などのケーブル要素は、ハイアラーキ写像の手法を用いることにより曲線形状にも配置できる。また、PC鋼材におけるプレストレスは初期応力として定式化しており、プレストレス力 $P_S$ は両端

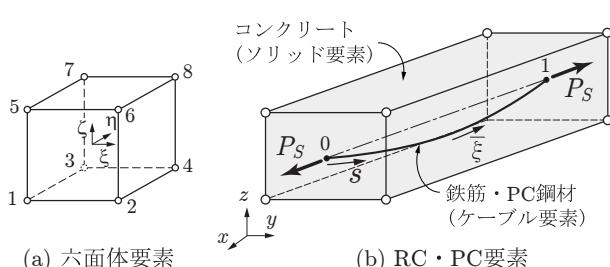


図-1 ハイアラーキ RC・PC要素

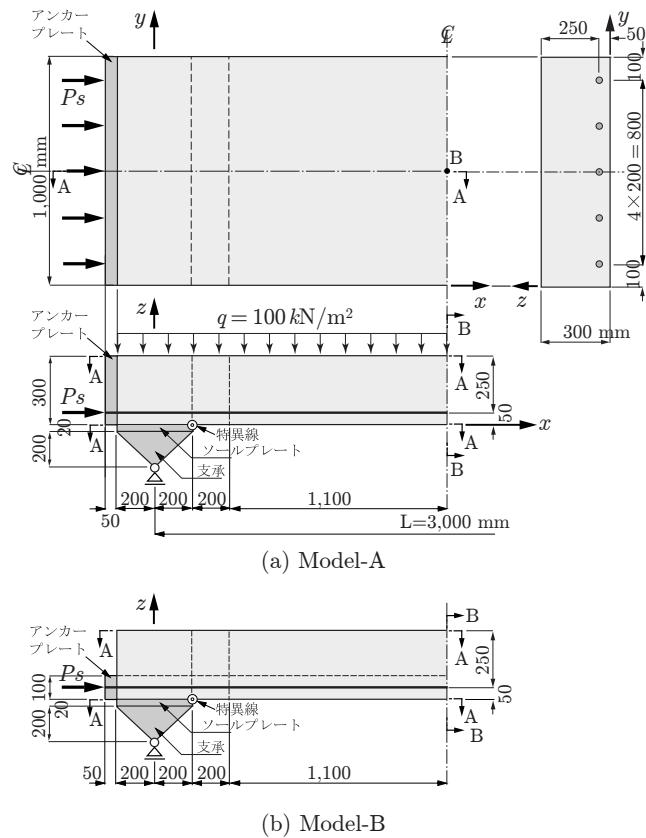


図-2 PCスラブ

0,1を結ぶ弦方向に作用する自己平衡力となる<sup>2)</sup>。

## 3. 計算モデルの検討

### (1) 計算モデル

計算モデルは、図-2に示す支間3m、幅1m、厚さ0.3mの単純支持されたPCスラブである。荷重はスラブ上面に $q=100\text{ kN/m}^2$ の等分布荷重を満載する。直径20mmのPC鋼材を有効高さ250mmとして200mm間隔に直線配置し、1本あたり150kNのプレストレス力を与える。また、コンクリートのヤング係数 $E_C$ 、ポアソン比 $\nu_C$ および鋼材の $E_S$ 、 $\nu_S$ には次の値を用いる。

$$E_C = 3.0 \times 10^4 \text{ N/mm}^2, \quad \nu_C = 0.167$$

$$E_S = 2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2, \quad \nu_S = 0.30$$

計算では、構造の対称性を考慮してスラブの1/2領域を計算する。支点付近の応力集中を緩和するためにソールプレートとローラー支承をモデル化し、境界条

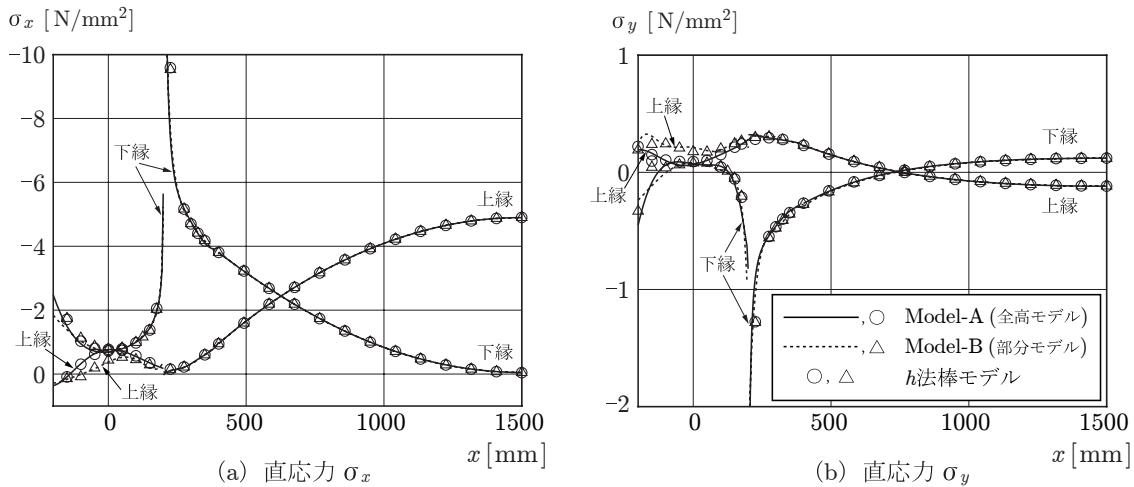


図-3 アンカープレートの影響

件は支承下端の鉛直変位を線支持としている。また、プレストレス力の影響により、ソールプレートとスラブの結合部に大きな応力集中が発生するために、ソールプレート端部に特異線<sup>3)</sup>を配置する。

## (2) アンカープレートのモデル化の影響

プレストレス力を与えると端部に応力集中が発生する。これらがスラブに与える影響を緩和するために幅方向( $y$ 軸方向)に一様な厚さ50mmのアンカープレートを設けるが、図-2(a)のように桁高全体に設けた場合(Model-A)と、図-2(b)のように高さ100mmとして部分的に設けた場合(Model-B)を検討する。

図-3は、Model-AとModel-Bの応力分布を比較したもので、A-A線上( $y=500\text{mm}$ )におけるスラブの上・下縁の直応力 $\sigma_x$ と $\sigma_y$ を示したものである。比較のために、汎用構造解析システムADINA<sup>4)</sup>を用いて20節点ソリッド要素により $51 \times 40 \times 12$ ( $x, y, z$ 軸方向)に細分割し、節点間にトラス要素を配置した $h$ 法による解(棒モデル)を、印で示している。

支点付近において上縁でわずかにモデル化の影響はあるものの、Model-AとModel-Bの応力は全体的に良く一致している。他の応力成分でもアンカープレートのモデル化の影響は少ないとから、以後の計算ではアンカープレートを桁高全体に設けたModel-Aを用いる。

## 4. PC鋼材のモデル化の影響

図-2(a)に示す計算モデルにおいて、RC・PC要素モデルでは幅方向( $y$ 軸方向)と厚さ方向( $z$ 軸方向)に分割せずに、長手方法( $x$ 軸方向)には図の破線位置で分割して、スラブを3要素(内、2要素は特異要素)でモデル化する。また、各要素における変位関数の次数には、 $x$ 軸方向( $M$ )に6次式、 $y$ 軸方向( $N$ )と $z$ 軸方

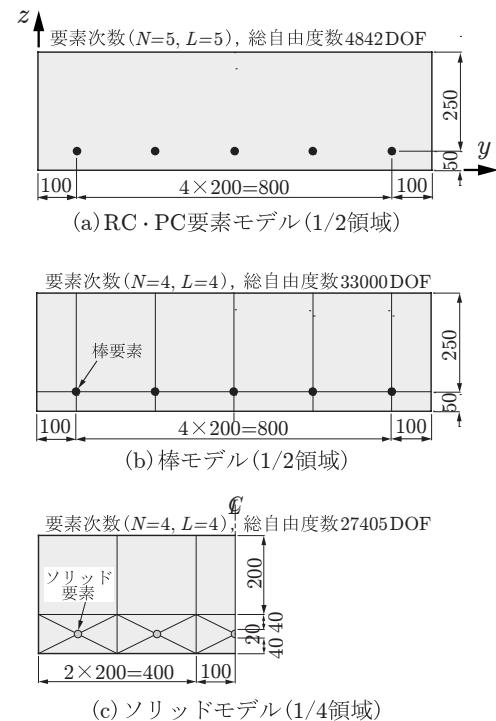


図-4 PC鋼材のモデル化

向( $L$ )には5次式を用いる(図-4(a)参照)。なお、ソールプレートとアンカープレートは6面体ソリッド要素で、支承は5面体ソリッド要素によりモデル化し、これより総自由度数は4842DOFとなる。

PC鋼材をソリッド要素内に埋め込んだRC・PC要素モデルの精度を検証するために、比較解として図-4(b)に示すようにPC鋼材配置位置で分割して棒(トラス)要素を配置した棒モデル、図-4(c)に示すようにPC鋼材をソリッド要素でモデル化したソリッドモデルも計算する。さらに、棒モデル、ソリッドモデルの検証のために汎用構造解析システムADINA<sup>4)</sup>を用いて20節点ソリッド要素により細分割した $h$ 法による解も計算している。なお、RC・PC要素モデルと棒モデルでは、ソリッドモデルと伸び剛性を一致させるために、PC鋼

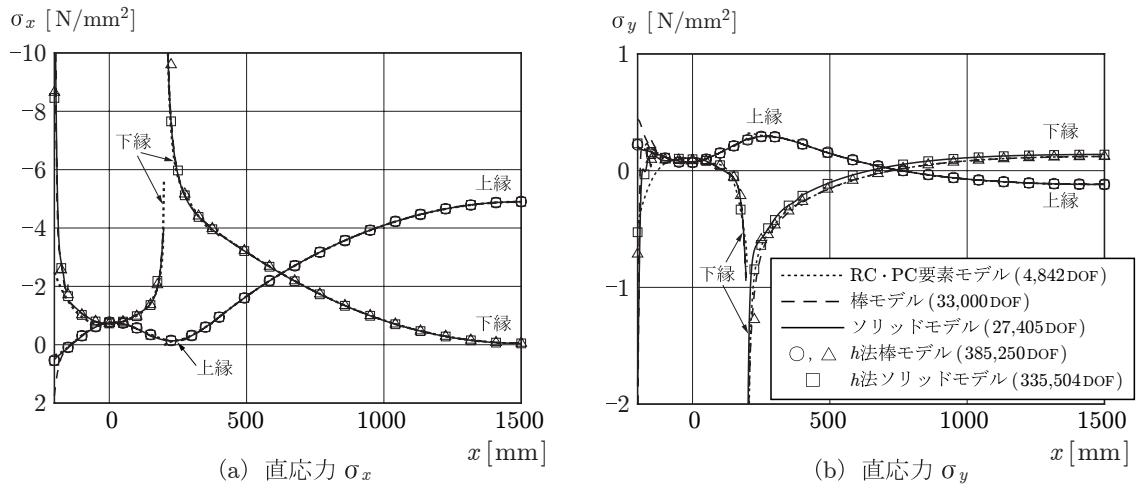


図-5 A-A 線上の応力

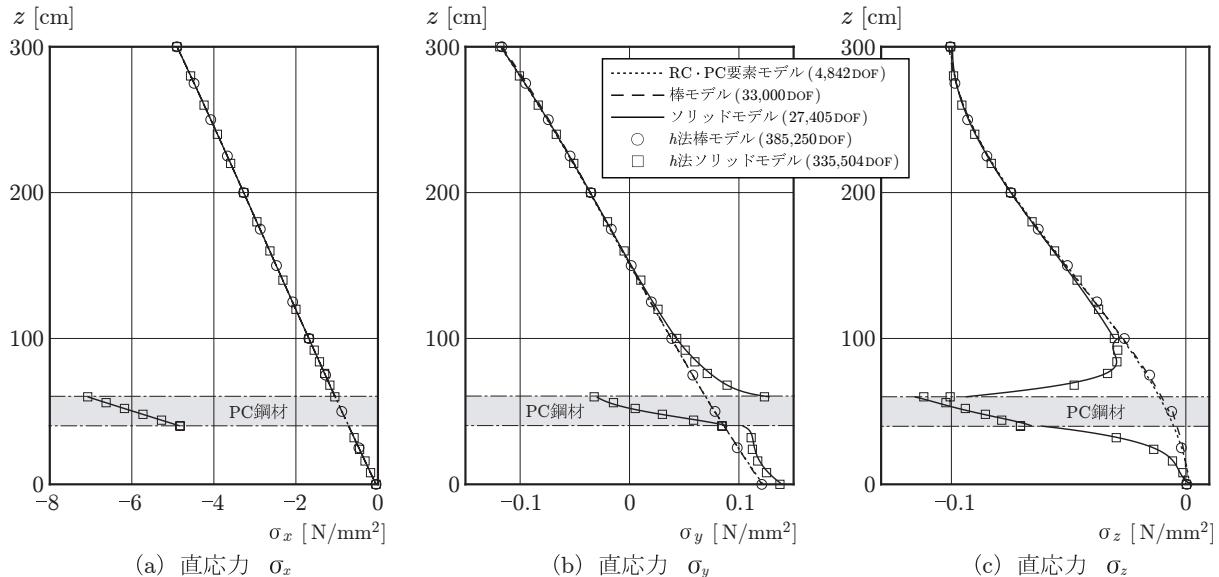


図-6 B-B 線上の応力

材には換算ヤング係数を用いている。

図-5は、A-A線上 ( $y=500\text{mm}$ )におけるスラブの上・下縁の直応力  $\sigma_x$  と  $\sigma_y$  を示したものである。RC・PC要素モデルによる計算値は、要素分割を行って節点間に棒要素を配置した棒モデルやPC鋼材をソリッド要素でモデル化したソリッドモデルの計算値と良く一致しており、ソリッド要素内にケーブル要素を埋め込んだRC・PC要素モデルでも十分な解析精度が得られている。

図-6は、支間中央B-B線上 ( $x=1500, y=500\text{mm}$ )における直応力  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  の厚さ方向 ( $z$ 軸方向)の分布を示したものである。図より、 $\sigma_x$  ではどのモデルも良く一致した値が得られているが、ソリッドモデルの  $\sigma_y$  と  $\sigma_z$  では異種材料の結合による特異性からPC鋼材の周辺で応力集中を起こしていることが分かる。PC鋼材をトラス・ケーブル要素でモデル化したRC・PC要素モデルや棒モデルではこの応力は計算できないが、

RC・PC要素モデルの自由度数は棒モデルに対して約1/6.8となっており、効率良くPC鋼材とプレストレス力の影響を考慮した全体解析が可能となる。

## 5. PC鋼材の配置形状の影響

次に、PC鋼材の配置形状の影響を調べる。図-4(a)のRC・PC要素モデルにおいて、PC鋼材を図-7に示す直線配置、曲線配置、折曲配置の3ケースに配置する。なお、図-7(b)の曲線配置では、支点上 ( $x=0$ )で有効高さ150mm、支間中央で有効高さが250mmとなるように2次曲線で配置している。いずれの配置ケースにおいても、スラブを3要素でモデル化し、直径20mmのPC鋼材5本を支間中央で有効高さが250mmとなるように配置して、1本あたり150kNのプレストレス力を与えている。比較解には、汎用構造解析システムADINA<sup>4)</sup>を用いて20節点ソリッド要素により51×40×12( $x, y, z$ 軸方向)に細分割し、節点間にトラス要素を配置した  $h$

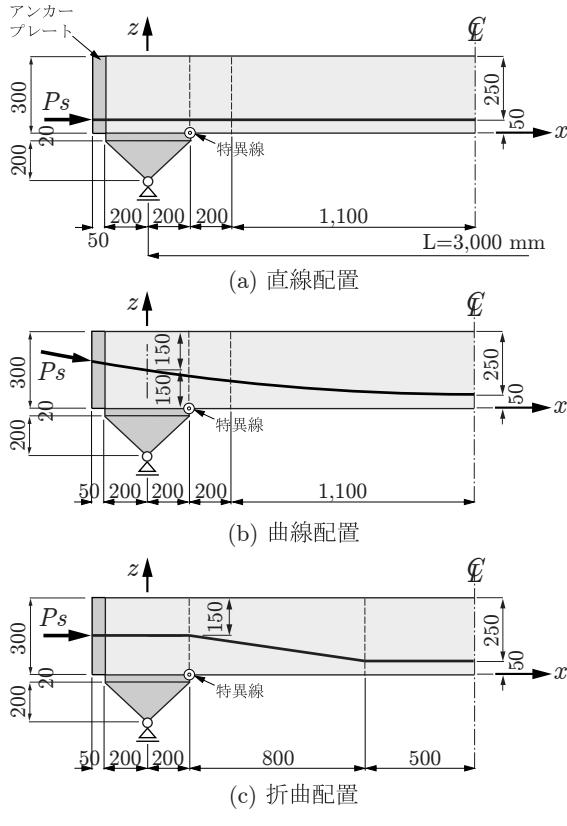


図-7 PC 鋼材の配置形状

法による解(棒モデル)を用いる。

図-8は、A-A線上( $y=500\text{mm}$ )におけるスラブ下縁のたわみ $w$ 、スラブ上縁と下縁の直応力 $\sigma_x$ を示したものである。比較のため、PC鋼材とプレストレス力を省略した無補剛要素の値(実線、印)も示してある。どの配置形状においてもハイアラーキRC・PC要素モデルの計算値は、細分割した $h$ 法棒モデルの計算値と良く一致している。

本計算例では、支間中央において分布荷重 $q$ による引張応力を打ち消すようにプレストレス力を与えているが、下縁の直応力 $\sigma_x$ は支間中央においてどの配置形状でもほぼゼロなっている(図-8(c))。

## 6. まとめ

ハイアラーキRC・PC要素をPC床版の曲げ解析に用いた数値計算結果から以下のようなことが言える。

- 1) ハイアラーキRC・PC要素により、PC床版の等価剛性を十分に評価できる。
- 2) PC鋼材が曲線形状や折曲形状に配置された場合でも要素を細分割することなく、十分な解析精度が得られる。

以上の検討から、ハイアラーキRC・PC要素ではPC床版の等価剛性を十分に評価できることが分かった。今後、2主桁橋など鋼・コンクリート複合橋梁構造物のPC床版のモデル化に用いて、本要素の効率性

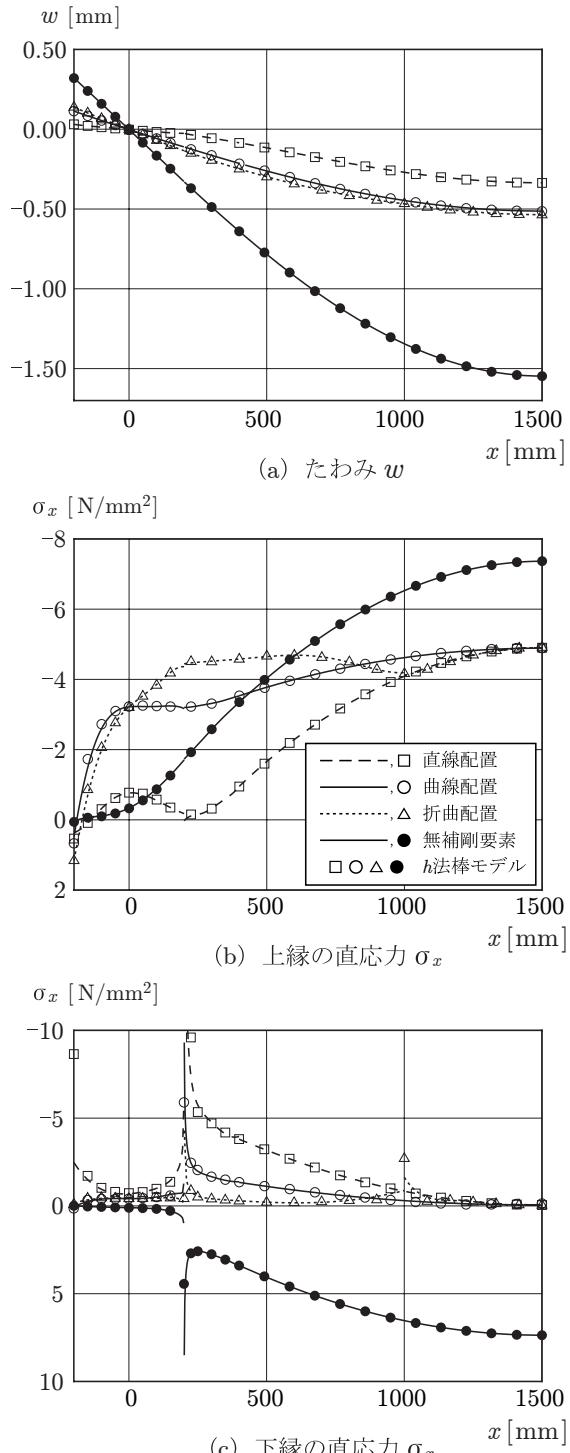


図-8 A-A線上の変位と応力

と実用性を検証する予定である。

## 参考文献

- 1) 東 崇広, 渡辺 力, 林 正: 鉄筋コンクリート構造のハイアラーキRC要素モデル, 土木学会北海道支部論文報告集(CD-ROM), 第61号, I-41, 2005.
- 2) 渡辺 力, 林 正, 斎藤道生: PC構造へのハイアラーキRC要素の適用に関する基礎的検討, 土木学会第61回年次学術講演会講演概要集(CD-ROM), pp.825-826, 2006.
- 3) 林 正, 渡辺 力, 斎藤道生: 応力集中問題に対する特異写像関数, 土木学会論文集, No.738/I-64, pp.113-123, 2003.
- 4) ADINA Theory and Modeling Guide: ADINA R & D Inc., 2003.