DEM (個別要素法)を用いた流砂量に関する研究

A study on calculation of sediment-transport-rate using DEM

北海道大学工学部土木工学科 学生会員 今翔平 (Shohei Kon)

北海道大学教授 工学研究科北方圈環境政策工学専攻 正会員 清水康行 (Yasuyuki Shimizu)

1.まえがき

流砂量を計算力学的に算定する場合,一般に土砂濃度が薄 ければ粒子間相互作用を無視しても十分な精度の計算は可能 である.しかしながら,土砂濃度が濃くなると粒子間相互作 用を無視できなくなり,粒子の個別運動過程を考える必要が ある.掃流砂粒子の個別運動過程は,粒子の運動方程式に基 づいて saltation 等の運動過程の解析が行われてきたが,多粒 子群を対象に粒子間衝突を直接考慮できる個別要素法

(Distinct Element Method, DEM)¹⁾による流砂の運動解析は, 後藤ら²⁾³⁾によって初めてなされている.また,大嶋ら⁴⁾は DEMを用いて,均一粒径における流砂量の算定を行い,理論 値とほぼ一致する結果を示し,粒子間衝突を考慮した流砂量 を求めるツールの可能性を示している.しかしながら,粒子 形状抵抗が流速場に与える影響や,混合粒径における粒子間 衝突などは考慮されておらず,完全に実現象を再現するには 至ってない.本研究では,DEMを用いて,河床に混合粒径の 砂粒子が高濃度に堆積している状況で,一定流速の粗面対数 流速分布を与え,砂粒子の動きの計算およびその可視化を行 った.さらに,求めた計算値と既存の流砂量公式と比較し, 計算の有効性を検証した.

2. 粒子間衝突のモデルの概要

2.1 モデルの設定

粒子は球であり,粒子間の重なりを一定の範囲で計算上許容するが,個々の粒子は剛体的に挙動し他の粒子と重なっても変形しないと仮定する.また,接触中の粒子間には重なりと粒径の大きさに応じて,弾性スプリング(ばね定数 k_{ni} , k_{nj} , k_{si} , k_{sj})による反発力と粘性ダッシュポット(粘性定数ni,nj,si,sj)による摩擦力が働くようにする.粒子iとjが接触した時に,粒子jが受ける接触面における法線方向の力 f_{s} は,次式で与えられる.

$$\begin{cases} f_n(t) = e_n(t - \Delta t) + d_n(t) \\ f_s(t) = e_s(t - \Delta t) + d_s(t) \end{cases}$$
(1)

$$e_{n}(t) = (t - \Delta t) + k_{ni} \cdot r(j)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{n}$$

$$+ k_{nj} \cdot r(i)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{n}$$

$$e_{s}(t) = (t - \Delta t) + k_{si} \cdot r(j)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{s}$$

$$+ k_{sj} \cdot r(i)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{n}$$

$$d_{n}(t) = \eta_{ni} \cdot r(j)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{n}$$

$$+ \eta_{nj} \cdot r(i)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{n}$$

$$d_{s}(t) = \eta_{si} \cdot r(j)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{s}$$

$$+ \eta_{sj} \cdot r(i)/(r(i) + r(j)) \cdot \Delta \xi_{s}$$

$$(2)$$

ここで, e_n, e_s:法線・接線方向のばねによる抗力, d_n, d_s:法 線・接線方向のダッシュポットによる抗力, n, s;時 間 t間の法線・接線方向変位,r:粒子i・jの半径.また,非 粘性着生材料を対象にすることから,法線方向には引っ張り に抵抗しないジョイントを,接線方向には一定の限界を超え る力が作用すると活動するジョイントをそれぞれ次式で配置 した.

$$f_{n}(t) = f_{s}(t) = 0 \quad \text{when} \quad e_{n}(t) < 0 \quad (3)$$
$$f_{s}(t) = \mu \cdot SIGN(e_{n}, e_{s})$$
$$\text{when} \quad |e_{s}(t)| > \mu \cdot e_{n}(t) \quad (4)$$

ここで,μ:接触面における静止摩擦係数(μ=0.577),SIGN(a,b)は|a|にbの符号をつけることを意味する.

2.2モデル定数の設定(後藤ら⁵⁾)

計算の実施に際し,計算時間間隔をはじめに設定すると, 計算の所要時間の推定が容易である.よって,計算時間間隔 (t)を与え,質点mの上下にばね(ばね定数 k_n)を配し た1自由度振動系の固有周期Tを基準に, tと k_nを関係付 ける.

$$\Delta t = T / 20 : T = 2\pi \sqrt{m/k_n} \tag{5}$$

吉田.桝谷.今井⁶⁾は,この時間ステップの取り方を最適値として与えている.与えた tと(5)式からk_nを求め,縦弾性係数とせん断弾性係数の関係を使い,k_sを算定する.

$$k_s = \frac{k_n}{2(1+\nu)} \tag{6}$$

ここで, :ポアソン比(=0.3)

また,ダッシュポットは粒子間の接触・衝突に起因するエネ ルギーの減衰を表現しているので,1次元減衰振動系の臨界 減衰の条件を用いると,粘性定数は次式で与えられる. $\eta_n = \alpha_{cn} \cdot 2\sqrt{m \cdot k_n}$: $\eta_s = \eta_n / \sqrt{2(1+\nu)}$ (7)

ここで, _{cn}:粒子間異常反発抑止係数.後藤.原田.酒井 ⁵⁾は _{cn}=1.3を最適値として与えている.

2.3水流中の粒子の運動

鉛直二次元場における水流中の粒子の運動方程式は,次式 で与えられる.

: 並進運動

$$\rho\left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{M}\right)A_{3}d^{3}\frac{du_{pi}}{dt} =$$

$$\sum_{j}\left\{-f_{n}\cos\alpha_{ij} + f_{s}\sin\alpha_{ij}\right\}_{j}$$

$$+\frac{1}{2}\rho C_{D}A_{2}d^{2}\sqrt{(u-u_{pi})^{2} + (v-v_{pi})^{2}}(u-u_{pi})$$

$$+\rho(1+C_{M})A_{2}d^{3}\frac{du}{dt} + \rho\left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right)A_{3}d^{3}g\sin\theta \quad (8)$$

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_{M}\right) A_{3} d^{3} \frac{dv_{pi}}{dt} = \sum_{j} \left\{ -f_{n} \sin \alpha_{ij} - f_{s} \cos \alpha_{ij} \right\}_{j} + \frac{1}{2} \rho C_{D} A_{2} d^{2} \sqrt{(u - u_{pi})^{2} + (v - v_{pi})^{2}} (v - v_{pi}) + \rho (1 + C_{M}) A_{3} d^{3} \frac{dv}{dt} + \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1\right) A_{3} d^{3} g \cos \theta \quad (9)$$

: 回転運動

$$I\frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2}\sum_{j} \left\{ f_s \right\}_{j}$$
(10)

並進運動方程式は右辺第一項から,着目粒子iに接触するす べての粒子jからの作用力の総和 粒子に作用する流体抗力, 周囲流体の加速により粒子に作用する力,重力と浮力をあら わしており,回転運動方程式の右辺は,粒子iに接触するす べての粒子jからの作用力によるトルクをあらわしている. ここで, :水の密度, :粒子の密度, C_M:付加質量係数(C_M
 =0.5), A₂, A₃:粒子の2次元, 3次元形状係数(A₂= /4, A₂= /6), d:粒径, u_{pi}, v_{pi}:砂粒子iのx, y方向の移動速度(x, y):

主流方向の座標軸とそれに直交する座標軸), _{ij}:粒子 ij の接 触角,g:重力加速度, _{pi}:粒子 i の加速度,C_D:抗力係数,u, v:水流の流下,鉛直速度である.

また抗力係数 C_D は,次式で与えられる.

$$C_D = 0.4 + \frac{24}{R_e}$$
 when $R_e < 1 \text{ or } R_e > 1000$ (11)

$$C_D = \frac{24}{R_e} \left(1 + 0.15 R_e^{0.687} \right) \quad when 1 < R_e < 1000 \quad (12)$$

(Schiller, Naumann(1933)より)

流速分布は等流で粗面対数則で与える.

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(30.1 \frac{y + 0.25d}{d} \right)$$
(13)

ただし, u*:摩擦速度, :カルマン定数(=0.4)である.基準 面河床高(y=0)は,河床から最大粒径の3.5倍の高さをとった.

3.2シミュレーションの条件

計算範囲を上下左右各 0.5m として 左右を周期境界条件と する.また,各パラメータを,重力加速度 g=9.8m/s²,水深 h=50cm,河床勾配 I=0.002,計算時間間隔 t=0.0001s,比重 / =2.65,粒径 d=0.01 および 0.015m の 2 粒径として計算す る.

3.3初期配列

粒子の初期配列を決めるのに際し、粒子は計算範囲上部から, 他の粒子と重ならないように並べて配し,粒径はランダムに 定めた.また,上下左右を弾性係数1の壁とした.その条件 の元に,流れのない水中で一様な重力場でパッキングした. その様子を図-1に示す.

3.4シミュレーション

パッキングが終わった状態で,流速を式(13)で与え,流 砂シミュレーションを開始した.ここで,底面摩擦を実現象 に近づけるため,最下層の粒子を固定した.その様子を図-2 に示す.



4.流砂量

4.1 流砂量の理論値

平均粒径の限界摩擦速度を岩垣の公式

 $u_{*ci} = 80.9d_m$ when $d_m > 0.00303m$ (14) で与える .(u_{*ci} :限界摩擦速度, d_m :平均粒径(0.0108m)) 掃流 砂量は芦田・道上の式より与える.

$$q_B = \sum i_B q_B \tag{15}$$

$$i_{B}q_{B} = 17i_{b}d_{i}u_{*e}\tau_{*ei}\left(1 - \frac{u_{*ci}}{u_{*}}\right)\left[1 - \left(\frac{u_{*ci}}{u_{*}}\right)^{2}\right] \quad (16)$$

ここで,q_B:掃流砂量,i_Bq_B:粒径別掃流砂量,d_i:与える粒径, i_b:与えられた粒径の粒子が河床に占める割合.また各粒子の u_{*e}, _{*ei},u_{*ci}を次式で定義する.

$$u_{*_e} = \sqrt{ghI} \tag{17}$$

$$\tau_{*_{ei}} = \frac{(u_{*_e})^2}{sgd_i}$$
(18)

$$u_{*ci} = \sqrt{\tau_{*ci} sgd_i} \tag{19}$$

 u_{*e} :有効摩擦速度, $*_{ei}$:有効せん断力, s:粒子の水中比重である. さらに,粒径別限界掃流力を, egizaroffの提案 $^{7)}$ から与える.

$$\tau_{*ci} = \tau_{*cm} \left(\ln(19) / \ln(19(d_i / d_m)) \right) \quad (20)$$

4.2シミュレーションによる流砂量

t 秒ごとに x=0.25m の線を越えた粒子をもとめ,1 秒間隔で,もとめられた粒子の体積を合計する. 奥行きを平均粒径



図-3 理論値と計算値の流砂量の比較

と考え,体積の合計を平均粒径で除し流砂量とする.

$$q_B = \left(\sum_j \frac{\pi}{6} (d_j)^3 \right) / d_m \tag{21}$$

ここで, j:1 秒間に線を越えた粒子の数, d_i:線を越えた各粒子の粒径である.

4,3計算値と理論値の比較

計算値と理論値の流砂量を図-3に示す.

計算値と理論値がほぼ一致する点は,1秒後の点でしかあら われない.その後は,理論値より高い値に収束している.こ れは,シミュレーション中で,流速場を等流としていること と,粒子が流体に与える影響を考えていないためになってい るのではないかと考えられる.すなわち,現実においては, 乱流流れや,粒子形状抵抗により,流れのエネルギーが失わ れていると思われる.また,平均河床高の設定により計算値 は推移してしまうため,実現象に近い流速場にするための設 定の方法を考えなければならない.

5. あとがき

本研究では,DEM を用いて,一定流速の粗面対数流速分 布を与えた状態における混合粒径砂粒子の動きの計算・可視 化を行った.さらに,計算によって求めた流砂量と既存の流 砂量公式との比較を行った.これにより,混合粒径の粒子間 衝突における各パラメータ設定の手法を示し,河床付近の粒 子の動きが視的に解析できた.また,計算値と既存の流砂量 公式との間に,ある程度の整合性が確認できた.ただし,問 題点としては,本研究のシミュレーションの条件では掃流砂 ばかりになってしまい浮遊砂がまったく確認できなかったこ とや,粒子濃度が濃い場所においても等流流れで計算してし まい,粒子形状抵抗が流速場に与える影響を考えていないこ と,シミュレーションの粒径が大きすぎること,粒子層厚が 薄いことなどがあげられる.浮遊砂が発生しない理由として は,流速場に乱れが無いこと,粒子間衝突のパラメータに課 題があることなどが考えられる.今後の課題として,粒径を 小さくし,さらに粒子数を増やし,計算に乱流モデルや粒子 形状抵抗が流速場に与える影響を取り入れ,より現実に近い 河床の粒子の動きを再現していく必要がある.

参考文献

- Cundal,P,A(1979) : A discrete numerical model for granular assemblies,Geotechnique,Vol.29,No1,pp.47-65.
- 2) 後藤仁志,酒井哲郎:表層せん断を受ける砂層の動的挙 動の数値解析,土木学会論文集,No521/ -32pp.101-112, 1995.
- 3) 後藤仁志,酒井哲郎:河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析,水工学論文集,第41
 巻 pp.819-824,1997.
- 4) 大嶋一範,清水康行: DEM を用いた流砂量の計算,土
 木学会北海道支部論文集第62号, -15,2006.
- 5) 後藤仁志,原田英治,酒井哲郎:個別要素法に基づく移 動床シミュレーターのモデル定数の最適化,土木学会論 文集,No.691/ -57,159-164,2001,11.
- 6) 吉田博,桝谷浩,今井和昭:個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析,土木学会論文集, No.392/I-9, pp.297-306,1988
- 7) 土木学会:水理公式集平成11年度版第2編pp.158-159, 1999.