Ｂ－３１　　平成18年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第63号

混合粒径拡幅水路における粒度変化と河床変動に関する解析

An analysis of grain size distribution and riverbed evolution with bank erosion in channels made of mixed sand

北海道大学大学院工学研究科　○学生員　高橋　圭吾　(Keigo Takahashi)
財団法人河川環境管理財団　フェロー　長谷川和義　(Kazuyoshi Hasegawa)
独立行政法人土木研究所　正会員　中西　哲　(Satoru Nakanishi)
北海道大学工学部土木工学科　学生員　阿部　祐太　(Yuta Abe)

1. はじめに

河川の人為的インパクトに対するレスポンスを算定することは，治水や利水，優良な河川環境の保全に関して重要な課題である．著者ら[1)]は問題へのアプローチの手立てとして，側岸浸食を考慮した 1 次元解析を行い，変貌パラメータの選定を行った．しかし，実際の河川は様々な物理要素が絡み合う結果として現在の様相を呈していることから，他の物理要素にも着目する必要がある．そこで本論では，河床材料の粒度分布に着目した．

粒度分布については古くから数多くの研究が行われている．清水[2)]は詳細にモデル化された 1 次元の河床変動計算を実河川に適用し，河床縦断形及び河床材料の縦断分布の形成プロセスを明らかにした．また，藤田ら[3)]は海水面が上昇するモデルを実験，数値計算に適用することにより沖積河川の形成過程を再現した．

このように有効な手段は多々提案されているが，本論では前述の変貌状況を明らかにしたい．そこで粒度分布の変化と河床縦断形状との相互作用の解明に主眼を置く．方法としては，河床縦断形状と粒度分布の時間変化を理論的に定式化し，式中のパラメータが縦断形状にどのように作用するかを明らかにすることが有効であると考える．

2. 理論展開

河道の拡幅を考慮した 1 次元の河床縦断形時間変化は著者らによって理論展開されている．今回も同様に，1 次元の河床縦断形と粒度分布の時間変化を理論的に導く．**図－1，2** にそれぞれ縦断形及び横断形の定義を示す．ここで，i_0 は初期河床勾配，z_B は河床高，ζ は初期河床からの変動値，h は水深，H_m は側岸天端高，B は水際までの川幅を表し，ζ の水際までの横断平均を $\overline{\zeta}$ とした．

2.1　基礎式の誘導

理論解析は 2 次元の流砂連続式から出発するが，浮遊砂は考慮していない．一般的に粒度分布を考慮した流砂連続式は，平野[4)]によって提唱された交換層の概念が採用される．その場合，浸食と堆積で土粒子の存在確率の取り扱いが異なる．本論では長期的な粒度分布及び河床変動が対象であるため，浸食と堆積の双方の場合について交換層中の粒度分布を採用することが可能であると判断した．よって，粒度分布の連続式は以下の式を用いる．

$$\frac{\partial p_i}{\partial t} = -\frac{p_i}{a}\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{1}{a(1-\lambda)}\left(\frac{\partial q_{Bxi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{Byi}}{\partial y}\right) \tag{1}$$

ここで，p_i は任意の土粒子の存在確立，a は交換層厚，q_{Bxi}，q_{Byi} はそれぞれ流下方向及び横断方向の粒径別流砂量である．

確率密度関数 f を用いて p_i を表すと，q_{Bxi} 及び q_{Byi} の関係式は以下のようになる．

$$\begin{aligned} p_i &= f(d)\delta d \\ q_{Bxi} &= \Phi_{Bx} p_i = \Phi_{Bx} f(d)\delta d \\ q_{Byi} &= \Phi_{By} p_i = \Phi_{By} f(d)\delta d \end{aligned} \tag{2}$$

ここで，Φ_{Bx}，Φ_{By} はそれぞれ流下方向及び横断方向の全流砂量である．

式(2)を式(1)に代入することにより，式(3)が導かれる．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{f}{a}\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{a(1-\lambda)}\left(\frac{\partial \Phi_{Bx} f}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_{By} f}{\partial y}\right) = 0 \tag{3}$$

これが基礎式であり，横断方向に積分することにより，1 次元の方程式が導かれる．その際の水際の横断方向流砂量の取り扱いについては前報に詳しい．上式を簡略化するために，以下の仮定を行った．

- 側岸の空隙率は河床におけるそれと等しい．
- 側岸の粒度分布は水際におけるそれと等しい．
- 川幅は縦断方向に変化しない．

さらに横断方向流砂量 Φ_{By} に長谷川の式[5)]を用いる．ただし，インデックス H は側岸における物理量を表す．

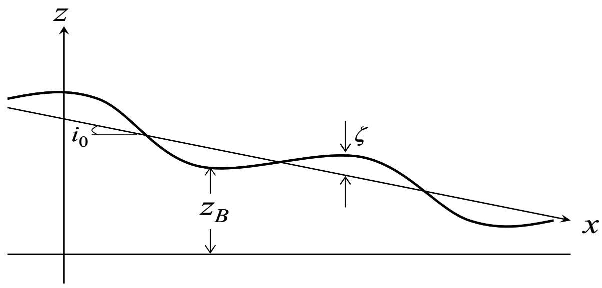
$$\begin{gathered} \lambda \approx \lambda_H,\quad f(B) \approx f_H,\quad \frac{\partial B}{\partial x} \approx 0 \\ \Phi_{By} = -\tan\beta_k \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}}\,\Phi_{Bx} \end{gathered} \tag{4}$$

以上より，粒度分布変動の基礎式は以下の通りである．

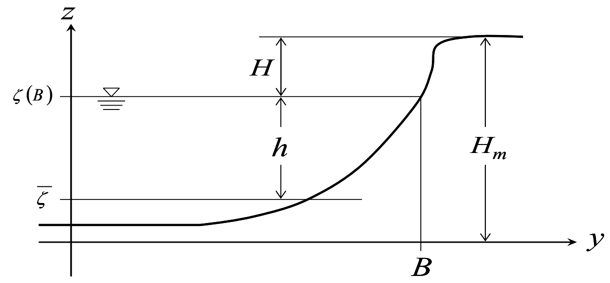
$$\begin{aligned} &\frac{\partial \overline{f}}{\partial t} + \frac{1}{a(1-\lambda)}\left\{\frac{\partial\left(\overline{\Phi_{Bx} f}\right)}{\partial x} - \overline{f}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\overline{d_{\max}}} \overline{\Phi_{Bx} f}\,dd\right\} \\ &+ \frac{1}{a(1-\lambda)B}\frac{a+H}{h+H}\tan\beta_k \int_0^{\overline{d_{\max}}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}}\,\overline{\Phi_{Bx} f}\,dd\left(\overline{f} - f_H\right) = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

また，式(3)を粒径に関して積分し，f を消去することで以下のような河床変動の基礎式が導かれる．

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \overline{\zeta}}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda}\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\overline{d_{\max}}} \overline{\Phi_{Bx} f}\,dd \\ &- \frac{1}{1-\lambda}\frac{\tan\beta_k}{B}\int_0^{\overline{d_{\max}}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}}\,\overline{\Phi_{Bx} f}\,dd = 0 \end{aligned} \tag{6}$$



図－1　縦断形の定義



図－2　横断形の定義

ここで，各パラメータの上部に付けられたバーは各量の断面平均を表す．以降，簡略化のためバーを取り外した状態で表記する．また，μ_s，μ_k はそれぞれ砂粒の静止および動摩擦係数，τ_{*c} は無次元限界掃流力，τ_*は無次元掃流力，$\tan\beta_k$ は側岸の横断方向勾配である．$d_{\max}$ は最大粒径を表し，今回の理論解析では時間的，空間的に定数として扱った．

粒度分布及び河床変動の基礎式中の左辺第三項は共に，側岸浸食からの流入土砂による影響を表している．

2.2 各パラメータについて

式(5)，(6)の通り，1 次元の粒度分布変動式及び河床変動式が導かれたが，問題となるのは，積分中に含まれる粒径 d の関数である流下方向流砂量 Φ_{Bx}及び確率密度関数 f を如何に簡易的に表現するかである．本論では Φ_{Bx} には Meyer-Peter and Müller 式を採用した．この式では，τ_*と τ_{*c} が d の関数として表される．τ_*は摩擦速度 u_* を用いた定義式で表す．τ_{*c} を表現する式は多々あるが，本論では平均粒径 d_m の関数となる以下の式を採用した．

$$\tau_{*c}(d)=\tau_{*c}(d_m)\left(\frac{d}{d_m}\right)^{-N} \tag{7}$$

ここで，N は無次元限界掃流力を規定する定数である．Bridge and Bennett[6]は過去の無次元掃流力に関する実験をまとめ，N の値を 0.5～1.0 程度の値としている．Parker[7]らによると N の値を 1.0 よりやや低い値としており，本論ではもっとも簡略的な表現を想定し，N=1.0 として扱った．

次に粒度分布であるが，一般的に河川における粒度分布は対数正規分布として表される．しかし，対数正規分布は式が複雑で 1 次元解析として解を求めることが難しくなる．そこで比較的容易に表現することができる Talbot 型の粒度分布，式(8)を採用した．

$$P=\left(\frac{d}{d_{\max}}\right)^{\chi} \tag{8}$$

式(8)の Talbot 分布は χ の累乗によって規定される関数であり，この χ を時間 t 及び縦断方向 x の関数として扱うことで，粒度分布の時間的，空間的変化を表現することが可能となる．χ は正の値を取り，小さいほど単一粒径に近づくことを示す．本論では最大粒径を一定としていることから，χ の値が大きいほど粗粒化することを意味している．

さらに任意粒径の加積確率 P を微分することで式(5)，(6)中に含まれる f を以下の式(9)のように表せられる．

$$f(d)=\frac{\partial P}{\partial d}=\chi d^{\chi-1}d_{\max}^{-\chi} \tag{9}$$

また式(7)は以下のように表すことができる．なお前述の通り，N=1.0 としている．

$$\tau_{*c}(d)=\frac{\chi}{\chi+1}\tau_{*c}(d_m)\left(\frac{d}{d_m}\right)^{-1} \tag{10}$$

Talbot 分布は山地河川の河床材料では，その有効性が実証されている[8]が，下流部の分布での適合性はあまり高くない．しかし今回の理論解析では，厳密な粒度分布ではなく時間的，空間的変化の算定を目的としており，かつ理論式の複雑性を回避するために Talbot 分布式を使用することとした．

u_*を算出する抵抗則には Manning 式を用いた．その際必要となる粗度係数を定数と考えると以下のようになる．

$$u_*=\left(i_0-\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)^{\frac{7}{20}}\left(\frac{nQ}{B}\right)^{\frac{3}{10}}g^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

2.3 混合粒径の河床変動式

上述した各変数に関する情報を式(5)，(6)に代入することによって，粒度分布変化及び河床変動の 1 次元方程式を導く．まず，粒度分布を表す χ の式を導いた．

$$\frac{\partial\chi}{\partial t}+\left(F-G\frac{\chi}{\chi+1}\right)\frac{\partial\chi}{\partial x}+D\left(1-\frac{f_H}{f}\right)=0 \tag{12}$$

ここで各係数は以下の通りである．

$$F=\frac{1}{D(1-\lambda)}\frac{8u_*^3}{sg},G=\frac{0.6u_*}{1-\lambda}$$

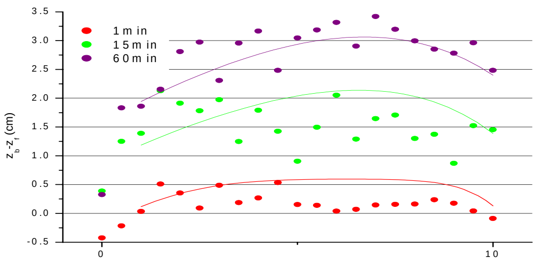
$$D=\frac{1}{1-\lambda}\frac{d_{\max}+H}{h+H}\frac{\tan\beta_k}{Bd_{\max}}\sqrt{\frac{0.05sgd_{\max}}{\mu_s\mu_k}}\left(\frac{\chi}{\chi+1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{8u_*^2}{sg}-0.6d_{\max}\frac{\chi}{\chi+1}\right)$$

なおこの式を導く際に $d/d_{\max}$ の項が現れるが，本来 χ は $d/d_{\max}$ に対して独立であるべきである．方程式中に $d/d_{\max}$ が含まれるのは f に対する仮定が必ずしも十分でなかったことに起因すると考え，近似的に $d/d_{\max}$ にかかる項を 0 とみなした．

また左辺に含まれる側岸の粒度分布を f_H=f とする．つまり側岸からの流入土砂と河床材料の粒度分布が等しいものと仮定すると，左辺第三項は 0 となり式(12)は F と G の関係式を伝播速度とする単純な移流方程式となる．本論では，以降この仮定を採用している．

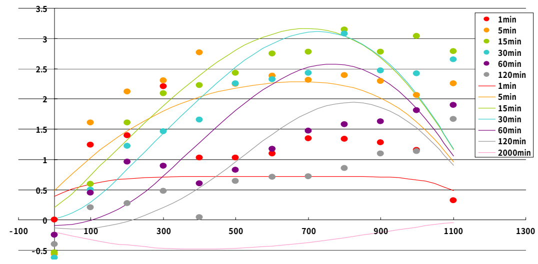
5min，0m 付近　　5min，5.5m 付近　　30min，5.5m 付近　　30min，11m 付近　　240min，11m 付近

写真－1　実験 case9 の河床の様子



Longitudinal Distance (m)

(a)case1



Longitudinal Distance (cm)

(b)case7

図－3　縦断形状の実験値と理論値の比較

次に河床変動式は以下の通りに導かれる．

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{1}{1-\lambda}\left\{-\frac{7}{20}\frac{u_*}{i_0}\left(\frac{24}{sg}u_*^2-0.6d_{\max}\frac{\chi}{\chi+1}\right)\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2}-0.6\frac{u_* d_{\max}}{(\chi+1)^2}\frac{\partial \chi}{\partial x}\right\}$$
$$-\frac{8}{1-\lambda}\frac{\tan\beta_k}{B}\sqrt{\frac{0.05sgd_{\max}}{\mu_s\mu_k}}\left(\frac{\chi}{\chi+1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(u_*^2-0.075sgd_{\max}\frac{\chi}{\chi+1}\right)=0 \qquad (13)$$

式は複雑であるが，前報の定式化と同じように，拡散項と側岸浸食に関する項を含む形となっている．さらに χ の一階の空間微分項が加わった．χ を下流に行くほど小さくなるとすると，この項は河床を低下させる作用があることがわかる．

以上，粒度分布を考慮した 1 次元河床変動方程式の定式化に成功した．これらが相互に干渉し合い，粒度分布と縦断形状を決定するのだが，解を求めるためにはこれらの式を連立して解く必要がある．しかし，容易に解くことができないため，離散化し数値的に解を求めた．

3. 移動床実験

3.1 実験概要，結果

実験方法及び結果についての詳細は阿部ら [9]によって論じられているので，そちらを参照されたい．本論では実験における現象のプロセスをまとめるに留めておく．**表－1** に主な実験条件を示す．

<table>
<tr><th></th><th>河床勾配</th><th>低水路幅
(cm)</th><th>側岸天端高
(cm)</th><th>流量
(ℓ/s)</th></tr>
<tr><td>case1</td><td>1/200</td><td rowspan="3">20</td><td rowspan="2">10.5</td><td rowspan="3">6.0</td></tr>
<tr><td>case2</td><td>1/500</td></tr>
<tr><td>case3</td><td>1/200</td><td>12.5</td></tr>
<tr><td>case7</td><td rowspan="3">1/100</td><td rowspan="3">15</td><td>8.5</td><td>6.7</td></tr>
<tr><td>case8</td><td>7.5</td><td rowspan="2">2.6</td></tr>
<tr><td>case9</td><td>8.5</td></tr>
</table>

表－1　実験の水理条件

3.2 実験現象について

写真－1 に case9 の河床の様子を通水時間と上流端からの距離と共に示す．実験初期の段階では，急激な流路拡幅が起こりそれに伴い中流部での堆積及び粒度分布の細粒化現象が発生した．その後，川幅が平衡状態になる実験開始から 30 分頃には河床の上昇と細粒化は下流部へと伝播していき，上流部では粗粒化と河床低下が進行し始めた．実験後期になると，流路の拡幅は見られなくなり，粗粒化は河道全体に広がると共に，河床縦断形状は平坦な河床へと変化する結果となった．

4. 比較・考察

粒度分布の変化及び河床変動の理論式については前述したとおり，離散化することにより求めている．なお河床の粗度係数は n=0.017 とし，上下流端における河床の境界条件は ζ=0 とした．また，移流方程式を解く際に必要となる χ の境界条件は今回の実験では給砂を行っていないことから，通水開始から初期の段階で粗粒化が進行するものとし，強制的に以下の式で与えている．

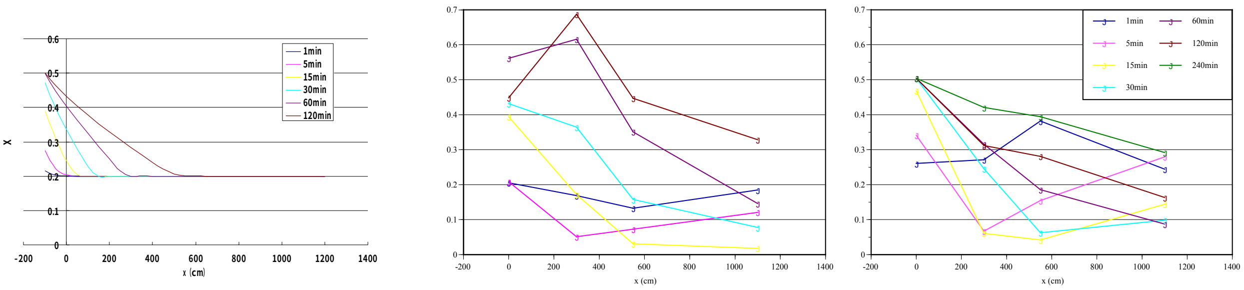
$$\chi=0.3\tanh\left(\frac{t}{400}\right)+0.2 \qquad (14)$$

4.1 河床縦断形状について

河床縦断形の実験値と理論値の比較を**図－3** に示す．実験値をプロットし，理論値を実線で描いている．上流部における誤差は見られるものの，理論式が実験の現象のプロセスを定性的に表現していることが分かる．河床は 15～30 分にピークを迎え，その後低下しそれが下流へと伝播している．また，上流部では河床の低下が表現されている．単一粒径による研究から河床の凸型の伝播はマスムーブメントの可能性を示したが，今回の実験と理論式より同一の現象を表現することができ，さらに河床の低下を表現することができた．

4.2 粒度分布について

図－4 に理論値及び実験値の χ の時間変化を示す．理論値と case7 を比較すると，大きく異なる結果となった．



(a)理論値　　(b)実験 case7　　(c)実験 case9

図－4　χの時間変化

まず粒度分布が伝播されない原因については，河床の上昇が摩擦速度の低下を引き起こしたことにより，式(12)中の伝播速度が低下したためだと考えられる．そこで流量を小さくし，側岸があまり浸食されず河床の土砂もあまり掃流されない条件となるように実験 case9 を行った．しかし，粒度分布の伝播速度は小さくなったものの，60分を経過すると粗粒化が中流部へ伝播する結果となった．やはり理論値が実験現象を表しているとは言えない．上流端で与えた境界条件の式が実験値の上流端の粒度分布変化を表せていないことも原因の一つとして考えられる．また実験では，初期段階において側岸の細粒分が洗い流され河道に供給されることによる細粒化が見られたが，今回のχに関する方程式において側岸からの供給土砂の組成比は河床の粒度分布と同一として扱っている．そのため，いかに拡幅が進行して土砂が供給されようとも，河床材料の組成比には影響を与えないことが細粒化現象を表現できなかった原因だと考えられる．以上の粒度分布に関してはさらなる改良が必要であるが，河床変動のプロセスを表現できる結果となった．

5. おわりに

本研究は側岸が浸食される条件化において，粒度分布変化と河床変動が互いに及ぼす影響の解明を目的とした．今回の研究を通して得られた知見を以下に示す．

- 粒度分布に Talbot 型を採用することにより，粒度分布の連続式から，1 次元の粒度分布及び河床変動の時間変化の定式化に成功した．
- 河床縦断形状の実験値と理論値は高い整合性が見られた．このことは理論から定式化された式が定性的な変動把握が可能であることを示している．
- 粒度分布の時間変化については理論のχが伝播しなかった．それは急激な河床の上昇により，掃流力が下がったことに起因する．また時間の経過による細粒化を表現できなかった．それは方程式内において，側岸から流入する土砂の粒度分布と河床におけるそれを近似的に等しいとして扱っていることが原因と考えられる．粒度分布の式に関しては再度検討する必要がある．

河川の安定縦断形状を予測するため，もしくは河川が現在どのような状況であるかを判断するためには，河川の変貌指標を明らかにすることが有効である．今後，本研究の結果を踏まえその変貌パラメータの選定をする必要があると考えられる．

参考文献

1）中西哲・長谷川和義・高橋圭吾：拡幅を伴う直線流路の河床変動 1 次元解析，水工学論文集，第 49 巻，pp.985-990，2005.
2）清水康行：沖積河川の縦断形と河床材料分布形の形成について，土木学会論文集，No.521/ II -32，pp.69-78，1995.
3）山本晃一，藤田光一，赤堀安宏：勾配・河床材料の急変点を持つ沖積河道縦断形の形成機構と縦断形変化予測，土木学会論文集，No.600/ II -44，pp.37-50，1998.
4）平野宗夫：Armoring を伴う河床低下について，土木学会論文報告集，第 195 号，pp.55-65，1971.
5）長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究，北海道大学学位論文，1983
6）Bridge, J. S. and Bennett, S. J.：A model for the entrainment and transport of sediment grains of mixed sizes, shapes, and densities, Water Resource Research, Vol.28, No.2, pp.337-363, 1992.
7）Parker, G., Klingeman, P. C. and Mclean, D. G.：Bedload and size distribution in paved gravel-bed stream, J. of Hyd. Div., ASCE, Vol.108, pp.544-571, 1982.
8）竜澤宏昌・林日出喜・長谷川和義：渓流河川における河床砂礫の混合特性と階段状河床形の形状特性，水工学論文集，第 42 巻，pp.1075-1080，1998.
9）阿部祐太・高橋圭吾・長谷川和義・中西哲：混合粒径水路における拡幅を伴う河床変動実験，土木学会北海道支部論文報告集，第 63 号，2006 現在投稿中