

常流移動床分岐水路の河床不安定におよぼす水理諸量

Hydraulic parameters on instability of bed forms in a channel bifurcation on movable bed under subcritical flow

北海道大学工学研究科 学生員 守屋薫 (Kaoru Moriya)
 (財)河川環境管理財団 フェロー 長谷川和義 (Kazuyoshi Hasegawa)
 国土交通省 正員 小林賢也 (Kenya Kobayashi)

1. はじめに

分岐流に関してはこれまで多くの研究がされている。長谷川ら¹⁾²⁾は山地溪流における分岐流の閉塞現象に着目し、射流条件下の分岐部実験や運動量方程式による解析を行っている。その解析により射流が分岐する場合には流量配分比・水深などの解が4つ現れることを示した。また、目黒・長谷川ら³⁾は射流移動床条件における分岐部流れを実験的に調べて主流路が代わる代わる変化する交番現象を見出している。常流移動床条件ではBollaら⁴⁾が分岐部モデルによる安定解析を行っており、3つの解が存在することを示している。

本研究は外部条件の影響が無いよう平行等幅に分岐された流路を用い、常流移動床条件とし、分岐後の流路に勾配差を与え、内部条件による分岐流れへの不安定性を実験・理論の両面から検討しているが、より詳細な記述は水工学論文第51巻⁵⁾に乗せており、本論分ではこれを補足する形で、各種水理パラメータの影響を調べた結果について述べる。

2. 実験の概要

(1) 実験装置と条件

実験で使用した水路は図-1に示すような長さ950cm、主流路幅70cmの木製水路であり、水路中央を板で仕切ることによって流路を対称に分岐させた。以後、分岐流路のうち左岸側流路を流路(a)、右岸側を流路(b)と呼ぶことにする。主流路河床勾配および流路(b)河床勾配は1/531であり、流路(a)の河床勾配を緩勾配とし、また河床には粒径0.5mmの砂を一様に敷き詰めた。実験条件は表-1に示すとおりである。流路(a)河床勾配を変え3通り、それぞれ流量を変えて実験を行った。流れはいずれも常流である。表中の河床形態は分岐壁の上流部で認められた典型的な形態を示している。

(2) 実験結果

左右分岐流路末端の採水により求めた流量の時系列変化のグラフの一部を図-2に示す。図-2のどのグラフも左右流路の流量変化が見られるが、Run1-6では左右流路の流量が逆転する交番現象が見られた。またRun2-3では通水時間を長くすることで交番に至るのではないかと考え、600分間通水したが交番には至らなかった。また河床形態が交互砂州であったRun1-3では流量が安定しているように見える一方、交番現象

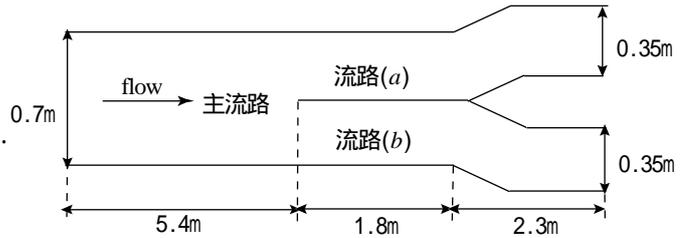


図-1 実験水路概略図

表-1 実験条件

	河床形態	流量 $Q(l/s)$	流路(a) 河床勾配 i_a	フルード数 Fr	無次元 掃流力 *
Run1-3	交互砂州	6.7	1/724	0.59	0.068
Run1-4	複列砂州	9.7	1/724	0.64	0.083
Run1-5	Dune	17.6	1/724	0.65	0.122
Run1-6	Dune	18.3	1/724	0.76	0.112
Run2-3	複列砂州	8.4	1/1110	0.67	0.073
Run2-4	複列砂州	12.3	1/1110	0.68	0.093
Run2-5	Dune	14.9	1/1110	0.67	0.106
Run3-3	複列砂州	10.4	1/2448	0.62	0.088
Run3-4	複列砂州	12.9	1/2448	0.66	0.098
Run3-5	Dune	17.0	1/2448	0.66	0.118
Run3-6	Dune	18.2	1/2448	0.79	0.110

象が起こったRun1-6で発生した河床形態はDuneであった。その他、発生河床形態がDuneである場合に左右流路流量の変化が顕著に現れる結果となった。

3. 理論解析

解析の対象は、分岐壁の上流端から上流側 λ の影響区間であり、本研究ではこれを河床波の1波長程度と見ることにした。この区間の河床が分岐後の水路勾配の違いによって内部的な不安定を起すか否かを明らかにする。

(1) 基礎方程式と線形化

移動床、広矩形断面開水路流れを考える。流れを二次元浅水流とし、河床砂の運動形態は掃流運動のみとし、浮遊運動はないとする。図-3のように水路の中心線に沿って x 軸、そ

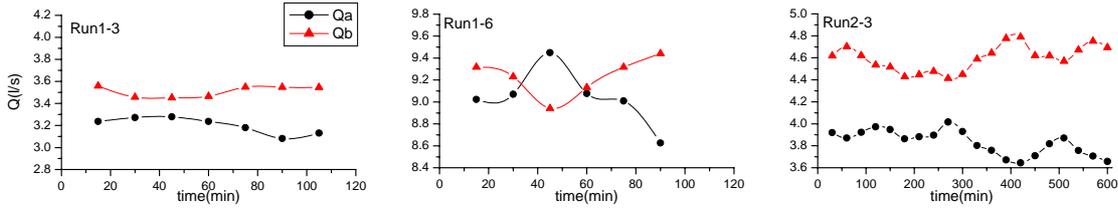


図 - 2 流路(a), (b)における流量の時系列変化

れに垂直に \tilde{y} 軸, 平均河床面を原点とし垂直上向きを正に \tilde{z} 軸をとる. この座標系によれば, 水路床に小変位 $\tilde{\eta}$ (深掘れを正) を持つ流れの定常運動量方程式, 連続の式は以下ようになる.

$$\tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{y}} = gI - \frac{\tilde{\tau}_x}{\rho_w \tilde{H}} - g \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} (\tilde{H} - \tilde{\eta}) \quad (1)$$

$$\tilde{U} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{y}} = -\frac{\tilde{\tau}_y}{\rho_w \tilde{H}} - g \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} (\tilde{H} - \tilde{\eta}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} (\tilde{U}\tilde{H}) + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} (\tilde{V}\tilde{H}) = 0 \quad (3)$$

ただし, \tilde{u}, \tilde{v} はそれぞれ流速の \tilde{x}, \tilde{y} 軸方向成分, ρ_w は水の密度, I は \tilde{x} 軸に沿った平均河床勾配, g は重力加速度である. $\tilde{\tau}$ は河床せん断力で, 添え字はその軸向成分を示している. また, 摩擦係数 f を用いてせん断力を表わすことができる. すなわち, 平均流の局所値に依じて, その場所の河床せん断力が決まる. しかし f は必ずしも一定ではなく, 特に小規模河床波の存在する場合には形状抵抗が大きな値をしめ, 水量変化に対応して複雑に変化する. ところが砂州河床では, 形状抵抗はほとんど現れず, 平坦床と同様に水深/粒径比にのみ変化を見せ, 平均水量間において, 断面平均水量量によって決まる摩擦係数 f_0 , 径深 R_b で f は表される. 今, 平均水量間に成り立つ先述の関係が, 局所的な水深の違いに対応して, 同様に成立するものとする. 以上のことから, 式(1)~(3)に関して流れを(等流解+摂動解)の形で表し, 摂動部の2次以上の項を省略すると \tilde{u} に無次元化を施すと, 以下の線形無次元化式が求まる. ただし \tilde{U}_0 は等流(断面平均)流速. \tilde{U}_0 は平均流速からの偏倚流速であり, $\tilde{H}_0 \xi$ は水面の平均水位からの変位(上向き正)である.

$$\tilde{U} = \tilde{U}_0(1+u), \tilde{V} = \tilde{U}_0 v, \tilde{H} = \tilde{H}_0(1+\xi+\eta)$$

$$\tilde{\eta} = \tilde{H}_0 \eta, \tilde{\xi} = \tilde{H}_0 \xi, \tilde{x} = \tilde{H}_0 x, \tilde{y} = \frac{\tilde{B}}{2} y$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} + f_0 \left\{ u - \frac{\gamma}{2} (\xi + \eta) \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\varepsilon}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

ただし, $F = \frac{\tilde{U}_0^2}{\sqrt{g\tilde{H}_0}}, \varepsilon = \frac{2\tilde{H}_0}{\tilde{B}}$

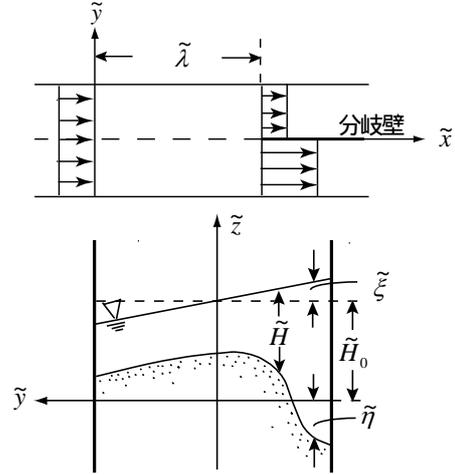


図 - 3

底面せん断力の \tilde{x} 方向成分 $\tilde{\tau}_x$ を表す式を偏倚流速を用いた無次元掃流力の形で表現し, \tilde{x} 軸方向の Meyer Peter-Müller 型の流砂量式に代入し整理すると以下の式で表される.

$$\tilde{q}_x = \tilde{q}_{x0} \{1 + 3\phi_* u + (1-\gamma)\phi_* \eta\} \quad (7)$$

$$\tilde{q}_{x0} = 8 \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1\right)} g d^3 (\tau_{*0} - \tau_{*c})^{1.5}, \phi_* = \frac{\tau_{*0}}{\tau_{*0} - \tau_{*c}}$$

τ_{*0} : 断面平均の無次元掃流力

また \tilde{y} 方向の流砂量は次のように表される.

$$\tilde{q}_y \approx \tilde{q}_{y0} \left(v + \varepsilon \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (8)$$

流砂の連続条件は,

$$\frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial \tilde{t}} = \frac{1}{1-n_e} \left(\frac{\partial \tilde{q}_x}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{q}_y}{\partial \tilde{y}} \right) \quad (9)$$

であり, \tilde{t} は実時間である. 上式に式(7), (8)を代入し,

$$\tilde{t} = \left\{ \frac{(1-n_e)\tilde{H}_0^2}{\tilde{q}_{x0}} \right\} t \quad (10)$$

なる置き換えを行い, 整理すれば河床底面の時間変化式が以下のように求まる. ただし n_e : 河床の空隙率.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - 3\phi_* \frac{\partial u}{\partial x} - (1-\gamma)\phi_* \frac{\partial \eta}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial v}{\partial y} - \varepsilon^2 \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = 0 \quad (11)$$

式(4)~(6), (11)より, u, v を消去すると以下の2本の式を得る.

$$\left(\frac{1}{F^2}-1\right)\frac{\partial^3\xi}{\partial x^3}+\frac{\varepsilon^2}{F^2}\frac{\partial^3\xi}{\partial x\partial y^2}-\left(\frac{\gamma}{2}+1\right)f_0\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+f_0\frac{\varepsilon^2}{F^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}-\left(\frac{\gamma}{2}+1\right)f_0\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}-\frac{\partial^3\eta}{\partial x^3}=0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial x\partial t}+(\gamma\phi_*+3\phi_*-1)\frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}-\varepsilon^2\sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s\mu_k\tau_{*0}}}\frac{\partial^3\eta}{\partial x\partial y^2}+3\phi_*\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\varepsilon^2}{F^2}(1-3\phi_*)\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}=0 \quad (13)$$

上記の2本の式が基礎式であるが、 η 、 ξ に関するいずれかの1本の式にはならない。

(2) ガラーキン法の適用

実験で得られた河床形状をもとに、水路床、水面の局所変位を無次元化した解関数 η 、 ξ を次のように与える。

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \exp[\alpha t + ki(x-ct)] \frac{kx}{2\pi} \cos(\pi y) \exp(-\beta y) \quad (14)$$

ここで a, b : 振幅、 k : 波数、 α : 振幅の増幅を表すパラメータ(正で不安定・負で安定) c : 移動速度である。

本解析では分岐流路の河床勾配が異なる場合を想定しており、河床勾配の比が分岐部上流に及ぼす影響を β の項で表現している。すなわち、横断方向の河床変位に、 $\exp(-\beta y)$ を乗ずることにより、河床勾配が緩やかな分岐流路につながる左岸側ほど、右岸側に比べて侵食量が小さくなるように影響を見積もっている。また式(14)中に $kx/2\pi$ を乗じているのは、 $2\pi/k=\lambda$ だけ上流においては分岐の影響分岐部付近に近づくに従ってそれが強まることを想定したものである。また $\lambda=\tilde{\lambda}/\tilde{H}_0$ である。ところで、上記のように解に制約を与えた場合、通常不安定解析のように式(14)を直接式(12)、(13)に代入することによって係数を導き出すことはできない。そこで式(14)の係数 a などをガラーキン法によって解くこととし、すなわち同式を式(12)、(13)に代入して得られた残差に解関数の一部、

$$\cos(\pi y) \exp[\alpha t + ki(x-ct)]$$

を乗じて x について $(0, 2\pi/k)$ 、 y について $(-1, 1)$ の範囲でそれぞれ積分し、直行条件によってそれぞれ0となる条件を求めた。この場合問題となることはガラーキン法の適用が安定解析にとって妥当な結果をもたらすか否かということである。このため本方法が単列交互砂州の発生に対して有効に機能することを確かめたが、ページの都合上割愛した。結果は、

$$F_1(a, b, c, k, \alpha, \beta, Fr, \varepsilon, f_0) = 0 \quad (15)$$

$$F_2(a, b, c, k, \alpha, \beta, Fr, \varepsilon, f_0) = 0 \quad (16)$$

という形をしている。ただし F_1, F_2 は関数を意味する。式(15)を b について解き(この時 a は消去される)、式(16)に代入した式の実部を c について解き、虚部を α について解き連立することにより、

$$\alpha = G_1(k, \beta, Fr, \varepsilon, f_0) \quad (17)$$

$$c = G_2(k, \beta, Fr, \varepsilon, f_0) \quad (18)$$

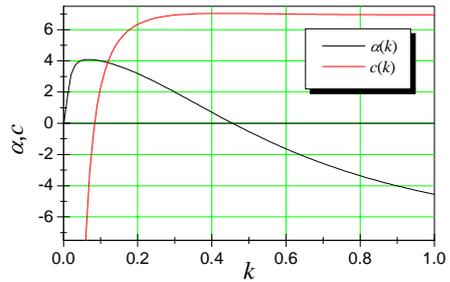


図 - 4

の関係式が得られる。 G_1, G_2 は関数を意味する。

(3) 分岐不安定解析

式(17)、(18)中の β および他の未知量にRun1-6の実験値を与え、 α と k 、 α と c の関係について調べたものを図-4に示す。他の実験例についてもほぼ同様な図が得られる。 α の正領域の極大が $k=0$ 近傍にあるが、これは交互砂州の卓越波数に近いものとなっている。 k の値が0.5付近より大きな値を持つ領域、すなわち短波長の河床起伏に関しては α が負の領域をとり、流れが安定する傾向にある。しかし c の正の領域すなわち、伝播が下流に向かう領域は $k=0.08$ より大きな領域にあり、この波長域の起伏は分岐部に影響を与える。逆に交互砂州など $k < 0.08$ の波は発生があってもその影響が分岐部に及ばない可能性がある。

次に、 α のピーク時に近い α と c の交点の k の値を与え、 α, β と他の変数、 c, β と他の変数との関係を3次元で表したものを図-5に示す。 (α, β, Fr) のグラフを見ると、常流条件下では不安定性にはそれほどフルード数の影響が無いことが見て取れる。また β の値によって Fr は影響を受けている。本研究では射流を扱っていないが、フルード数が3.5程度から急激に不安定性が増す結果が現れたことは興味深い。次に $(\alpha, \beta, \varepsilon)$ のグラフを見ると半幅比 ε が0.1付近の値より大きければ β の値にかかわらず不安定性を持ち、小さいほど安定に向かう結果となった。 (α, β, f_0) のグラフからは f_0 の値が大きくなれば不安定性が小さくなる傾向にある。 (c, β) と各種パラメータとの関係はフルード数との関係に β によっての若干の影響が見られるだけで、 β による影響は小さいようである。

4. 実験結果との照合および考察

常流移動床実験では分岐流路の流量は変動し、交番にまで至ることが確認された(Run1-6)。また交互砂州の発生実験では流量の変動がほとんど起こっていなかった(Run1-3)。各実験の物理量をもとに、理論式から c と α を求め、波長 λ を河床コンター図から目視によって(現在他の方法を検討中)求め、波数 k を与え、不安定領域との関係を調べた。流量が交番しているか、もしくは変動が激しい結果の現れた実験、Run1-5, Run1-6, Run3-4, Run3-5, Run3-6については $\alpha > 0, c > 0$ であった。一方流量変動の小さな実験Run1-3, Run1-4, Run3-3に関しては $\alpha > 0, c < 0$ の結果となった。(Run2のシリーズは河床形状を測定しなかったため検証ができなかった)波数 k の値がある値より小さくなると

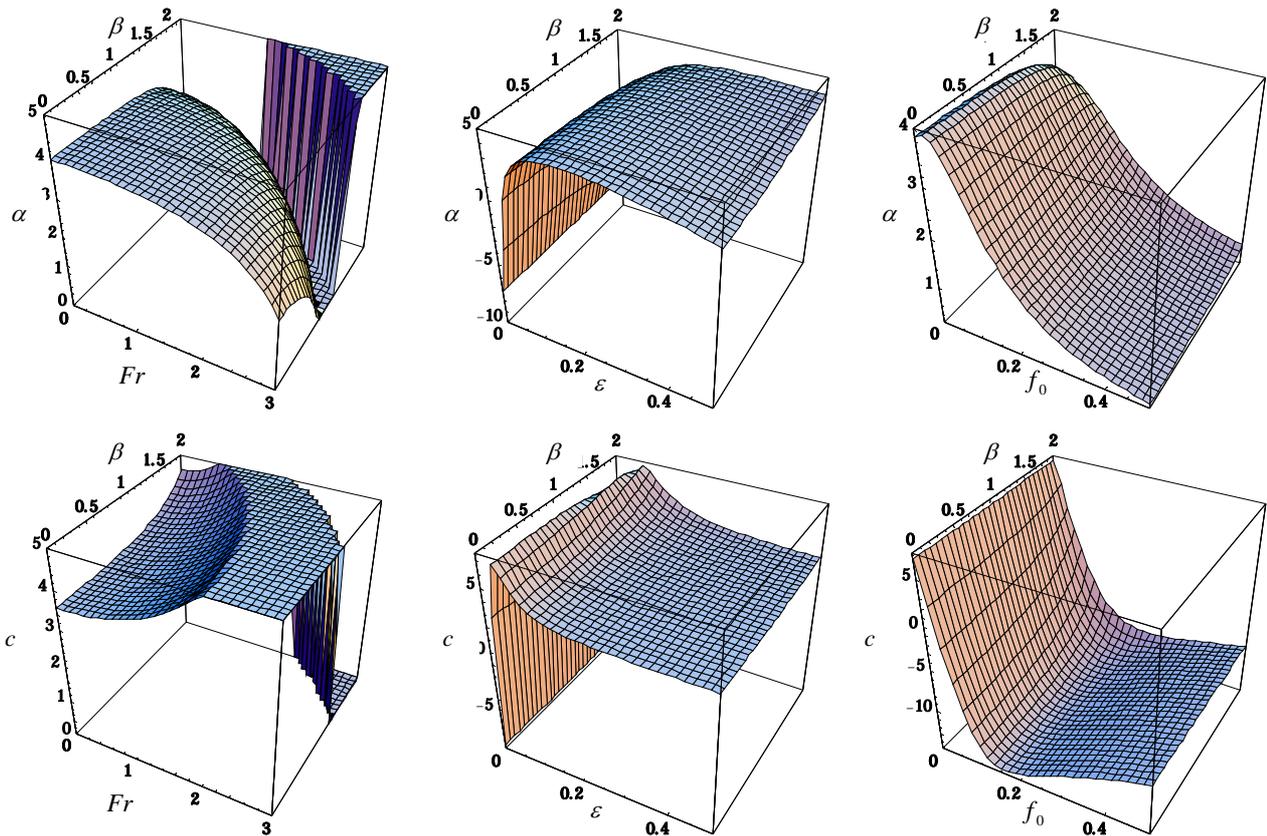


図 - 5 α, β と Fr, ϵ, f_0 との関係(上) c, β と Fr, ϵ, f_0 との関係(下)

c は負の値となり c が正の場合と比べると流量変動が小さくなる, すなわち不安定性が小さくなるようである.

以上のように, 実験および理論の結果から(1) $\alpha > 0, c > 0$, (2) $\alpha > 0, c < 0$ の2つのパターンが得られる.(1)のパターンが現れるのは, 波数 k が 0.08 より大きく, 0.5 より小さい場合であり, 実験結果では流量変動は大きく, 交番に至るケースも認められる.(2)のパターンは, 交互砂州が発生しているような場合で, 流量に変動はあるが, その変動は比較的小さくなるものと考えられる. $\alpha > 0$ の不安性を与える領域において, $c > 0$ であれば前進した河床形態による不安定性が下流に伝わり流量の変動に影響を与え, $c < 0$ であれば河床形態による不安定性は下流に伝わらず, 比較的流量は安定するということである. 一般に β の値は狭い安定領域の現れる 2.35 付近より小さな値をとるものと考えられるので, 問題とする場合の多くは上述の2つのパターンのいずれかになるものと考えられる.

また図 - 5 の結果から ϵ, f_0 は分岐の仕方によらず, 河床波による安定・不安定によって関連づけられ, Fr は分岐によって安定・不安定を受けると考える.

5. まとめ

本研究から, 異なる河床勾配を持つ常流移動床分岐流について, 流量の変動現象につながる内部不安定性は勾配の違いと河床形態の波長に依存し, またその不安定性領域の中では河床形態の波長がある値より小さいと流量の変動が大きく, ある値より大

きいと流量変動は小さいことがいえる. このことにより理論的な分岐不安定解析によって外部条件の影響のない分岐流れの安定・不安定の領域を求めることができた. また, α のピーク時に与えられる波数 k の値において, 各種パラメータが, 分岐・河床波どちらかによって主に影響を受けることが見てとれた. 今後, 波数 k の値の河床コンターからの算定の他の方法を考えたい.

参考文献

- 1) 長谷川和義ら: 標津川蛇行通水時の堰をともなう分岐流量配分比に関する研究, 水工学論文集, 第 47 巻, pp529-534, 2003.
- 2) 長谷川和義: 分岐部跳水が引き起こす土砂停止による山地河道の突然変動機構の解明, 平成 5 年度科学研究費補助金(一般研究C)研究成果報告書, 1994.
- 3) 長谷川和義ら: 山地河川における分岐部流路交番現象に関する抽出実験とその解析, 水工学論文第 47 巻, pp679-684, 2003.
- 4) Bolla Pittaluga M., Repetto R. and Tubino M.: Channel bifurcation in braided rivers: Equilibrium configurations and stability, WATER RESOURCES RESEARCH, vol. 39, No. 3, 1046-1058, 2003
- 5) 守屋薫, 長谷川和義, 小林賢也: 常流移動床分岐水路における河床不安定に関する研究, 水工学論文第 51 巻, 2006. (投稿中)