

固液混相乱流の two-way coupling model の開発

Two-way coupling model for solid-liquid two-phase flows

北海道大学工学部 ○学生員 宮木康裕 (Yasuhiro Miyaki)

北海道大学工学研究科 正員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

海岸線維持、国土保全の観点から、漂砂の予測及び制御は海岸工学上最も重要な目的の一つであるが、古くから数多くの研究が行われているにも関わらず、その予測精度は低く、事例を積み重ねた対策で問題を凌いでいるのが現状と言える。砂輸送の外力となる波浪や流れについての予測計算精度が向上しているにも関わらず、漂砂予測計算が実用レベルに達していない原因の一つは、輸送される砂の大部分が浮遊砂と言われているが漂砂モデルの殆どは挿流砂の挙動を基本としているからである。

一方、浮遊砂を対象とした研究も数多く行われているが、現象が非常に複雑であり、浮遊及び輸送過程の一般化あるいはパラメータ化が十分でないだけでなく、これらに重要な役割を果たす次の砂-乱れ相互作用については未だ理解されていない。浅海域、特に碎波帯では、海底面では境界層あるいは碎波に由来する乱れが砂層を攪乱し、大量の砂を浮遊させる。一度浮遊した砂は砂間接触力が失われるため容易に輸送されるが、この時、砂の存在により、流体の流れ自体が顕著に影響を受ける。この浮遊砂による乱れの変調は流れ自体を変化させるため、継続するさらなる砂の浮遊や輸送過程もまた変化させられる。この一連の浮遊砂-流れ相互作用を適切に表現するモデル体系を構築することで浮遊砂輸送の予測が可能となる。

本研究は Large Eddy Simulation (LES) による乱流モデル (Stochastic model) を双方向連成 LES-Stochastic two-way model を開発し希薄サスペンション下の乱流

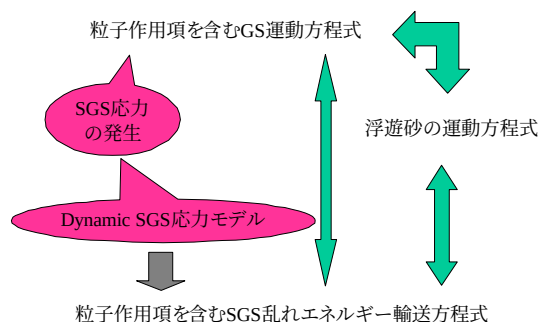


図 1; モデルの概念図

を再現しようとするものである。

2. LES-Stochastic model

2.1. モデルのコンセプト

固体粒子と乱れを含む流体運動の双方向達成モデル体系を構築するために次の仮定のもと、粒子運動、乱れエネルギー、平均流速に関する3つの方程式をリンクさせる。

仮定 1) 球形で十分に小さい固体粒子の運動を考える。

仮定 2) 粒子の数密度は十分に小さく、希薄流れである。

これらの仮定より平均流速場へ寄与する粒子応力は抗力のみと考えることができる。一方、非定常流場で乱れの影響を受ける粒子運動は抗力及び流体の加速度の影響(圧力の影響)を含める必要がある。粒子に作用する抗力を決定するためには、粒子位置での瞬時流体流速が必要であるが、通常数値乱流計算では、グリッド上の平均流れの情報しか取得しえない。本モデルでは、Stochastic model を適用し変動流速を正規

乱数で近似し粒子への乱れの寄与を評価する。また粒子運動による乱れエネルギーの増減を表す流体乱れ-粒子速度相関は Henze と同様な方法で与えた。本モデルの概念図を図 1 に示す。

2.2. モデルの導出

非定常、非等方乱流場となる砕波後の乱流流れ場は、3次元直接数値解析法によって解析されるべきであるが現状として非現実的な計算メモリ及び計算時間が必要となるため解析度を落とさざるを得ず本研究では提案されている多くの乱流モデルの中では時間分解能が良く比較的剥離や大規模渦を拡散せずに表現できるLES(Large Eddy Simulation)を用いた。

LES では Large Scale 量は次のようなフィルター操作により定義される。

$$\overline{f(x)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x') G(x, x') dx' \quad (1)$$

本研究ではフィルター関数にトップハットフィルターを採用した。

$$G(x_i) = \frac{1}{\Delta_i} \begin{cases} |x_i| \leq \frac{\Delta_i}{2} \\ G(x_i) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

本計算では流体計算を行なう際、Navie-Stokes 式を支配方程式とし、圧力に関するオイラー式と浮遊砂に関する運動方程式とを組み合わせで解いている。

Naive-Stokes 式は以下のようになる。

$$\frac{Du}{Dt} = -\nabla P + u_o \nabla^2 u - \frac{1}{r} A_i^H \quad (3)$$

(3)式は次の関係に従って記述されている。

$$\begin{aligned} \frac{D}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \\ \nabla &= \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (4)$$

u は流速, P は圧力, u_o は動粘性係数, A_i^H は粒子に働く力である。フィルター操作により(3)式は

$$\frac{Du}{dt} = -\nabla \overline{P} - \nabla \overline{t} + u_o \nabla^2 \overline{u} - \frac{1}{r} \overline{A_i} \quad (5)$$

となる。ここで

$$A_i^H = H(X_i^p) A_i \quad (6)$$

$$\overline{A_i} = \frac{1}{\Delta^3} \sum_{n=0}^N \frac{p}{6} d_n^3 a^n [u_i^p(X_i^p) - V_i^p] \quad (7)$$

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}} \quad ; (\text{フィルタースケール})$$

であり、

$$A_i = a \{u_i(X_i^p) - v_i\} + b \frac{du_i(X_i^p)}{dt} + cg \quad (8)$$

$$a = \frac{36uf}{d^2} \frac{r_f}{2r_f + r_p}, b = \frac{3r_f}{2r_p + r_f} \frac{du_i(X_i^p)}{dt}, c = \frac{2(r_p - r_f)}{2r_p + r_f} \quad (9)$$

である。 $H(X_i^p)$ は粒子内で 1, 流体内で 0 のヘビサイド関数で、 X_i^p は粒子位置, V_i は粒子速度, r_p は粒子密度, r_f は流体密度である。

粒子位置での瞬時流速 $u_i(X_i^p)$ は LES によって得られる GS 流速では決まらず、乱れによる変動流速(SGS 流速)を与える必要がある。任意の位置における瞬時流速は次のようにおける。

$$u_i = \overline{u_i} + u_i' \quad (10)$$

SGS 流速をランダム運動として、流体要素の移動は

Langevin 方程式で与えられる.

$$\begin{aligned} du'_i &= a_{ij} u'_j dt + b_{ij} dh_i \\ dX_i &= u'_i dt \end{aligned} \quad (11)$$

a_{ij}, b_{ij} は SGS 流速のモーメントと GS オイラー流速の関係より決定できる.

$$du'_i = \left(-\frac{1}{T_L} + \frac{1}{2q_{sgs}} \frac{dq_{sgs}}{dt} \right) u'_j dt + \sqrt{\frac{4q_{sgs}}{3T_L}} dh_i \quad (12)$$

$$T_L = \frac{l}{3C_0 C_e q_{sgs}^{1/2}} C_0 \approx 6 \quad C_e \approx 1.8 \quad (13)$$

T_L はラグランジュ相関タイムスケール, q_{sgs} は粒子項を含む SGS 乱れエネルギーである.

(5)式において, SGS 応力は Dynamic SGS 応力モデルにより,

$$t_{ij} = C_d b_{ij} + \frac{2}{3} q_{sgs} d_{ij} \quad (14)$$

と表せる. b_{ij} は歪みテンソルを含む項で, C_d は Dynamic SGS 応力モデルにおけるスマゴリンスキー定数に相当する係数である.

ここで q_{sgs} (乱れエネルギー)は

$$q_{sgs} = \frac{1}{2} (\overline{u_i u_i} - \overline{u_i} \overline{u_i}) \equiv \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (15)$$

と定義することによって以下のように表せる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{u_j} q_{sgs} &= -t_{ij} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_i} \right) - e \\ -C_{kk} \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Delta \sqrt{q_{sgs}} \frac{\partial q_{sgs}}{\partial X_j} \right) &+ u \frac{\partial^2 q_{sgs}}{\partial X_j \partial X_j} - \overline{u'_i A'_i} \end{aligned} \quad (16)$$

$$e = \frac{C_e q_{sgs}^{2/3}}{\Delta} \quad (17)$$

式(16)は SGS 乱れエネルギー輸送方程式である.

ここで $C_{kk} = 0.1, C_e = 1.8$ と与える.

粒子による作用項は,

$$\overline{u'_i A'_i} \equiv a \left(2q_{sgs} - \overline{u'^2} \frac{aT_L + b}{aT_L + 1} \right) \quad (18)$$

とモデル化し, a, b, T_L はそれぞれ式(9)及び式(13)と同じである.

2.3. 数値計算法

次に GS 物理量が GS 流速成分によって移流されると考えれば分離解法により, 非移流, 移流差分方程式をそれぞれ予測子修正子法及び CIP 法を用いて解くことができる.

Non-Advection Phase: ,

$$\frac{D\bar{u}}{dt} = -\nabla \bar{P} + A_i \frac{D\bar{u}}{dt} = u \nabla^2 \bar{u} \quad (19)$$

前式の発散をとると, 以下に示す圧力に関するポアソ

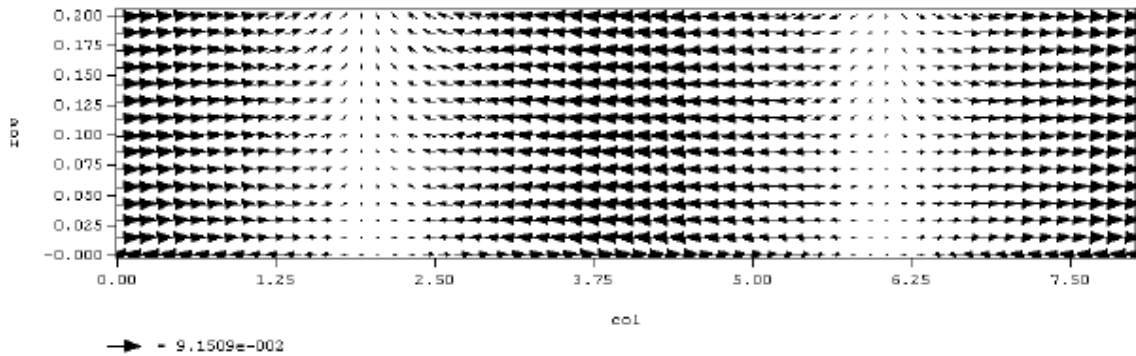


図2 Daynamic Model による波動乱流境界層内のGS流速ベクトルの一例

ン方程式を得る.

$$\frac{\partial \nabla \bar{u}}{\partial t} = -\nabla^2 \bar{p} \quad (20)$$

次に, Advection Phase では, Non-Advection Phase において得られた流速値を使って CIP 法により解く.

$$\text{Advection Phase: } \frac{D\bar{u}}{dt} = 0 \quad (21)$$

三次元 CIP 法では, 次の多項式による計算セル内の物理量 f 及びその微分値が評価される.

$$\begin{aligned} f(x, h, V) = & \left[(a_1 x + a_2 h + a_3 V + a_4) x + a_5 h + a_6 V + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial l} \right] \\ & + \left[(a_7 h + a_8 x + a_9 V + a_{10}) h + a_{11} V + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial m} \right] h \\ & + \left[(a_{12} V + a_{13} x + a_{14} h + a_{15}) V + a_{16} V + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial n} \right] V + a_{16} x h V + f_{ijk} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, h, V)}{\partial x} = & 3a_1 x^2 + 2a_2 h x + 2a_3 x V + 2a_4 x \\ & + a_5 h + a_6 x + a_7 h^2 + a_{13} V^2 + a_{16} h V + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial l} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, h, V)}{\partial h} = & a_2 x^2 + a_5 x + 3a_7 h^2 + 2a_8 x h \\ & + 2a_9 x h + 2a_{10} h + a_{11} V + a_{14} V^2 + a_{16} x V + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial m} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, h, V)}{\partial V} = & a_3 x^2 + a_6 x + a_9 h^2 + a_{11} h + 3a_{12} V^2 \\ & + 2a_{13} V^2 + 2a_{13} x h + 2a_{14} h V + a_{15} V + \frac{\partial f_{ijk}}{\partial n} \end{aligned} \quad (25)$$

係数 $a_1 - a_{16}$ は, 1 セル上の計算点の物理量を (23)-(25) に代入することで決定される. これらにより (21) は, (23)-(25) の f を u, v, w として $x = -u\Delta t, h = -v\Delta t, V = -w\Delta t$ の位置における (23)-(25) の値が計算点 (i, j, k) に移送されるとして評価される. 数値計算上では新しいタイムステップにおける物理量 $f(x, y, z, t + \Delta t)$ が $f(x + x, y + h, z + V, t)$ に等しいとおき更新する.

3. 結論

本研究により得られた結論は以下の通りである.

平均流速場、乱流場、粒子運動を双方に連成して計算を行うことができる LES-Stochastic two-way Model の体系を構築した。このモデルにより、浮遊砂等の固体粒子群混相下の乱れの増減を含む固液相互作用を適切に見積もることができる。研究報告会では、このモデルの妥当性を示す予定である。

参考文献

渡部靖憲・森憲広・佐伯浩 (1998); 碎波の 3 次元 Large Eddy Simulation, 海岸工学論文集, 第 45 巻 pp146-150

渡部靖憲・松本卓・佐伯浩 (1998); 砂漣上の三次元波動乱流境界相流れの力学特性, 海岸工学論文集, 第 50 巻 pp71-75

渡部靖憲 (1996); 種々の波浪条件における流体運動機構に関する研究 pp97-122