

木橋の破壊確率シミュレーション

Simulation of failure probability of timber bridges

函館工業高等専門学校 ○学生員 齊藤貴信(SAITO Takanobu)
 函館工業高等専門学校 正員 平沢秀之(HIRASAWA Hideyuki)

1. まえがき

近年、二酸化炭素等による地球温暖化が大きな社会問題となっており、あらゆる分野において地球温暖化を改善しようとする試みや取り組み等が積極的に行われている。橋梁建設の分野でも同様の取り組みがなされており、その中で地球環境負荷が少ない建設材料として考えた場合、木材は繰り返し生産することが可能であり、二酸化炭素を吸収し蓄えることができるため、地球温暖化の面から見ても非常に優良な材料であるといえる。このようなことからわが国でも地球環境に特質した特徴を持つ木材が使用された近代木橋等が建設されるようになってきている。

橋を設計するために用いられている方法として許容応力度設計法がある。これは、従来から用いられている方法であるが、高い安全率が考慮されているためコストの面で不経済な設計となる場合もある。また、確保したい安全性がどの程度であるかを把握することができない等の欠点を有する。これに対し、信頼性設計法では構造物の破壊確率を設計時の目標とする破壊確率以下とすることで、安全性を確保することが可能となる。この設計法は、安全性を数値的に明確に表すことができるため、合理的な方法であると言える。

日本では、近代木橋が本格的に建設されるようになってわずか 18, 9 年程度しか経っていないが、この間に設計された木橋はほとんど従来からの許容応力度法によるものである。木質材料のような強度にばらつきが存在する場合は、信頼性設計による方が望ましく平成 17 年には限界状態設計法を全面的に採用した手引¹⁾が発刊されている。本研究では、材料のばらつきと荷重のばらつきを考慮し所定のばらつき分布となるようにシミュレーションを実施して木橋の断面決定及び破壊確率を算定している。設計に際しては、歩道橋と車道橋を対象とし、それぞれの破壊確率が目標とする値以下となるときの主桁断面を求めるための設計計算を行った。

2. 荷重のばらつき

2.1 歩行者荷重

歩道橋の設計計算に用いる歩行者荷重を求めるために、歩行者一人当たりの体重を擬似乱数によって決定する。このときの歩行者一人当たりの体重の平均値と標準偏差を函館工業高等専門学校に通う学生 1058 人の体重のデータから平均値を 63.07[kg](=618[N])、標準偏差を 13.13[kg](=129[N])とした。図-1 は高専生の体重データより作成したヒストグラムである。図中の曲線は、グンベル分布の確率密度関数であり、一般式は次式で表される。

$$f(x) = ae^{-a(x-b)} \cdot \exp[-\exp\{-a(x-b)\}] \quad (1)$$

ここで、 a 、 b は平均値と標準偏差から求められた係数である。 a と b は次式から求められる。

$$b = -\mu + \frac{\gamma}{a}, \quad a = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma} \quad (2a, b)$$

ここで、 μ は平均値、 σ は標準偏差、 γ はオイラー定数である。図-1 の確率密度関数は、(2)式より係数 a は 0.098 [kg⁻¹]、係数 b は 57.2[kg]となり次式で表される。

$$f(x) = 0.098e^{-0.098(x-57.2)} \cdot \exp[-\exp\{-0.098(x-57.2)\}] \quad (3)$$

図より、高専生の体重データのヒストグラムがグンベル分布に非常にフィットしているということがわかる。これより、歩行者一人当たりの体重の確率密度分布をグンベル分布と仮定する。

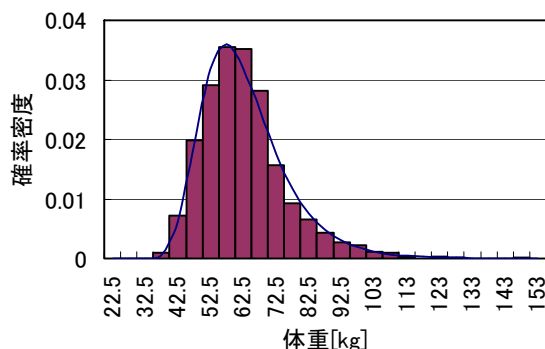


図-1 高専生の体重のヒストグラムと確率密度分布

2.2 雪荷重

積雪は毎年ランダムに変動していることから、これに伴い橋に載荷する荷重も変動している。そこで、本研究では橋の積雪を擬似乱数によって決定する。このときの積雪量の平均値と標準偏差を函館地域の 1962 年から 2005 年までの年最深積雪のデータからそれぞれ 43.63[cm]、15.05[cm]とした。図-2 は函館地域の最深積雪データより作成したヒストグラムである。図中の曲線は、グンベル分布の確率密度関数であり、次式で表される。

$$f(x) = 0.085e^{-0.085(x-36.9)} \cdot \exp[-\exp\{-0.085(x-36.9)\}] \quad (4)$$

図より最深積雪のヒストグラムがグンベル分布に近いということがわかる。これより、歩道橋と車道橋の設計を行うために用いる最深積雪の確率密度分布をグンベル分布と仮定する。

2.3 T 荷重

車道橋の設計計算に用いる T 荷重の値を擬似乱数によって決定する。文献 2)より輪重の確率分布はグンベル分布によく一致するということから、本研究で用いる T 荷

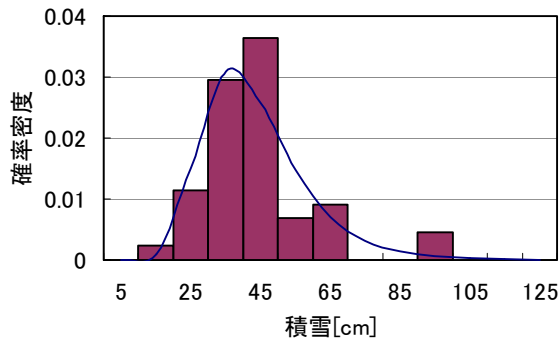


図-2 函館の最深積雪のヒストグラムと確率密度分布

重の確率分布をグンベル分布と仮定する。このときの T 荷重の平均値と標準偏差は、それぞれ 1.99[tf](=19502[N])、1.77[tf](=17346[N])とし、確率密度関数は次式となる。

$$f(x) = 0.72e^{-0.72(x-1.19)} \cdot \exp[-\exp\{-0.72(x-1.19)\}] \quad (5)$$

3. 材料強度のばらつき

本研究で検討対象とする歩道橋は、強度等級が E65-F225 のスギ集成材を使用する。歩道橋に使用したスギ集成材の曲げ強度の確率分布を正規分布に従うものと仮定して、擬似乱数によって決定した。図-3(a)は、スギ集成材の曲げ強度の確率分布で、正規分布と仮定する。E65-F225 の曲げ強度 $\sigma_R=22.5$ [N/mm²]は 5%下限値をとる。この値を用いて次式により平均値を算定する。

$$\frac{x - \mu}{V\mu} = z \quad (6)$$

ここで、 x は曲げ強度、 μ は平均値、 V は変動係数、 z は標準正規分布である。(6)式より、スギ集成材の曲げ強度の平均値は 29.9[N/mm²]となった。そして、変動係数を 0.15 と仮定し、平均値に乗じて標準偏差を求めたところ 4.48[N/mm²]となった。

次に、車道橋は強度等級が E95-270 のカラマツ集成材を使用する。車道橋に使用したカラマツ集成材の強度の確率分布は正規分布に従うものと仮定して、擬似乱数によって決定した。図-3(b)は、カラマツ集成材の曲げ強度の確率分布である。このように仮定すると E95-F270 の曲げ強度 $\sigma_R=27$ [N/mm²]は 5%下限値をとる。この値を用いて(6)式より平均値を求めた結果、35.9[N/mm²]となった。そして、変動係数 0.15 を平均値に乗じて求められた標準偏差は 5.39[N/mm²]である。

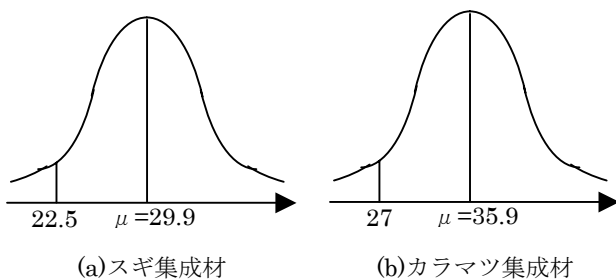
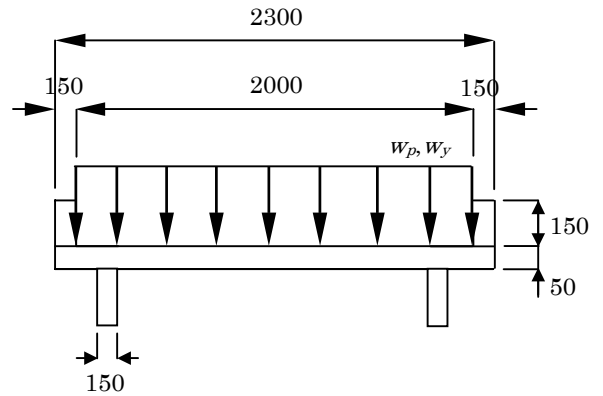
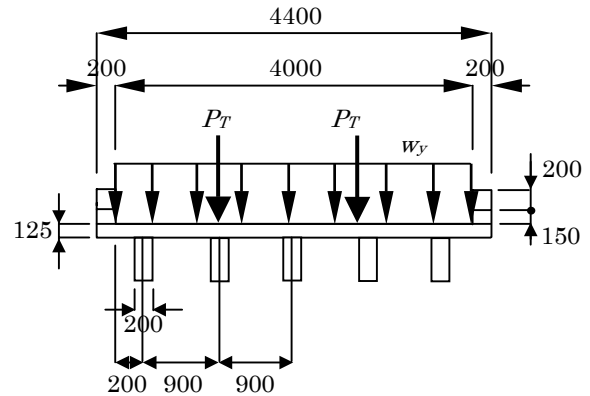


図-3 集成材の曲げ強度の確率分布



(a) 歩道橋



(b) 車道橋

図-4 断面図

表-1 断面寸法[mm]

	歩道橋	車道橋
幅員	2000	4000
床版厚	50	125
アスファルト厚	—	70
支間長	4000	5600
主桁幅	150	200

4. 設計計算による破壊確率の算定

4.1 歩道橋・車道橋の断面寸法

本研究で試設計を行う歩道橋は 2 主桁橋であり、木材のみの構造とする。車道橋は主桁本数が 5 本の桁橋とし、路面はアスファルト舗装されていると仮定する。歩道橋と車道橋のそれぞれの断面図と荷重の載荷位置は図-4 に示す通りである。また、表-1 は歩道橋と車道橋のそれぞれの断面寸法である。図中の w_p は歩行者荷重、 w_y は雪荷重、 P_T は T 荷重とする。

4.2 歩道橋の破壊確率の算定

許容応力度設計法によって歩道橋の主桁断面の高さを算定した。このとき、歩行者荷重は 3500[N/m²]、雪荷重は 3500[N/m²]とした³⁾。また、スギ集成材の許容応力度 7.4[N/mm²]とした⁴⁾。歩道橋の設計計算を行った結果、主桁の断面の高さが 305[mm]となった。

次に、信頼性設計法において目標とする破壊確率を 0.005 以下とし、破壊確率が目標値以下となるような歩道橋の主桁断面の高さを求めるために、10000 個の擬似乱数

を生成しシミュレーションを行った。次式は一様乱数からグンベル分布へ変換するために用いた式である。

$$y = \exp[-\exp\{-a(x-b)\}]$$

$$x = b - \frac{1}{a} \log(-\log y) \quad (7)$$

ここで、 y は一様乱数である。

1m² 当りに最大 6 人の歩行者が載ると仮定し、単位面積当たりの歩行者荷重の算定をし、歩行者荷重の曲げモーメントを算定した。図-5 は歩行者荷重の確率密度分布の一例である。

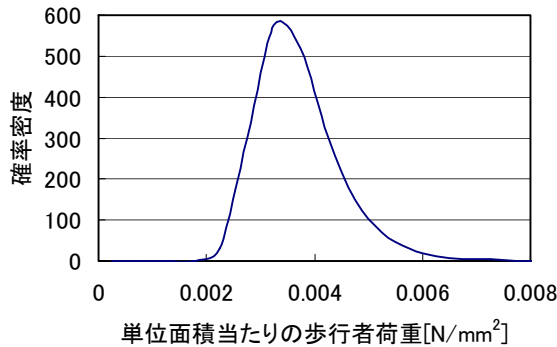


図-5 歩行者荷重の分布例

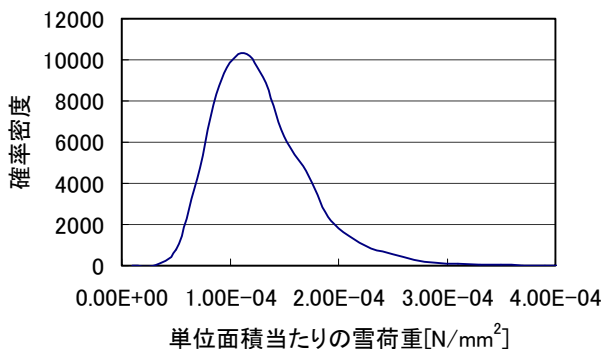


図-6 単位面積当たりの雪荷重の分布例

雪荷重も同様に、函館地域の積雪データから求められた平均値 43.63[cm]と標準偏差 15.05[cm]を用いて、積雪を擬似乱数により決定した。決定した積雪と床版の面積、雪の密度から橋に載荷する荷重を求め、これから単位面積当たりの雪荷重を算定し、雪荷重の曲げモーメントを算定する。ここで、文献 2)より雪の単位体積重量を 297[N/m³]とした。図-6 は雪荷重の確率密度分布の一例である。

歩行者荷重、雪荷重の曲げモーメントと死荷重の曲げモーメントから、歩道橋の全曲げモーメント M が得られる。この値から次式によって荷重による応力 σ_s が求められる。

$$\sigma_s = \frac{M}{I} y \quad (8)$$

ここで、 I は断面二次モーメント、 y は桁断面の上下縁から中立軸までの距離である。

一方、スギ集成材の曲げ強度から強度による応力 σ_R が求められる。図-7 は、荷重による応力 σ_s と強度による応力 σ_R の確率分布の一例を表したものである。

歩道橋の破壊は、荷重による応力 σ_s が強度による応力 σ_R より大きな値となったときと仮定する。すなわち 1 万回のシミュレーションのうち $\sigma_s \geq \sigma_R$ となる回数をカウントし、その割合を破壊確率とする。表-2 は桁高を変化させて、破壊確率を計算した結果をまとめたものである。桁高を増加させれば破壊確率が低減することがわかる。

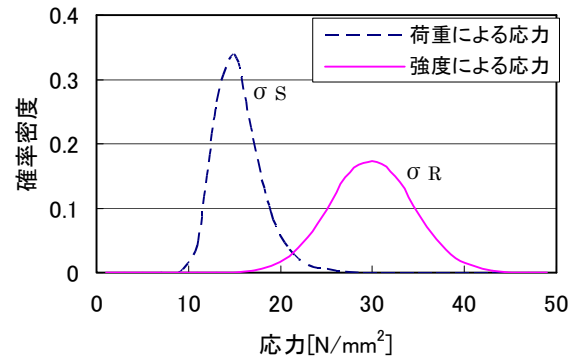


図-7 支間中央断面の曲げ応力

表-2 破壊確率の算定結果

桁高[mm]	破壊確率
150	0.0077
155	0.0047
160	0.0032
165	0.0022
170	0.0013
175	0.0005

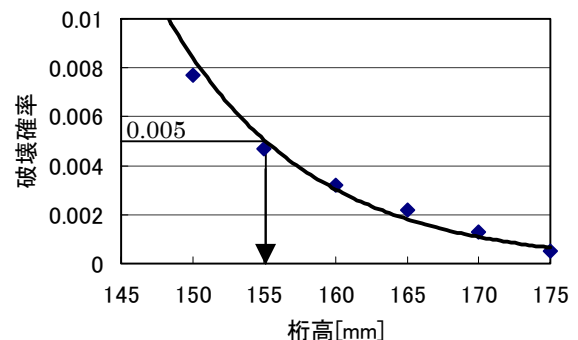


図-8 破壊確率グラフ

図-8 は破壊確率と主桁断面の高さの関係を表したものである。図中の曲線は指数関数近似曲線である。これより、破壊確率と桁の断面の高さの関係は指数関数に近いことがわかる。図-8 より破壊確率が 0.005 となる桁高は 155[mm]となる。一方、許容応力度設計法で得られた桁高 305[mm]は破壊確率が 0.001 より非常に小さい値であることがわかる。

4.3 車道橋の破壊確率の算定

許容応力度設計法によって車道橋の主桁断面の高さの算定を行った。車道橋に載荷させた活荷重は、T 荷重 100[kN]と雪荷重 3500[N/m²]と仮定した³⁾。また、木材の単位体積重量は 8000[N/m³]、カラマツ集成材の許容応力度 σ_a は 8.8[N/mm²]とした⁴⁾。主桁 1 本あたりに分配され

る荷重は影響線を用いて「1-0 法」によって算出した。図-9 は荷重を算定する際の影響線を示したものである。最大の応力を受ける主桁は図-9 の G2, G3, G4 であり、許容応力度設計法では主桁断面の高さが 755[mm]必要であるということがわかった。

次に、信頼性設計法において目標とする破壊確率を 0.005 以下とし、破壊確率が目標値以下となるような車道橋における主桁断面の高さを求めるために、10000 個の擬似乱数を生成しシミュレーションを行った。図-10 は T 荷重の確率密度分布の一例である。雪荷重については歩道橋のときと同様に擬似乱数を用いて算定した。T 荷重、雪荷重、死荷重の曲げモーメントから、(2)式により荷重による応力 σ_s を求める。図-11 は荷重による応力 σ_s と強度による応力 σ_R の確率分布の一例を表したものである。

荷重による応力 σ_s が強度による応力 σ_R より大きな値となったとき車道橋が破壊したと仮定する。すなわち 1 万回のシミュレーションのうち $\sigma_s \geq \sigma_R$ となる回数をカ

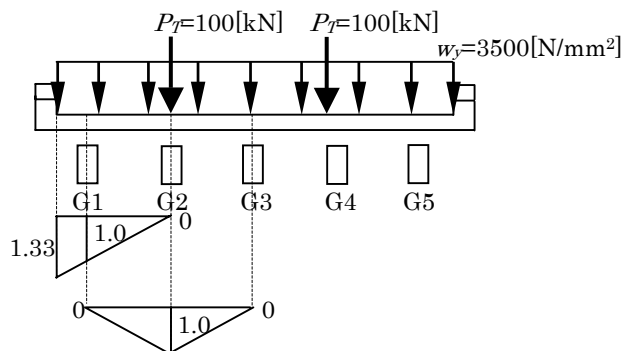


図-9 1-0 法による影響線

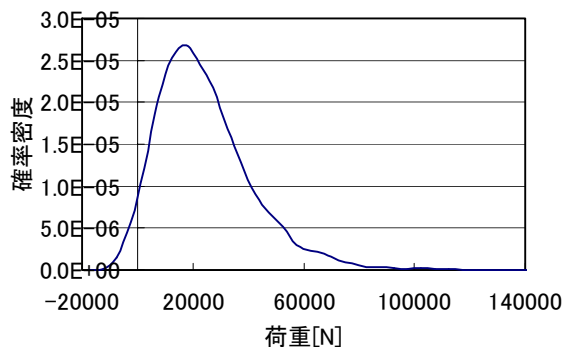


図-10 T 荷重の分布例

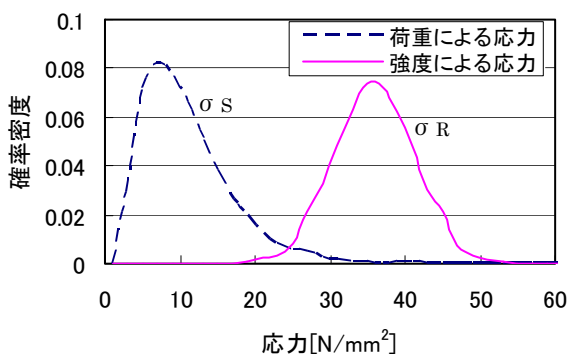


図-11 支間中央断面の曲げ応力

表-3 破壊確率の算定結果

桁高[mm]	破壊確率
340	0.0050
350	0.0034
360	0.0024
370	0.0018
380	0.0015
390	0.0011

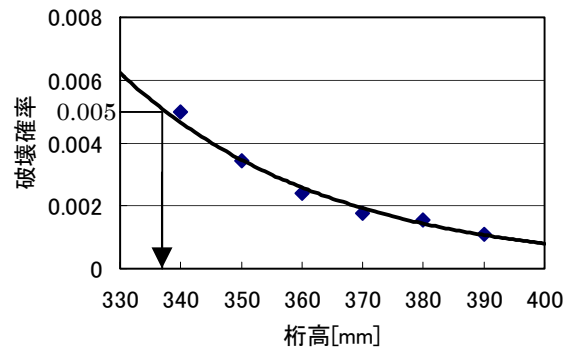


図-12 破壊確率分布

ウントしその割合を破壊確率とする。表-3 は桁高を変化させて、破壊確率を計算した結果をまとめたものである。桁高を増加させれば破壊確率が低減することがわかる。また、図-12 は破壊確率と主桁断面の高さの関係を表したものである。図より破壊確率と主桁断面の高さの関係は指数近似曲線に近いことがわかる。図-12 より破壊確率が 0.005 となる桁高は 336[mm]となる。一方、許容応力度設計法で得られた桁高 755[mm]は破壊確率が 0.001 より非常に小さい値であることがわかる。

5. あとがき

材料のばらつきと荷重のばらつきを考慮し所定のばらつき分布となるようにシミュレーションを実施して木橋の断面決定及び破壊確率の算定を行った。その結果、歩道橋では桁高が 155[mm]程度、車道橋の場合は桁高が 336[mm]程度で目標とする破壊確率である 0.005 以下となった。また、許容応力度設計法から求められた桁高は、歩道橋が 305[mm]、車道橋が 755[mm]となった。歩道橋と車道橋の両方の場合で、許容応力度設計法から求められた桁高の半分程度で目標とする破壊確率を満足することが分かった。これより許容応力度設計法は安全率が高く破壊確率が非常に小さい設計であることが分かった。なお、目標とする破壊確率は任意に定めることができ、安全性をより高く設定することも可能である。

参考文献

- 1) 木橋技術の手引 2005、土木学会鋼構造委員会木橋技術小委員会、2005。
- 2) 木橋技術に関する講習会テキスト・シンポジウム論文報告集、土木学会鋼構造委員会木橋技術小委員会、2001。
- 3) 道路橋示方書・同解説。I 共通編、日本道路協会、2002。
- 4) 今村祐嗣、他：木材・木質材料学、東洋書店、1997。