

慣性力の影響を考慮した熱応力解析

Effect of inertia on thermal stresses

北海道大学大学院工学研究科 ○学生員 久恵 怜子 (Satoko Kyue)
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆 (Takashi Mikami)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 蟹江俊仁 (Shunji Kanie)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 佐藤太裕 (Motohiro Sato)

1. まえがき

従来、構造物の熱弾性問題を解く際、剛性の影響のみが考慮され、慣性力の影響は無視されてきた。しかしながら、構造物が急激な温度変化を受ける場合には、館勢力の影響が変位・応力の応答に現れるものと考えられる。

本研究では、熱弾性問題における変位、応力に与える慣性項の影響について検討することを目的としている。具体的には、平面応力状態でのほりを例にとり、有限要素法を用い、慣性項を考慮した場合としない場合について熱弾性問題を解き、解析結果に相違が現れるか検討した。

2. 解析手法

解析対象となる構造物は、図-1 で示される片持ちばりとする。空間方向の離散化には4 節点アイソパラメトリック要素による有限要素法²⁾を用い、時間方向の離散化には、熱伝導問題ではCrank-Nicolson法、慣性項を考慮した動弾性問題ではNewmark β 法を用いた。またその際の時間刻みのとり方は、前者に関しては安定条件を満たすように、後者に関しては構造物の基本固有周期の 1 / 6 を目安に決定した。構造物の解析諸元に関しては表-1 に示すとおりである。

また、境界条件は $x=0$ で $\phi_1=0^\circ\text{C}$ 、 $x=10$ で $\phi_2=100^\circ\text{C}$ の温度規定とし、初期条件は $0<x<10$ で 0°C とする。

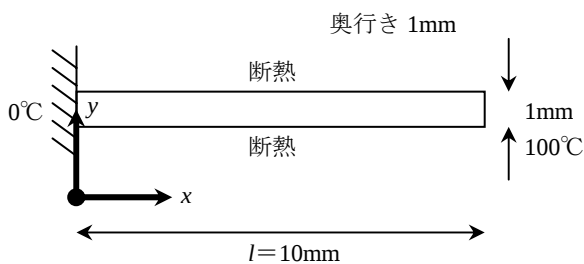


図-1 解析モデル

表-1 解析諸元

熱伝導率 λ (kcal / sec $\cdot$ mm $\cdot$ °C)	5.0×10^{-6}
比熱 c (kcal / kgf $\cdot$ °C)	0.1
密度 ρ (kgf / mm ³)	5.0×10^{-6}
ヤング係数 E (kgf / mm ²)	2.1×10^4
ポアソン比 ν	0.3
線膨張係数 α (1 / °C)	0.11×10^{-4}

3. 解析結果 1 (温度分布)

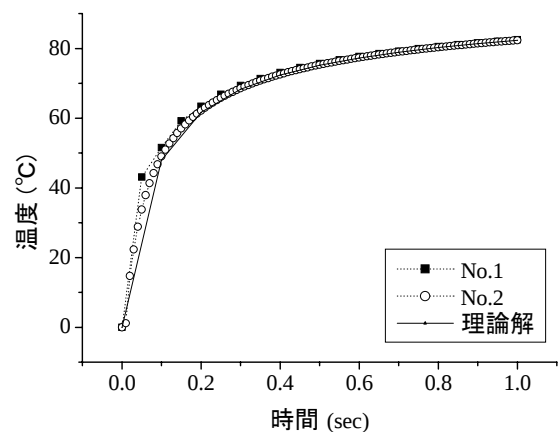
熱伝導解析の結果について示す。解くべき支配方程式は式(1)で表される。

$$[k]\{\phi\} + [c]\left\{\frac{\partial \phi}{\partial t}\right\} = \{f\} \quad (1)$$

ここで $[k]$ は熱伝導マトリックス、 $\{\phi\}$ は節点温度ベクトル、 $[c]$ は熱容量マトリックス、 $\{f\}$ は熱流束ベクトルを表す。エネルギー原理を用いて定式化を行った^{1) 2)}。図-2 では理論解と解析結果の比較を示している。 x の距離にある点の t 秒後の温度 ϕ の理論解は式(2)で表される。

$$\phi(x, t) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) \phi_1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \exp\left(\frac{-n^2\pi^2\lambda t}{c\rho l^2}\right) \quad (2)$$

要素分割数は、No.1 では横 10 分割、縦 1 分割、No.2 では横 20 分割、縦 2 分割の場合を示しているが、熱弾性解析では随時分割数を増やし、節点温度を求めている。時間刻みは、前者では 0.05 秒、後者では 0.01 秒を用いた。

図-2 $x=9\text{mm}$ の点における温度の時間履歴

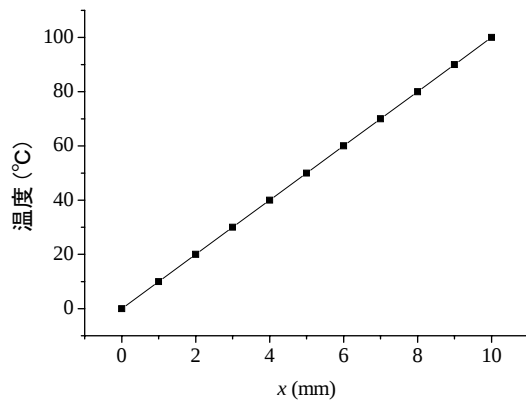


図-3 定常状態での各節点温度

4. 解析結果 2 (変位)

3 で示した熱伝導解析の結果を用いて行った、熱弾性解析の結果について示す。解くべき支配方程式は、式(3)のように慣性項を考慮しない場合と、式(4)のように慣性項を考慮した場合とで表される。

$$[K]\{w\} = \{F\} \quad (3)$$

$$[M]\left\{\frac{d^2w}{dt^2}\right\} + [K]\{w\} = \{F\} \quad (4)$$

ここで $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{w\}$ は節点変位ベクトル、 $\{F\}$ は熱による見かけの節点荷重ベクトル、 $[M]$ は質量マトリックスを表す。エネルギー原理を用いて定式化を行った。Newmark β 法においては、初期変位を 0、初期速度を 0 として解析を行った。

図-4 から図-6 は、慣性項の影響を考慮した場合としない場合の、下縁の $x=9\text{mm}$ における y 軸方向の変位を示している。時刻刻みは、基本固有周期 9.553×10^{-3} 秒の $1/6$ 以下を目安に、0.001 秒とした。分割数はそれぞれ、 x 方向 20 分割・ y 方向 2 分割、 x 方向 40 分割・ y 方向 2 分割、 x 方向 80 分割・ y 方向 4 分割である。また、Newmark β 法における β の値は、 $1/4$ と $1/6$ を検討したが、結果にはほとんど影響しなかった。また、時刻刻みは上に示す値よりさらに小さい場合についても検討を行ったが、これも結果にほとんど影響を与えなかった。

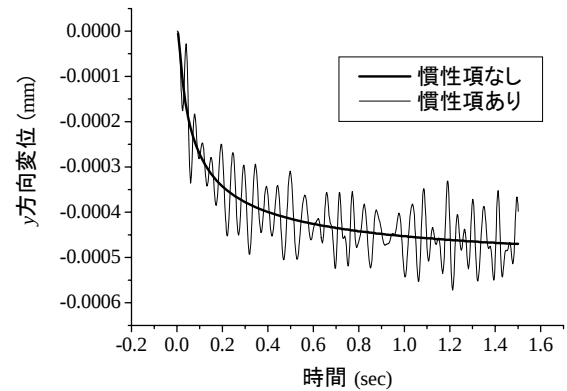
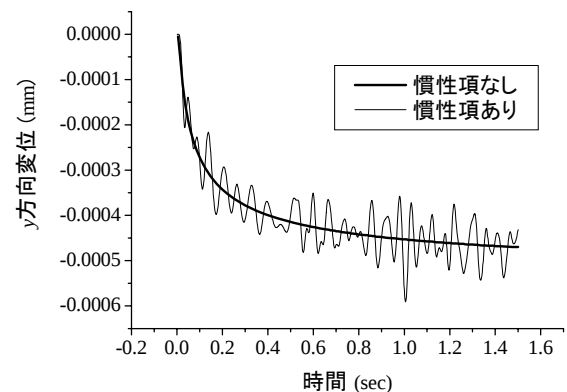
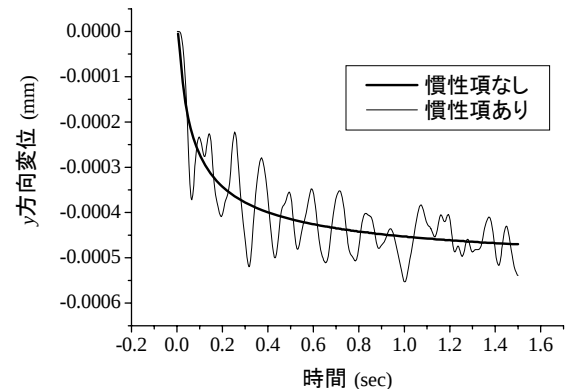
図-4 から図-6 より、慣性項がある場合の結果は、慣性項がない場合の結果を軸に振動している様子が見られる。比較するとわかるように、分割数を大きくすると解の振幅が小さくなり、周期が長くなっている。

5. まとめ

本研究では、熱弾性問題における慣性項の有無による変位の解析結果への影響について検討した。これにより以下の知見が得られた。

慣性項を考慮したときの、

- 1) 変位応答は、慣性項を無視したときの静的解を中心に振動的に変化している。
- 2) 分割数を大きくしていくと、解の振幅が小さくなり、周期が長くなる傾向にある。

図-4 $x=9\text{mm}$ の点における解析結果の比較
 x 方向 20 分割, y 方向 2 分割図-5 $x=9\text{mm}$ の点における解析結果の比較
 x 方向 40 分割, y 方向 2 分割図-6 $x=9\text{mm}$ の点における解析結果の比較
 x 方向 100 分割, y 方向 5 分割

今後は、急激な温度変化を受ける場合等の解析を行い、慣性力の影響を調べる予定である。

参考文献

- 1) 矢川元基, 宮崎則幸: 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, サイエンス社 (1991)
- 2) 鷲津久一郎ら: 有限要素法ハンドブック, 培風館 (1981.9)