

個別要素を用いた弾性連続体モデルに関する解析的検討

Investigation of Elastic Continuum Model using Discrete Elements

北海道大学工学部土木工学科 学生員 ○金 亨基 (Hyeongki Kim)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 佐藤太裕 (Motohiro Sato)
 北海道大学大学院工学研究科 正 員 蟹江俊仁 (Shunji Kanie)
 北海道大学大学院工学研究科 フェロー 三上 隆 (Takashi Mikami)

1. まえがき

個別要素法は岩盤や粉粒体などの不連続体解析はもちろんのこと、連続体の破壊解析にも広く用いられる手法である。しかしながら連続体を個別要素の集合体としてモデル化した場合、高ポアソン比の連続体を正確にモデル化できないことが指摘されている^{1), 2)}。またどの程度の要素分割が妥当であるかは破壊性状により議論される傾向がある。しかしそもそも連続体の挙動が正しくモデル化されなければ、破壊解析自体の信頼性も低いものとなると考えられる。上記の点から本研究では、個別要素による連続体のモデル化を、弾性論による観点から解析的に検討することを目的とする。

2. 個別要素を用いた弾性連続体モデルの表現

本研究では、図-1 に示す等径六角形最密配列によりモデル化された弾性連続体について考える。要素と要素の間を図-2 に示す 2 つのばね (Normal spring, Shear spring) が結んでいるとし、これらによる、要素間の力伝達が行なわれるとする。

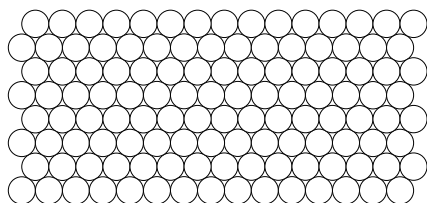
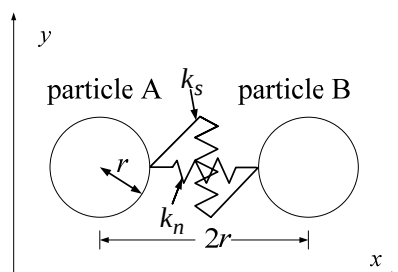


図-1 要素配列 (等径六角形最密配列)

図-2 隣接する2要素の関係
(k_n : 法線方向ばね、 k_s : せん断ばね)

過去の研究^{1), 2)}によると、平面ひずみ状態と平面応力状態について、ばね係数と弾性係数 E とポアソン比 ν との関係式が次式のように誘導されている。

(平面ひずみ)

$$k_n = \frac{E}{\sqrt{3}(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (1)$$

$$k_s = \frac{E(1-4\nu)}{\sqrt{3}(1-2\nu)(1+\nu)}$$

(平面応力)

$$k_n = \frac{E}{\sqrt{3}(1-\nu)} \quad (2)$$

$$k_s = \frac{E(1-3\nu)}{\sqrt{3}(1-\nu)}$$

これより平面ひずみ状態では $\nu > 1/4$ 、平面応力状態では $\nu > 1/3$ の場合せん断ばね定数が負の値となる。

3. 数値解析例と考察

ここでは解析ケースとして、図-3 に示す正方形に近い平面ひずみ状態の弾性体が均一な軸圧縮応力を受ける場合と、図-4 に示す平面応力状態の片持ち梁の先端に荷重がかかる場合について解析、検討を行う。

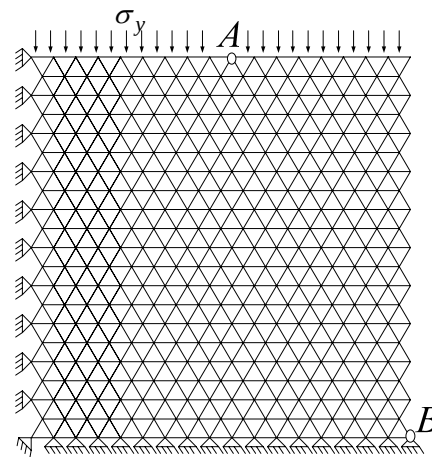


図-3 Case-A (一定の軸応力が作用する場合)

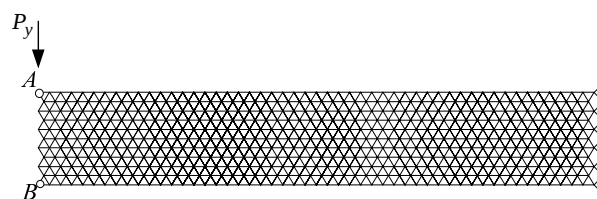


図-4 Case-B (先端に荷重を受ける片持ち梁)

表－1 (a) 要素分割の違いによる変位の比較

(Case-A, $\nu = 0.01$)

	Point A		Point B
	$\delta_x E / \sigma_y W$	$\delta_y E / \sigma_y W$	$\delta_x E / \sigma_y W$
要素分割 17×20	0.0097	-1.0006	0.0141
要素分割 34×50	0.0064	-1.0001	0.0118
要素分割 68×80	0.0056	-1.0000	0.0109
理論値	0.0053	-1.0000	0.0100

表－1 (b) ポアソン比の違いによる変位の比較

(Case-A, 要素分割 17×20)

		$\nu =$ 0.01	$\nu =$ 0.24999	$\nu =$ 0.4
$\delta_{Ax} E / \sigma_y W$	解析値	0.0097	0.1692	-0.5599
	理論値	0.0053	0.1323	0.2118
$\delta_{Ay} E / \sigma_y H$	解析値	-1.0006	-0.9387	-0.5683
	理論値	-1.0000	-1.0000	-1.0000
$\delta_{Bx} E / \sigma_y W$	解析値	0.0141	0.3000	0.2606
	理論値	0.0100	0.2500	0.4000

表－1 (c) ポアソン比の違いによる変位の比較

(Case-A, 要素分割 68×80)

		$\nu =$ 0.01	$\nu =$ 0.24999	$\nu =$ 0.4
$\delta_{Ax} E / \sigma_y W$	解析値	0.0056	0.1663	0.1408
	理論値	0.0053	0.1323	0.2118
$\delta_{Ay} E / \sigma_y H$	解析値	-1.0000	-0.9379	-0.4058
	理論値	-1.0000	-1.0000	-1.0000
$\delta_{Bx} E / \sigma_y W$	解析値	0.0109	0.3062	-1.6988
	理論値	0.0100	0.2500	0.4000

表－1 (a)～(c)はCase-A, 表－1 (a)～(c)はCase-Bにおける理論値と数値解析による値を,要素分割およびポアソン比を変えて比較したものである. 表－1, 2 (a)はせん断ばね定数が正となる $\nu = 0.01$ の結果を示しているが, この場合では平面ひずみ状態, 平面応力状態とも要素分割の増加とともに変位解が理論値に収束していることがわかる. これらの結果から, 式(1)と(2)の妥当性を確認することができる. また前述の通り, 平面ひずみ状態では $\nu > 1/4$, 平面応力状態では $\nu > 1/3$ の場合せん断ばね定数が負の値となる. 動的解析となる実際の個別要素解析において, ばね定数が負となるモデル化は無意味ではあるが, 静的解析では解の導出が可能であるため, 比較のために得られた変位を示している. 表－1 (b)および(c)はポアソン比の変化による変位の変化を示しているが, ばね定数が負となる $\nu = 0.4$ において解の乱れが生じている. しかし平面応力状態である表－2においてそのような現象は, 平面ひずみ状態ほど顕著にはみられない. これは k_s / k_n の値が平面ひずみ状態の時ポアソン比の増加に伴い顕著に小さくなるためと推察される. ただしこれらの結果から, いずれにしてもばね定数が負となるモデル化は適切とはいえない.

表－2 (a) 要素分割の違いによる変位の比較

(Case-B, $\nu = 0.01$)

	Point A		Point B	
	$\frac{\delta_{Ax} E}{P_y}$	$\frac{\delta_{Ay} E}{P_y}$	$\frac{\delta_{Bx} E}{P_y}$	$\frac{\delta_{By} E}{P_y}$
要素分割 50×10	81.59	646.39	-81.59	646.39
要素分割 100×20	91.02	715.96	-91.02	715.96
要素分割 200×40	95.34	748.66	-95.34	748.66
理論値	98.50	769.80	-98.50	769.80

表－2 (b) ポアソン比の違いによる変位の比較

(Case-B, 要素分割 100×20)

		$\nu =$ 0.01	$\nu =$ 0.33333	$\nu =$ 0.4
$\delta_{Ax} E / P_y$	解析値	91.02	87.08	85.85
	理論値	98.99	98.58	98.50
$\delta_{Ay} E / P_y$	解析値	715.96	689.83	681.47
	理論値	769.80	769.80	769.80
$\delta_{Bx} E / P_y$	解析値	-91.02	-87.08	-85.85
	理論値	-98.99	-98.58	-98.50
$\delta_{By} E / P_y$	解析値	715.96	689.83	681.47
	理論値	769.80	769.80	769.80

表－2 (c) ポアソン比の違いによる変位の比較

(Case-B, 要素分割 200×40)

		$\nu =$ 0.01	$\nu =$ 0.33333	$\nu =$ 0.4
$\delta_{Ax} E / P_y$	解析値	95.34	93.12	92.40
	理論値	98.99	98.58	98.50
$\delta_{Ay} E / P_y$	解析値	748.66	735.38	730.80
	理論値	769.80	769.80	769.80
$\delta_{Bx} E / P_y$	解析値	-95.34	-93.12	-92.40
	理論値	-98.99	-98.58	-98.50
$\delta_{By} E / P_y$	解析値	748.66	735.38	730.80
	理論値	769.80	769.80	769.80

4. まとめ

本研究は個別要素による弾性連続体のモデル化で問題となる要素分割のポアソン比の影響について, 静的解析から検討したものである. 個別要素解析モデルでは, 破壊に至るまでの弾性体としての挙動を正しく表すことが必要であり, 本解析結果は, この観点からも要素分割数を検討する必要があることを示唆している. また特に平面ひずみ状態において高ポアソン比の弾性体をモデル化する場合は何らかの工夫が必要であり, 現在検討中である.

参考文献

- 1) 阿部和久: 個別要素法による連続体解析におけるバネ定数の設定, 土木学会論文集, No.543/I-36, 83-90, 1996.
- 2) D.G.Griffith and G.G.W.Mustoe: Modelling of elastic continua using a grillage of structural elements based on discrete element concepts, Int. J. Numer. Meth. Engng **50**, 1759-1775, 2001.