

ヘルスマニタリングにおける各種構造特性同定法に関する一考察

Consideration on applicability of structural parameter identification methods for structural health monitoring system

北海道大学大学院工学研究科 学生員 澤崎 渉 (Wataru Sawasaki)

北海道大学大学院工学研究科 正員 小幡卓司 (Takashi Obata)

1. まえがき

今日におけるわが国の社会基盤構造物の現状は、ほぼ全てが壮年期から老年期を迎えつつあり、適切な維持管理による基盤施設の延命・長寿命化が望まれている。構造物の維持管理において、現在の時点における健全度・損傷度の把握は極めて重要である。そのため従来から損傷の増大に伴い剛性・減衰等の構造特性が変化するという観点から、振動等のモニタリングに基づいたシステム同定に関する研究が盛んに行われてきた¹⁻⁴⁾。

また、今日における構造物検査の主流である目視点検は高度な知識が要求されるため、何らかのモニタリングシステムを構築し、測定から解析・診断まで一貫して行える容易かつ効率的な手法を早期に確立することが望まれている。そこで本研究では計測手法にカメラを用いた非接触変位計測システムを用い、実験供試体の振動・構造特性の同定実験を行い、ヘルスマニタリングシステムとしての有効性の検討を行うものである。

2. システム同定モデル

本研究では、システム同定を行うための数学モデルとして、状態空間モデルとARモデルを取り扱うこととした。

() 状態空間モデル

動的モデルを記述する一般的な方法である状態方程式に基づく状態空間モデルを構築し、ブラックボックスとしての状態量の同定を進めていく。状態方程式の導出過程は、以下のようなプロセスで行われる。

一般に、他自由度系の運動方程式は、以下のように表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad \dots \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} はそれぞれ質量、減衰、剛性の各マトリックス、 $\mathbf{x}(t)$ は構造物の応答変位、 $\mathbf{f}(t)$ は外力ベクトルである。式(1)から、2つの状態変数、

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{y}_1(t) \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{y}_2(t) \quad \dots \quad (2)$$

を用いて変形すると、

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{y}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \quad \dots \quad (3)$$

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}\mathbf{y}(t) + \mathbf{v}(t) \quad \dots \quad (4)$$

ここで、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\mathbf{K}/\mathbf{M} & -\mathbf{C}/\mathbf{M} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/\mathbf{M} \end{bmatrix}$$

であり、 \mathbf{H} は可観測である状態量に対してのみ 1 で他は 0 のマトリックス、 $\mathbf{v}(t)$ は観測誤差ベクトルである。一般に、式(3)は状態方程式、式(4)は観測方程式あるいは出力方程式

と呼ばれ、これらにより状態空間モデルが構成される。

本研究では同定対象となる状態マトリックス \mathbf{A} を非線形最小 2 乗法にて求める。非線形最小化手法としてガウス・ニュートン法を採用し、MATLAB にてプログラミングを行い、解析を実施した。

() AR モデル

AR (自己回帰) モデルとは、時系列データに基づき将来の時刻における状態を推定するモデルのことで、出力応答を $y(t)$ とすると AR モデルは式(5)で表される。

$$y(t) + \sum_{k=1}^n a_k y(t-k) = e(t) \quad \dots \quad (5)$$

ここで、 $e(t)$ は白色雑音過程であり、 n はモデル次数、 $a_1 \sim a_n$ は AR パラメータである。この AR モデルの特性方程式は、

$$Z^n + a_1 Z^{n-1} + a_2 Z^{n-2} + \dots + a_{n-1} Z + a_n = 0 \quad \dots \quad (6)$$

であり、 n 個の特性根が得られる。特性方程式の根は、

$$Z_k = X_{\text{Re}} \pm iX_{\text{Im}} \quad \dots \quad (7)$$

と表すことができ、この根と振動特性の関係は、

$$h_k \omega_k = -\frac{1}{\Delta t} \ln \sqrt{X_{\text{Re}}^2 \pm X_{\text{Im}}^2}, \omega_k \sqrt{1-h_k^2} = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1} \left(\frac{X_{\text{Im}}}{X_{\text{Re}}} \right) \quad (8)$$

となる。したがって AR モデルの特性根、すなわち固有値より、固有振動数 ω_k 、減衰定数 h_k を推定することが可能である。AR モデルの構築、固有値の算出及び推定振動数・減衰定数の算出は MATLAB を用いた。

3. 振動実験とその解析結果

実験供試体は、図-1 に示す鋼棒に重錘を付加した単純な振動体である。これを振動台に設置し、重錘部分をターゲットとして高速度カメラで撮影し、画像処理により応答変位を算出する。なおカメラのフレームレートは 200fps である。また、振動台と重錘に加速度計を設置し、入力加速度、応答加速度についても計測した。

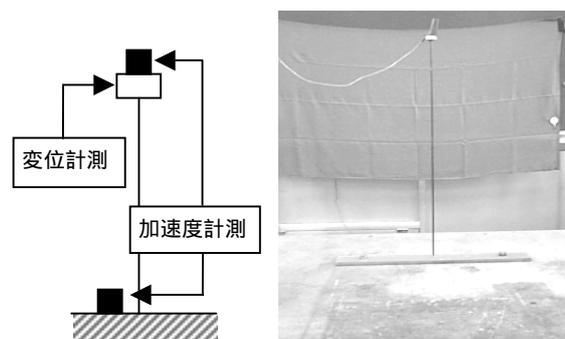


図-1 実験供試体

次に状態空間モデル、AR モデルを用いて構造パラメータ値の推定を行い、その結果から理論値との比較・検討を行う。

() 状態空間モデル

計測した応答変位と同定したパラメータから再現した応答変位を重ねたものを図-2 に示す。再現波形は良く一致している。また表-1 に示す構造パラメータの理論値と推定値に着目すると若干の誤差が確認できる。

誤差が生じた原因として、入出力データの位相差が考えられる。入力加速度と供試体の応答変位は同期していないため、応答加速度データを基準に、可能な限り位相差が小さくなるよう調節した。このため、厳密には入力加速度と応答変位に時差が生じており、同定結果に誤差が生じたものと思われる。

() AR モデル

5.12 秒間の振動データをもとに、次数 $m=50$ の AR モデルを構成した。振動のパワースペクトル密度と AR モデルで推定したパワースペクトル密度を図-3 に示す。スペクトルのピークが一致していることから AR モデルが適正に構成されていると言える。また解析データより固有値の実数部・虚数部を x, y 軸にプロットしたもの(計測回数 $n=15$) が図-4 である。

ここで、推定する固有振動数と減衰定数の上限値を $max=3.0\text{Hz}$ 、減衰定数 $h_k=0.05$ と設定する。これにより固有値の存在領域が指定される。また外力系に由来する固有値は振動によってばらつきが生じるが、構造系は変動が少ないため、先ほど設定した領域内において変動の少ない固有値を抽出することで構造系の固有値が判明する。抽出した固有値より推定した固有振動数、減衰定数の平均値を示したものが表-2 である。固有振動数、減衰定数共に誤差が小さく特に振動数は誤差 1% 未満であり、本手法を用いることで、高精度の振動数推定が可能であることが確認された。

4. あとがき

以上のように、本研究は社会基盤構造物の現状における構造特性を把握するために、実験供試体を使用して振動計測からシステム同定にいたる一連の実験と解析を試みた。その主な結果を要約すると、以下ようになる。

- 1) AR モデルからは高精度の推定値が得られ、ヘルスマニタリングへの適用が可能と考えられる。
- 2) 状態空間モデルは同定結果に若干の誤差が生じたものの、誤差は計測状況によるものと推定され、データ計測手法の改善によって、適用できるものと思われる。
- 3) 上述の結果より、高速度カメラを用いた変位計測手法は、システム同定を用いたヘルスマニタリングの計測システムとして有効であることが確認された。

なお今回は単純模型の振動実験を行ったが、実用化に向けて、今後はより複雑な構造系の損傷評価実験などが必要になるものと考えている。

【参考文献】

1) 松井邦人, 栗田哲史: 応答加速度波を用いた構造特性の同定, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp.689-698, 1989.

表-1 理論値と推定値 (状態空間モデル)

	理論値	推定値
バネ定数 (kg/m)	38.08	40.03
固有振動数 (Hz)	2.560	2.644
減衰定数 (%)	2.0	1.98

表-2 理論値と推定値 (AR モデル)

	理論値	推定値
固有振動数 (Hz)	2.560	2.581
減衰定数 (%)	2.0	2.10

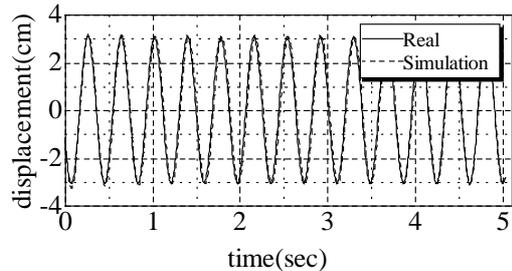


図-2 変位応答

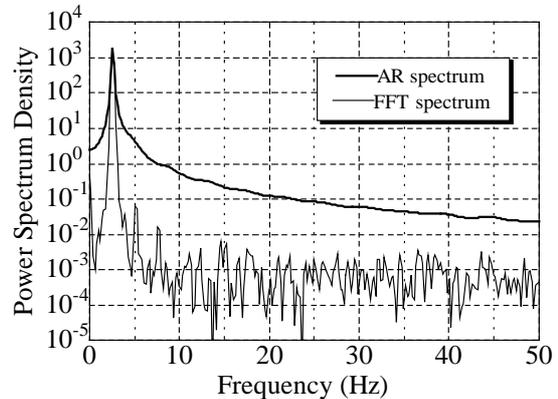


図-3 パワースペクトル密度

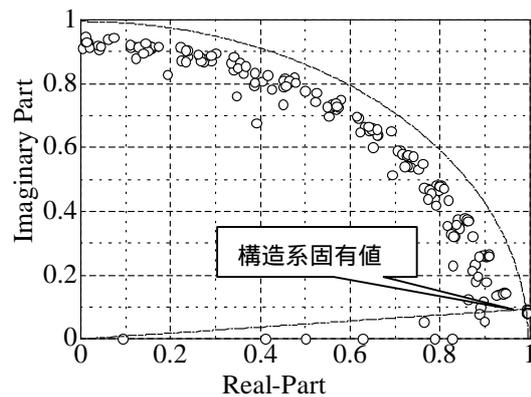


図-4 AR モデル 固有値の分布

2) 丸山収, 相沢洵, 星谷勝: ARMA モデルによる既存構造物の動特性の同定, 土木学会論文集, No.416/I-13, pp.439-447, 1990.

3) 岡林隆敏, 奥松俊博, 中宮義貴: 高精度自動振動数推定システムによる構造物損傷の検知に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol. 51A, pp.479-490, 2005.

4) 土木学会: 橋梁振動モニタリングのガイドライン, 土木学会, 2000.