

剛体バネモデルによるモルタルの時間依存解析

Time-dependent Analysis of Mortar by Rigid Body Spring Method

北海道大学大学院 ○学生員 松本浩嗣 (Koji Matsumoto)
 北海道大学大学院 正 員 上田多門 (Tamon Ueda)
 北海道大学大学院 正 員 佐藤靖彦 (Yasuhiko Sato)

1. まえがき

現在、多くの構造物がその使用寿命を迎えようとしていることから、土木学会においてコンクリート標準示方書「維持管理編」が整備されるなど、維持管理技術の重要性はますます高まってきている。構造物の適切な維持管理体制を構築するためには、構造物の長期的な寿命予測技術が必要であることは言うまでもない。

クリープや疲労といった時間依存的な力学作用は、構造物の長期耐久性能に影響を及ぼす代表的要因のひとつである。それにもかかわらず、コンクリートに代表される建設材料が長期的な力学作用を受けた場合の損傷過程を適切に表現することのできるツールは存在せず、構造物の寿命予測には至っていないのが現状である。

コンクリート材料が長期的な力学作用を受ける場合の損傷過程を適切に表現し得るツールが存在しないのは、その破壊メカニズムが非常に複雑であることが主たる原因である。コンクリートは微視的に見れば骨材、モルタルよりなる複合材料である。それゆえ、力学作用を与えられたコンクリート内部には、モルタル脆弱部や骨材-モルタル界面などに発生する微細クラック周辺に応力集中が生じる。長期的な力学作用下においてそれらは、時間の経過に伴った開放、再分配を繰り返しており、そのことが複雑な損傷過程を支配しているものと思われる。

本研究では、モルタル供試体の時間依存的な離散解析を行い、時間の経過に伴うクラック進展、応力集中-再分配過程を数値的に表現することを試みる。

2. 解析手法

本研究ではモルタル供試体に対して、離散解析のひとつである剛体バネモデルを用いて解析を行った。剛体バネモデルは、コンクリート材料のクラック進展に伴う損傷過程を離散的に表現できる解析手法である⁽¹⁾。剛体バネモデルでは、解析対象は多角形の剛体要素に分割される。各剛体要素は重心において横方向、縦方向、回転方向の三自由度を持ち、また、剛体要素分割面に対して垂直方向およびせん断方向にそれぞれバネ要素が連結される(図-1)。

剛体バネモデルにおいてクラックは剛体要素間の距離で表されるため、要素の分割方法がクラックの進展方向に左右される。本解析ではこの影響を取り除くために、解析対象の要素分割に対して Voronoi 分割(図-2)を適用し、要素形状がランダムとなるようにした。

解析中において、剛性マトリクスは仮想仕事の原理よ

り導かれ、非線形求解法には修正 Newton-Raphson 法を用いている。各要素に生じる残差力の二乗和と内力の二乗和との比が 10^{-5} となったときを収束判定としているが、400 回を収束計算の最大回数と設定しており、繰返し回数が 400 回に達した時点で次のステップへ移行する。また、収束計算終了後に各要素に生じている残差力は、次ステップに足し合わせている。

3. 連結バネの構成則

連結バネは垂直方向、せん断方向の二種類があるが、それぞれが弾性バネ要素とダッシュポット要素の2要素を持っている。そのうち弾性バネ要素については、長井らの提案する構成則⁽²⁾を用いた。

3.1 弾性バネ要素

垂直バネおよびせん断バネの弾性バネ要素の弾性係数は次式で与えられる。

$$k_n = \frac{E_{elem}}{1 - \nu_{elem}^2} \quad (1)$$

$$k_s = \frac{E_{elem}}{1 + \nu_{elem}}$$

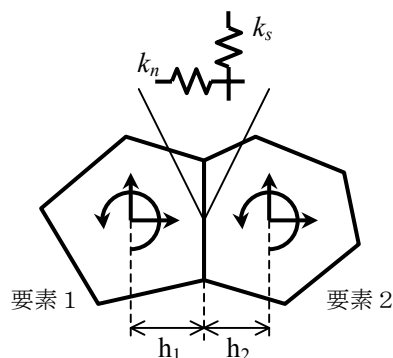


図-1 剛体要素と連結バネ

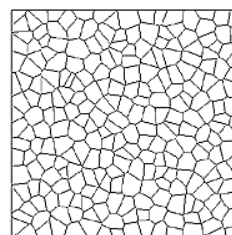


図-2 Voronoi 分割

ここに、 k_n , k_s は垂直バネ、せん断バネの弾性係数、 E_{elem} , ν_{elem} は材料のメソレベル（より微視的な視点）における弾性係数、ポアソン比である。剛体バネモデルではその解析的性質から、巨視的に観察される材料特性とは異なるメソレベル独自のものが必要となる。長井らは、巨視的な弾性係数、ポアソン比とメソレベルにおける弾性係数、ポアソン比との関係を次式のように定めている。

$$\begin{aligned} \nu_{elem} &= 20\nu^3 - 13.8\nu^2 + 3.8\nu \quad (0 \leq \nu \leq 0.3) \\ E_{elem} &= (-8\nu_{elem}^3 + 1.2\nu_{elem}^2 - 0.2\nu_{elem} + 1)E \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 E , ν は巨視的な弾性係数およびポアソン比である。

材料特性としてモルタルの引張強度を入力する際、モルタル自体の不均質性を考慮し、引張強度に次式で示す確率密度関数を用いてバラツキを与えている。

$$\begin{aligned} f(ft_{elem}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(ft_{elem} - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \\ \mu &= ft_{average} \\ \sigma &= -0.2ft_{average} + 1.5 \end{aligned} \quad (3)$$

ただし $ft_{elem} < 0$ のとき $ft_{elem} = 0$

ここに、 ft_{elem} はバラツキを与えられた引張強度、 $ft_{average}$ はモルタルの平均引張強度である。

垂直バネおよびせん断バネは、引張強度または τ_{max} 基準に達するまで弾性である。ひずみ、応力は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\Delta n}{h_1 + h_2} \\ \gamma &= \frac{\Delta s}{h_1 + h_2} \\ \sigma &= k_n \varepsilon \\ \tau &= k_s \gamma \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 ε , γ は垂直バネおよびせん断バネのひずみ、 Δn , Δs は垂直バネおよびせん断バネの変形量、 h_1 , h_2 は剛体要素境界線と各要素の重心までの距離（図-1 参照）である。

垂直バネの応力-ひずみ関係を図-3に示す。圧縮域においては完全弾性となる。垂直バネの応力が引張強度 ft_{elem} に達したときバネは破壊し、その後ひび割れ幅に対して線形の軟化挙動を持つ。また、原点と結ぶ直線を除荷・再載荷経路としている。

せん断バネの応力-ひずみ関係に関しては、垂直バネが未破壊の場合は図-4に示す弾塑性挙動となる。 τ_{max} は垂直バネの状態によって定められ、次式で与えられる。

$$\tau_{max} = \pm \left(0.11 ft_{elem}^3 (-\sigma + ft_{elem})^{0.6} + ft_{elem} \right) \quad (\sigma \leq ft_{elem}) \quad (5)$$

垂直バネが破壊した場合は、せん断応力の値を垂直バネの軟化に応じて低減している。

3.2 ダッシュポット要素

本研究では、ダッシュポットによる粘性項の導入によって時間の経過に伴う変形を表現する。ダッシュポットの連結方法は図-5に示すような弾性バネ要素と直列に連結する Maxwell モデル、弾性バネ要素と並列に連結する Voigt モデルが代表的である。本研究では Maxwell モデル、Voigt モデルそれぞれの連結方法の違いが解析結果に及ぼす影響を調べるため、二種類のモデルを構成則として定めた。ダッシュポットの粘性係数はモルタルの時間依存挙動に対して非常に重要な要因であるが、ここでは簡便に Maxwell 型のダッシュポットの粘性係数を 1,000,000(MPa·sec)、Voigt 型のダッシュポットの粘性係数を 100,000(MPa·sec)とした。また、ひび割れ後は粘性が急激に減少すると考え、ダッシュポットの影響が消失するものとした。

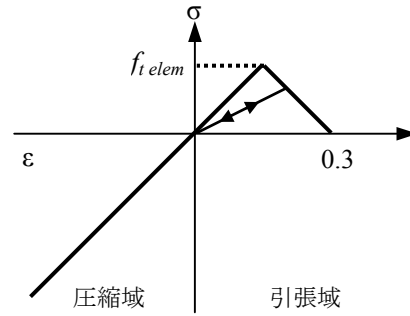


図-3 垂直弾性バネ要素の応力-ひずみ関係

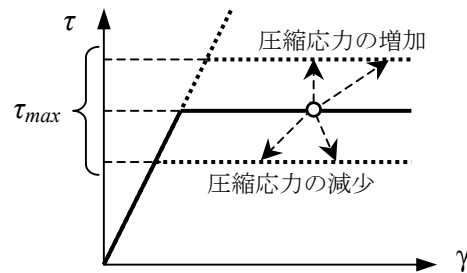


図-4 せん断弾性バネ要素の応力-ひずみ関係

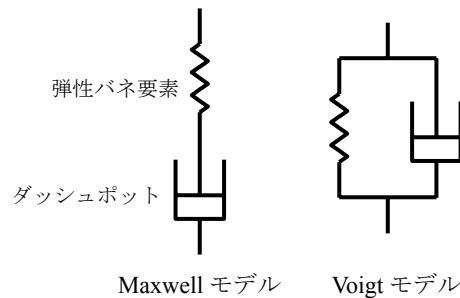


図-5 ダッシュポットの連結方法

4. モルタルの時間依存解析

すべての解析の共通事項として、材料特性（目標圧縮強度 35MPa）、供試体サイズ（100mm x 100mm）、要素分割数（1723 要素）、境界条件（載荷面の横方向拘束なし）を用いた。また、荷重は図－6 のように、垂直方向に載荷した。

4.1 単調載荷解析

(1) 解析ケース

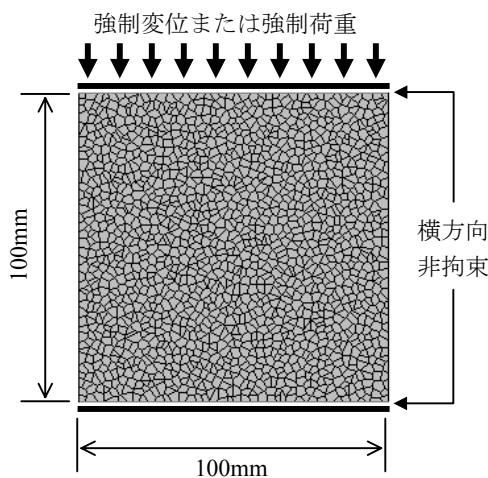
連結バネに対して、弾性バネ要素のみ（非時間依存）、Maxwell モデル、Voigt モデルをそれぞれ適用した3ケースについて単調載荷解析を行った。載荷は変位制御で行い、載荷速度はすべて 50(mic/sec)とした。表－1 に解析ケースを示す。

表－1 解析ケース（単調載荷）

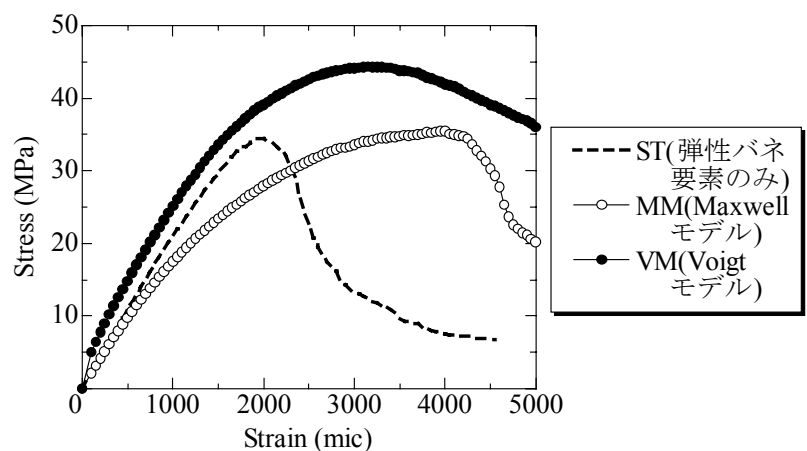
ケース名	連結バネ種類
ST	弾性バネ要素のみ
MM	Maxwell モデル
VM	Voigt モデル

(2) 解析結果と考察

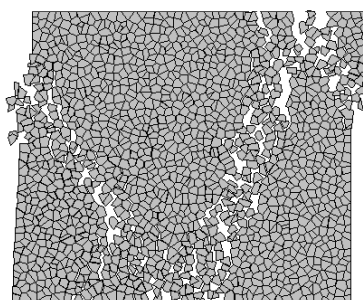
解析により得られた各供試体の平均応力－平均ひずみ関係を図－7 に、変形およびひび割れ状況を図－8 に示す。



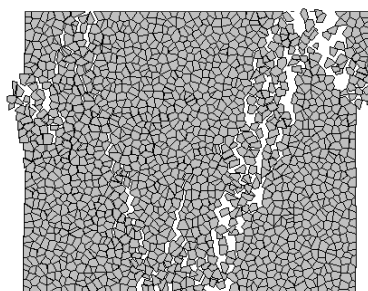
図－6 供試体サイズ、載荷方法



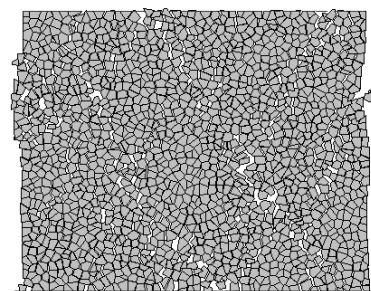
図－7 単調載荷における平均応力－平均ひずみ関係



ST（弾性バネ要素のみ）



MM（Maxwell モデル）



VM（Voigt モデル）

図－8 単調載荷における変形およびひび割れ状況

応力が最大となる地点におけるひずみは Maxwell モデル、Voigt モデルとも弾性バネ要素のみのときと比べて大きくなった。これは、時間の影響によるものと思われる。最大応力は Maxwell モデルでは弾性バネ要素のみのときとほぼ同じであったが、Voigt モデルではそれよりも大きくなった。これは、ダッシュポットを並列に連結しているため、連結バネにダッシュポット寄与分の応力が付加しているためと思われる。剛性については、Maxwell モデルでは弾性バネ要素のみのときよりも小さく、Voigt モデルでは弾性バネ要素のみのときよりも大きくなった。また、Voigt モデルは他のケースよりも分散的なひび割れが観察された。

4.2 クリープ解析

(1) 解析ケース

連結バネに Maxwell モデル、Voigt モデルを適用したケースについてクリープ解析を行った。クリープ応力の大きさは、単調載荷解析にて得た最大応力の 90%とした。また、クリープ応力に達するまでの載荷については、単調載荷と同じ載荷速度となるよう配慮して荷重制御による載荷を行った。表－2 に解析ケースを示す。

表－2 解析ケース（クリープ載荷）

ケース名	連結バネ種類	クリープ応力(MPa)
MC	Maxwell モデル	31.9
VC	Voigt モデル	39.9

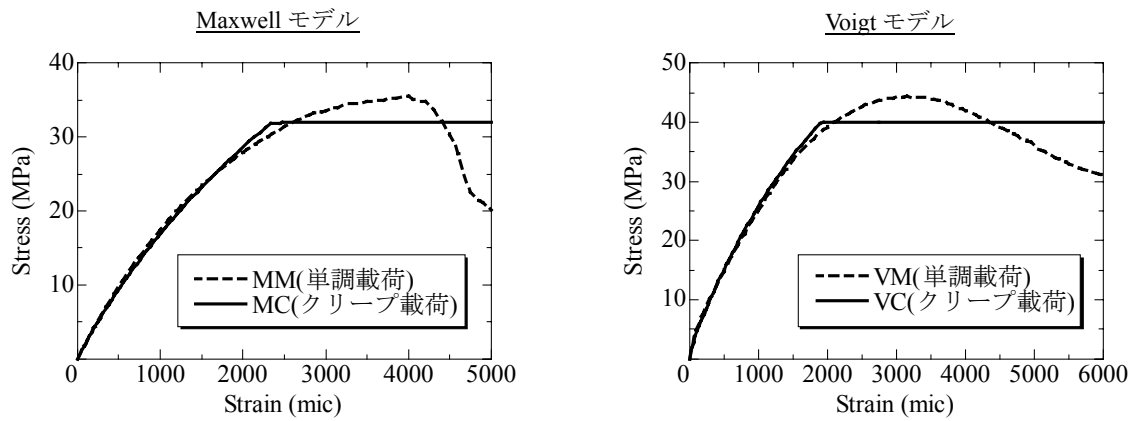


図-9 クリープ荷重における平均応力-平均ひずみ関係

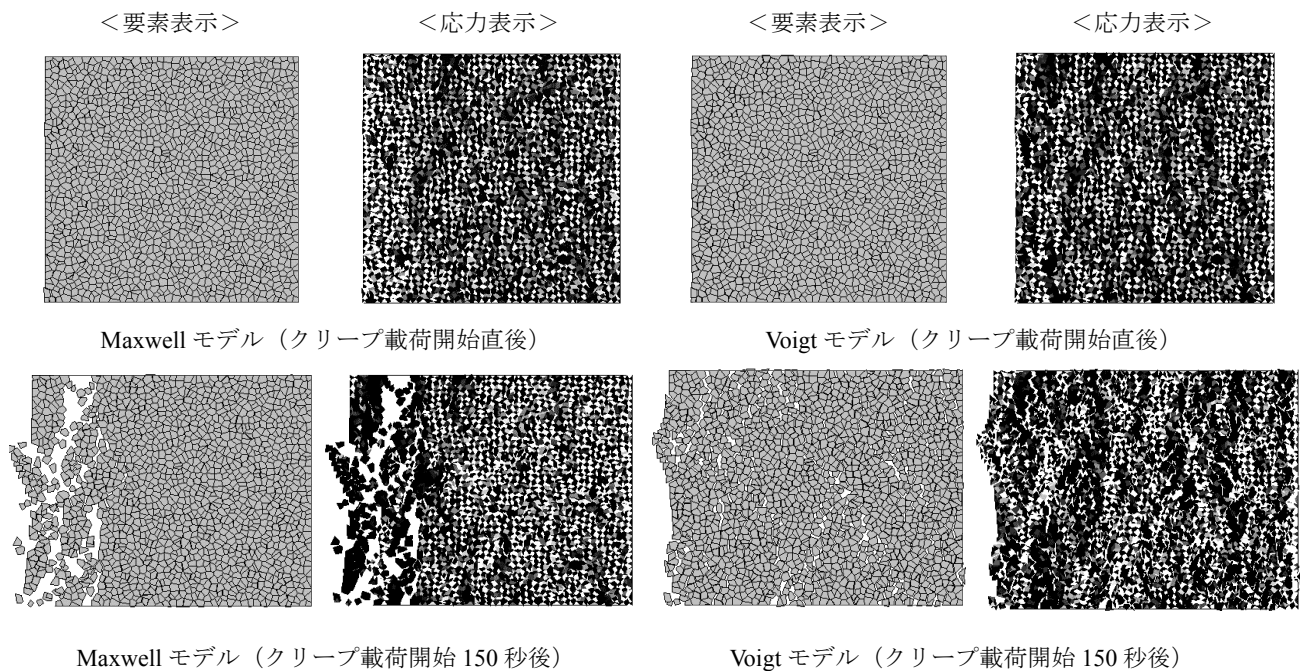


図-10 クリープ荷重における変形，ひび割れ状況および応力分布変化

(2) 解析結果と考察

解析により得られた各供試体の平均応力-平均ひずみ関係を単調荷重のケースとともに図-9に示す。また，クリープ荷重開始直後と開始150秒後の変形，ひび割れ状況および応力分布を図-10に示す。応力分布図においては，白色であるほど大きい応力が発生していることを示している。

Maxwell モデル，Voigt モデルともにクリープ荷重開始直後はほとんどひび割れは見られないが，その後，時間の経過に伴ってひび割れが進展し，破壊部の応力が開放，他の部分への再分配が行われていることがわかる。また，ひび割れ分布に関しては単調荷重と同様に，Voigt モデルを用いた場合に分散的な分布が観察された。

5. 結論

(1) 剛体バネモデルの連結バネにダッシュポットを導入することにより，時間の経過に伴う応力開放，再分

配が表現可能であり，モルタルの時間依存変形を数値的に表現することができる。

- (2) Maxwell モデルを連結バネに用いた場合，弾性バネ要素単体のときよりも剛性は低下するが，最大応力ひび割れ分布に大きな変化は見られなかった。
- (3) Voigt モデルを連結バネに用いた場合，弾性バネ要素単体のときよりも剛性，最大応力ともに増加し，ひび割れ分布がより分散的なものとなった。

参考文献

- (1) Kohei Nagai, "Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by RBSM", *Doctoral dissertation of Hokkaido University*, 2005
- (2) Kohei Nagai, Yasuhiko Sato and Ueda Tamon, "Mesoscopic Simulation of Failure of Mortar and Concrete by 2D RBSM", *Journal of Advanced Concrete Technology*, Vol.2, No.3, 359-374, October 2004