

網走湖における青潮発生に関する数値解析

Numerical analysis of an Aoshio occurrence in Abashiri Lake

北見工業大学大学院 ○学生員 吉田 諭司(Satoshi Yoshida)
 北見工業大学工学部 フェロー 佐渡 公明(Kimiteru Sado)
 北見工業大学大学院 非会員 佃 知樹(Tomoki Tukuda)
 北見工業大学工学部 正員 中尾 隆志(Takashi Nakao)
 北見工業大学大学院 学生員 杉山 一郎(Ichiro Sugiyama)

1. はじめに

道東の汽水湖を代表する網走湖は、近年富栄養化による水質悪化が進んでおり、青潮やアオコなどの水質事故の発生によって大きな被害を受けている。水質改善にあたり、そのメカニズムを解明することが必要である。そのためクロロフィル a 濃度を始めとする、DO、BOD、TP、TN などのさまざまな水質の把握をするために水質シュミレーション解析が重要であり、湖内の鉛直流や鉛直密度分布が計算できる三次元流動モデルが要求される。

本研究では三次元密度流の数値解析を行うにあたり、モデルの基礎式として、非圧縮粘性流体の連続式、静水圧近似の鉛直方向運動方程式、水平方向の運動方程式および密度の拡散方程式を適応した。網走湖における数値解析プログラムについては FORTRAN を用いて開発した。以上から風速・風向に対する青潮発生条件の検討を行った。なお、数値解析を行うにあたり差分法を用いて陰解法で計算する。

2. 三次元密度流の数値解析法¹⁾

2-1 運動方程式・連続式

Navier-Stokes の運動方程式より水平(x,y)方向の流速成分(u,v)を計算する際、すべての流速と水位を陰形式を用いて差分で表現するとこれらの式により構成される未知数の係数マトリックスは膨大な次数となり、一般に優対角にならない。したがってこのような連立一次方式から解を求めることは困難になる。そこで水平方向の運動方程式を鉛直方向に積分して得られる x, y 方向の全水深単位幅流量(以下線流量という)M,N について考え、これらを中央差分(リープ・frog法)し差分式を陰解法によって組み立てる。そして M,N を全領域について求め、次に各格子点においての M, N をそれぞれ層別の u, v について陰解法にて配分する解法を行った。時間レベル(n+1)Δt における M⁽ⁿ⁺¹⁾, N⁽ⁿ⁺¹⁾に関する方程式を格子点(i-1/2,j), (i,j-1/2)で組み立て、それぞれ式(1), (2)に示す。ここで、座標軸の原点を水面にとり i, j はそれぞれ x, y の増加する方向に番号付けするものとし、k は深さ方向に番号付けするものとする。

$$\frac{M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - M_{i-(1/2),j}^{(n)}}{\Delta t} + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1+a}} u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} (u_{i-(1/2)+a,j,k}^{(n)} - u_{i-(3/2)+a,j,k}^{(n)}) \right\}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta y_{j-(1/2)+b}} v_{i-(1/2),j,k}^{(n)} (u_{i-(1/2),j+b,k}^{(n)} - u_{i-(1/2),j-1+b,k}^{(n)}) \right\} \\ & - f \sum_{k=1}^K (h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} v_{i-(1/2),j,k}^{(n)}) \\ & + H_{i-(1/2),j}^{(n)} \frac{g \Delta t}{\Delta x_{i-(1/2)}} \left\{ \frac{M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right. \\ & + \frac{N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} - \frac{M_{i-(3/2),j}^{(n+1)} - M_{i-(1/2),j}^{(n+1)}}{\Delta x_{i-1}} \\ & - \left. \frac{N_{i-1,j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i-1,j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right\} + \frac{(p_{ai,j}^{(n)} - p_{ai-1,j}^{(n)})}{\Delta x_{i-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\rho_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} \\ & + g \rho_{i-(1/2),j,1}^{(n)} \frac{(\zeta_{i,j}^{(n)} - \zeta_{i-1,j}^{(n)})}{\Delta x_{i-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\rho_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} \\ & + \frac{g}{\Delta x_{i-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\rho_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} \left\{ \sum_{l=1}^{k-1} (\rho_{i,j,l}^{(n)} - \rho_{i-1,j,l}^{(n)}) h_{i-(1/2),j,l}^{(n)} \right. \\ & + \left. \frac{1}{2} (\rho_{i,j,k}^{(n)} - \rho_{i-1,j,k}^{(n)}) h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \right\} \\ & - \sum_{k=1}^K \frac{1}{\rho_{i-(1/2),j,k}^{(n)}} (\tau_{i-(1/2),j,k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i-(1/2),j,k+(1/2)}^{(n)}) \\ & - \frac{1}{\Delta x_{i-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{xk} h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \left(\frac{u_{i+(1/2),j,k}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta x_i} \right. \right. \\ & - \left. \left. \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} - u_{i-(3/2),j,k}^{(n)}}{\Delta x_{i-1}} \right) \right\} \\ & - \frac{1}{\Delta y_j} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{yk} h_{i-(1/2),j,k}^{(n)} \left(\frac{u_{i+(1/2),j+1,k}^{(n)} - u_{i-(1/2),j,k}^{(n)}}{\Delta y_{j+(1/2)}} \right. \right. \\ & - \left. \left. \frac{u_{i-(1/2),j,k}^{(n)} - u_{i-(1/2),j-1,k}^{(n)}}{\Delta y_{j-(1/2)}} \right) \right\} \\ & = 0 \quad at(i-(1/2),j) \end{aligned} \quad \cdots(1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i,j-(1/2)}^{(n)}}{\Delta t} \\ & + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta x_{i-(1/2)+d}} u_{i,j-(1/2),k}^{(n)} (v_{i+d,j-(1/2),k}^{(n)} - v_{i-1+d,j-(1/2),k}^{(n)}) \right\} \\ & + \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta y_{j-1+e}} v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} (v_{i,j-(1/2)+e,k}^{(n)} - v_{i,j-(3/2)+e,k}^{(n)}) \right\} \\ & + f \sum_{k=1}^K (h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} u_{i,j-(1/2),k}^{(n)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + H_{i,j-(1/2)}^{(n)} \frac{g \Delta t}{\Delta y_{j-(1/2)}} \left\{ \frac{M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right. \\
& + \frac{N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} - \frac{M_{i-(1/2),j-1}^{(n+1)} - M_{i+(1/2),j-1}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \\
& \left. - \frac{N_{i,j-(3/2)}^{(n+1)} - N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_{j-1}} \right\} \\
& + \frac{(p_{ai,j}^{(n)} - p_{ai,j-1}^{(n)})}{\Delta y_{j-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\rho_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} \\
& + g O_{i,j-(1/2),1}^{(n)} \frac{(\zeta_{i,j}^{(n)} - \zeta_{i,j-1}^{(n)})}{\Delta y_{j-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\rho_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} \\
& + \frac{g}{\Delta y_{j-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\rho_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} \left\{ \sum_{l=1}^{k-1} (\rho_{i,j,l}^{(n)} - \rho_{i,j-1,l}^{(n)}) h_{i,j-(1/2),l}^{(n)} \right. \\
& + \frac{1}{2} (\rho_{i,j,k}^{(n)} - \rho_{i,j-1,k}^{(n)}) h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left. \right\} \\
& - \sum_{k=1}^K \frac{1}{\rho_{i,j-(1/2),k}^{(n)}} (\tau_{i,j-(1/2),k-(1/2)}^{(n)} - \tau_{i,j-(1/2),k+(1/2)}^{(n)}) \\
& - \frac{1}{\Delta x_i} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{xk} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left(\frac{v_{i+1,j-(1/2),k}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta x_{i+(1/2)}} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} - v_{i-1,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta x_{i-(1/2)}} \right) \right\} \\
& - \frac{1}{\Delta y_{j-(1/2)}} \sum_{k=1}^K \left\{ A_{yk} h_{i,j-(1/2),k}^{(n)} \left(\frac{v_{i,j+(1/2),k}^{(n)} - v_{i,j-(1/2),k}^{(n)}}{\Delta y_j} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{v_{i,j-(1/2),k}^{(n)} - v_{i,j-(3/2),k}^{(n)}}{\Delta y_{j-1}} \right) \right\} \\
& = 0 \quad at(i, j - (1/2)) \quad \cdots (2)
\end{aligned}$$

M, N : x, y 方向線流量

$\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$: 差分における空間の格子間隔, 時間間隔

u, v, w : x, y, z 軸方向の流速

t : 時間 $= n \Delta t$

h : 各格子の層厚

f : コリオリ係数

H : 全水深

p_a : 大気圧

g : 重力加速度

ζ : 基準水平面からの水位

ρ : 水密度

τ : セン断応力

A_{xk}, A_{yk} : 第 k 層の水平渦動粘性係数

a, b, d, e : 上流差分をとるためのパラメータ

非圧縮性連続式を鉛直方向に積分し, 差分にした式 (3) 示す. これより式 (1), (2) より求められた $M^{(n+1)}$, $N^{(n+1)}$ を用いて水位 $\zeta^{(n+1)}$ を計算する.

$$\zeta_{i,j}^{(n+1)} = \zeta_{i,j}^{(n)} + \Delta t \left(\frac{M_{i-(1/2),j}^{(n+1)} - M_{i+(1/2),j}^{(n+1)}}{\Delta x_i} + \frac{N_{i,j-(1/2)}^{(n+1)} - N_{i,j+(1/2)}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right) \quad \cdots (3)$$

また水平流速については各コラムごとに $u^{(n+1)}$ および $v^{(n+1)}$ に関する運動方程式を組み立て連立一次方程式を

解くことにより求める. さらに, 求められた $u^{(n+1)}$, $v^{(n+1)}$, $\zeta^{(n+1)}$ を連続式を変形して得られた式に代入することによって下層位より順次 $w^{(n+1)}$ を求めることができる.

2-2 密度の拡散方程式

密度の拡散方程式を鉛直方向に積分し, 差分することによって計算領域すべてにおける密度 $\rho^{(n+1)}$ に関する連立一次方程式 (式 (4.a), (4.b)) を組み立てる. このとき沈降速度は考えないものとし, 擬似拡散係数は拡散係数より小さい値とする.

$$\begin{aligned}
& \rho_{i-1,j,k}^{(n+1)} \left\{ \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} u_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right)^{a=0} + \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i \Delta x_{i-(1/2)}} (D_{xk} - D_{Nx,i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right\} \\
& + \rho_{i,j-1,k}^{(n+1)} \left\{ - \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} v_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right)^{c=0} - \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}}{\Delta y_j \Delta y_{j-(1/2)}} (D_{yk} - D_{Ny,i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) \right\} \\
& + \rho_{i,j,k}^{(n+1)} \left\{ \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} + h_{i,j,k}^{(n+1)}}{2 \Delta t} + \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} u_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right)^{a=0} - \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} u_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right)^{a=1} \right. \right. \\
& + \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} v_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right)^{c=0} - \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} v_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right)^{c=1} + (w_{i,j,k}^{(n+1)})^{e=0} - (w_{i,j,k}^{(n+1)})^{e=1} \\
& + \frac{h_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i \Delta x_{i+(1/2)}} (D_{xk} - D_{Nx,i+(1/2),j,k}^{(n+1)}) + \frac{h_{i-(1/2),j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i \Delta x_{i-(1/2)}} (D_{xk} - D_{Nx,i-(1/2),j,k}^{(n+1)}) \\
& + \frac{h_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)}}{\Delta y_j \Delta y_{j+(1/2)}} (D_{yk} - D_{Ny,i,j+(1/2),k}^{(n+1)}) \\
& \left. - \frac{h_{i,j-(1/2),k}^{(n+1)}}{\Delta y_j \Delta y_{j-(1/2)}} (D_{yk} - D_{Ny,i,j-(1/2),k}^{(n+1)}) + F_{i,j,k-1/2}^{(n+1)} + F_{i,j,k+1/2}^{(n+1)} \right\} \\
& + \rho_{i+1,j,k}^{(n+1)} \left\{ \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} u_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i} \right)^{a=1} - \frac{h_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)}}{\Delta x_i \Delta x_{i+(1/2)}} (D_{xk} - D_{Nx,i+(1/2),j,k}^{(n+1)}) \right\} \\
& + \rho_{i,j+1,k}^{(n+1)} \left\{ \left(\frac{h_{i,j,k}^{(n+1)} v_{i,j,k}^{(n+1)}}{\Delta y_j} \right)^{c=1} - \frac{h_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)}}{\Delta y_j \Delta y_{j+(1/2)}} (D_{yk} - D_{Ny,i,j+(1/2),k}^{(n+1)}) \right\} \\
& + \rho_{i,j,k-1}^{(n+1)} \left\{ (w_{i,j,k}^{(n+1)})^{e=1} - F_{i,j,k-(1/2)}^{(n+1)} \right\} \\
& + \rho_{i,j,k+1}^{(n+1)} \left\{ - (w_{i,j,k}^{(n+1)})^{e=0} - F_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} \right\} \\
& = \frac{(h_{i,j,k}^{(n)} + h_{i,j,k}^{(n+1)}) \rho_{i,j,k}^{(n)}}{2 \Delta t} \quad at(i, j) \quad \cdots (4.a)
\end{aligned}$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned}
D_{Nx,i+(1/2),j,k}^{(n+1)} &= \frac{1}{2} \left\{ u_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)} \Delta x_{i+(1/2)} - (u_{i+(1/2),j,k}^{(n+1)})^2 \Delta t \right\} \\
D_{Ny,i,j+(1/2),k}^{(n+1)} &= \frac{1}{2} \left\{ v_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)} \Delta y_{i+(1/2)} - (v_{i,j+(1/2),k}^{(n+1)})^2 \Delta t \right\} \\
D_{Nz,i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} &= \frac{1}{2} \left\{ w_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} \Delta z_{i+(1/2)} - (w_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)})^2 \Delta t \right\} \\
F_{i,j,k+(1/2)}^{(n+1)} &= \frac{1}{h_{i,j,k-(1/2)}^{(n+1)}} (D_{zk} - D_{Nz,i,j,k+(1/2)}^{(n+1)})
\end{aligned} \right\} \quad \cdots (4.b)$$

D_{xk}, D_{yk}, D_{zk} : 第 k 層の拡散係数

D_{Nx}, D_{Ny}, D_{Nk} : 第 k 層の擬似拡散係数

以上の計算手順を図-1 のフローチャートに示す.

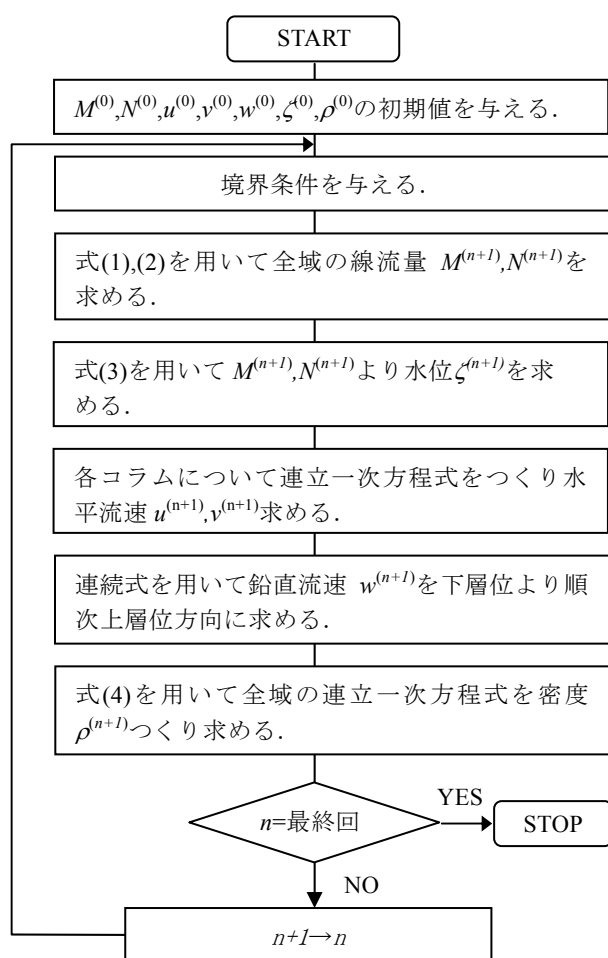


図-1 三次元流動モデルの計算手順

3. 青潮発生に関する数値解析

3-1 網走湖のメッシュ分割および係数

数値解析を行うにあたり格子間隔を $\Delta x = \Delta y = 200\text{m}$, $\Delta z = 0.5\text{m}$ とし網走湖を図-2 のようにメッシュ分割した。また計算に必要な諸係数の値を $\Delta t = 300\text{sec}$, 内部抵抗係数 $\gamma_i^2 = 0.001$, $A_{xk} = A_{yk} = 10\text{cm}^2/\text{s}$, $D_{xk} = D_{yk} = 1.0\text{m}^2/\text{s}$, $D_{zk} = 0.005\text{m}^2/\text{s}$ に定めた。

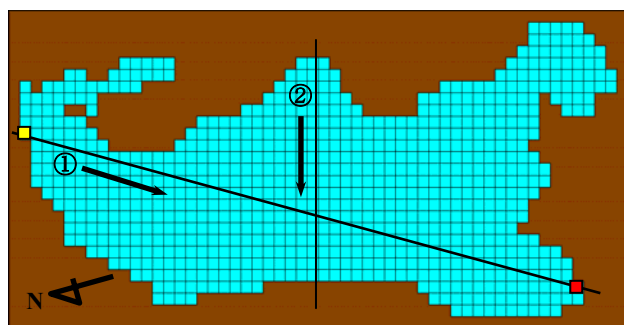


図-2 網走湖メッシュ分割図

3-2 風向、風速の影響

今回は図-2 に示す最長水送距離①および最短吹送距離②における風向でそれぞれ網走湖全域において風速を与え、青潮発生時間まで繰り返し計算を行った。このとき初期条件は静水状態から始め、コリオリ力は考えないものとした。さらに、密度分布の初期値は水深 5m までを 1000kg/m^3 それ以降の水深では 1016kg/m^3 , 風速は一

定値 10m/s とした。なお本研究では任意の水面格子の密度が 1008kg/m^3 に達したとき青潮が発生したと考える。

北寄りの風向①は 3 時間 30 分、東寄りの風向②では 3 時間 50 分で青潮が発生した。①, ②における青潮発生時の様子を図-3~10 に示す。図-5, 10 で青潮発生格子を■で表示する。図-4, 5 より中央付近で水位が下がりその付近の水面密度が大きくなっている。

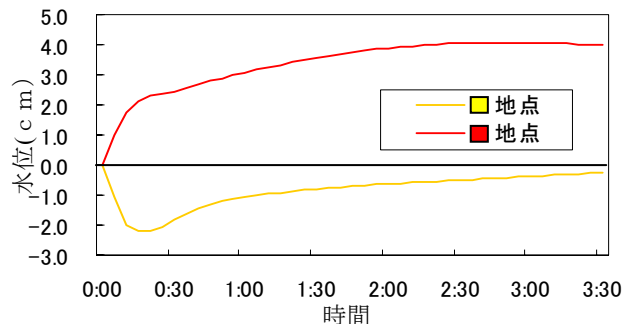


図-3 北寄りの風向①における水位の時系列変化図

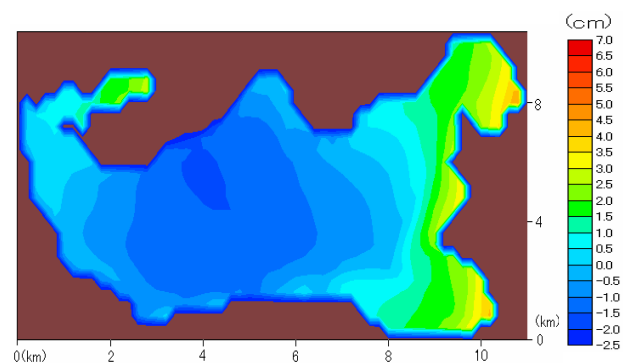


図-4 北寄りの風向①における水位図

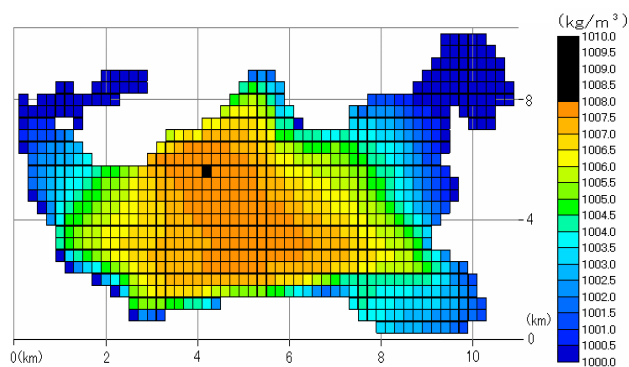
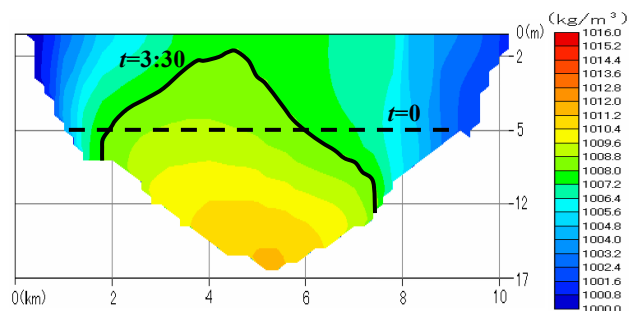


図-5 北寄りの風向①における水面密度分布図

図-6 北寄りの風向①における濁(みお)筋断面密度分布図 (黒の実線, 破線は $\rho=1008\text{kg/m}^3$)

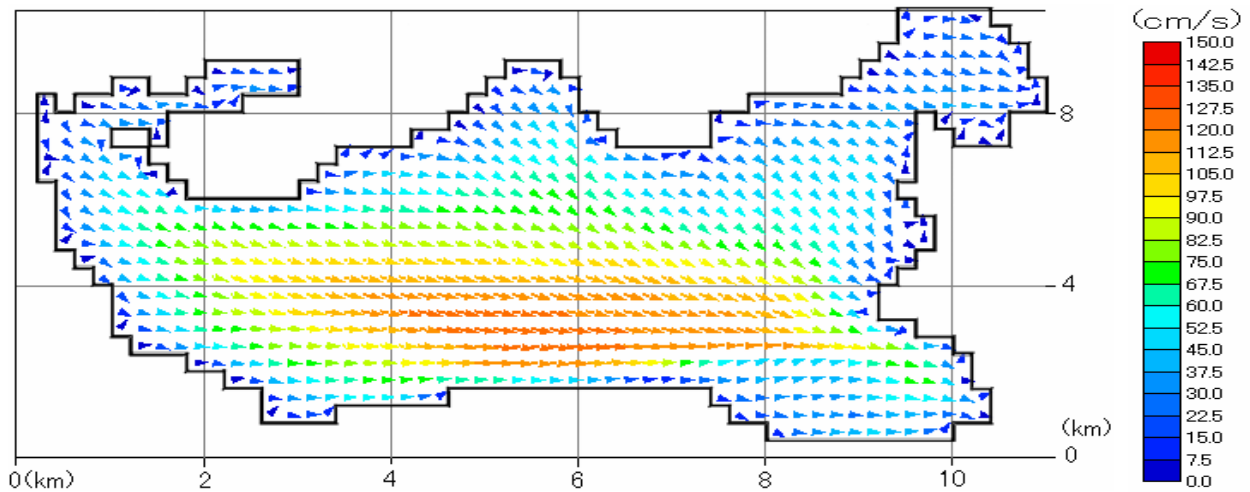


図-7 北寄りの風向①における水面流速ベクトル

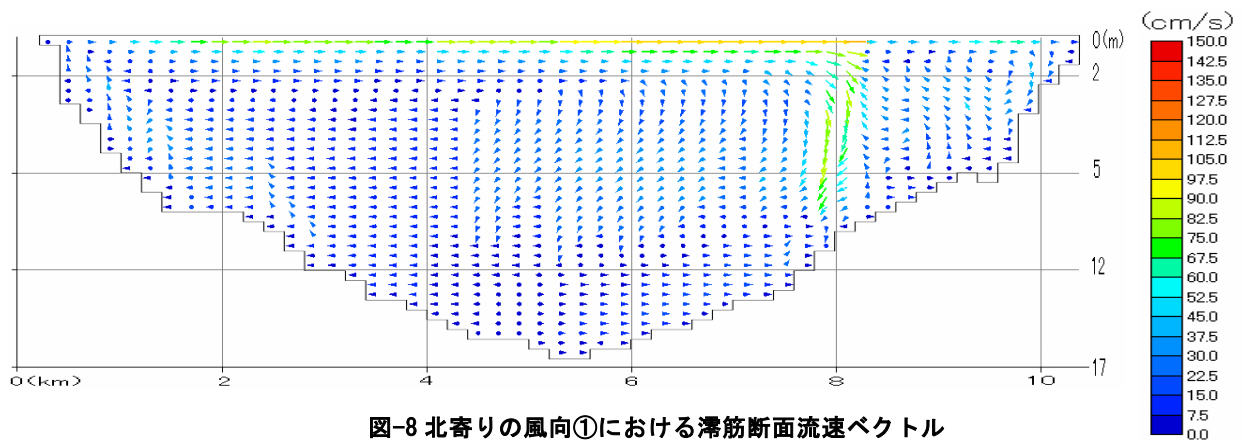


図-8 北寄りの風向①における滞筋断面流速ベクトル

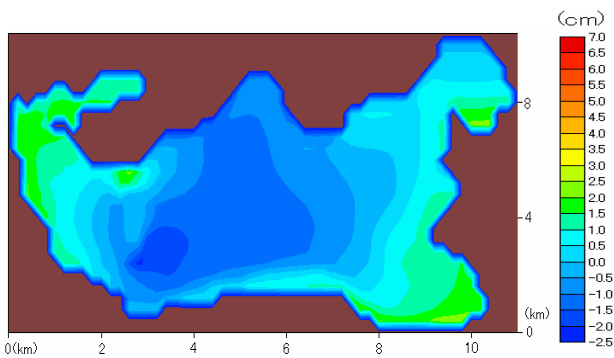


図-9 東寄りの風向②における水位図

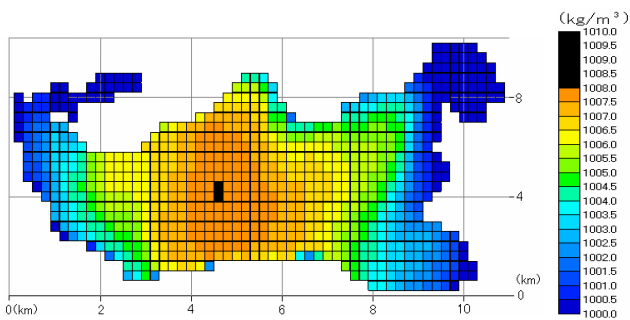


図-10 東寄りの風向②における水面密度分布図

図-6 より鉛直密度分布については風上側から密度の大きい塩水が上昇し始めることがわかる。また図-7, 8 からは表面の流速は風向と同じ向きであるのに対して内部

では表面付近と湖底付近で2層の循環流が発生していることがわかる。青潮発生時間の関係から吹送距離が長くなると青潮が発生しやすいことがわかる。

4. 結 論

短軸方向の東寄りの風向に比べ、長軸方向の北寄りの風向の方が青潮の発生時間が短い。青潮発生格子の水位が低い。青潮発生条件の解明には計算例が少ない。

今後は風速の変化によるセイシュの影響やコリオリ力を考慮するなど計算パターンを増やすとともに、解析結果と現地湖との比較を行い解析精度の向上を図りたい。

参考文献

- 1) 堀江毅：港湾技研資料，No.360，Dec. 1980，pp.102-119.
- 2) 岩佐義朗・井上和也・劉樹坤・阿部徹：琵琶湖流の三次元的な解析，京大防災研究所年報，第 26 号 B-2，4 月 1983，pp.531-542.
- 3) 岩佐義朗：湖沼工学，山海堂，pp.115-129.
- 4) 池永均・向山公人・大島伸介・吉本健太郎・山田正：土木学会論文集Ⅱ，2004-11，No.7755，Ⅱ-69，2004，pp.11-27.
- 5) 網走湖の水質環境に関する調査報告書，網走湖水質保全対策検討委員会，3 月 1996.