

山地小流域の濁度変化に関する数値解析

Numerical analysis of turbidity variation in small mountainous basin

北見工業大学大学院

北見工業大学工学部

専修大学北海道短期大学環境システム科

○学生員 猪狩直也 (Naoya Igari)

フェロー 佐渡公明 (Kimiteru Sado)

正会員 山梨光訓 (Mitsunori Yamanashi)

1. まえがき

融雪時期や夏季の強雨時に河川水の濁度が増加することは良く知られている^{1), 2)}。河川流出時の掃流土砂が流量と相関が高いことは知られているが、wash load の発生の過程を考慮して、損失雨量を考慮した不飽和浸透方程式を用いて、濁度の発生項を拡散方程式で表現した説明は見あたらない。特に濁度発生項はどのような水理量の関数となるか興味のあるところである。

本論文では流出場を斜面(支川)と河道(本川)に分離しないで矩形の単一斜面に集中化し、斜面上の模擬水路の合成により任意河道地点の流量を再現した。次に流出時濁度の濃度フラックスを拡散方程式で表現し、数値計算による濁度の変化型の判定を行った。本研究で用いる「濁度」は濁りを示す尺度として流出時の河川水に混入する物質土粒子、有機物、植物プランクトン等の水中に存在する物質の量を与えるものとする。また、本論文は濁度に注目し計算を行っているが濁度構成物質の輸送量を濁度負荷量として計算し、濃度変化型の種類や流出高と濃度負荷量のヒステリシスループの判別も行う。

2. 集中化した単一斜面模擬水路の濁度の数値解析法

2.1 不飽和浸透流の貯留型モデル^{3), 4)}

(1) 実山地小流域の集中化

河川水の濁度増加の原因は wash load(浮遊砂などの微細な土粒子)の増加、河川水の溶解物質の増加の2つに大別できる^{1), 2)}。不飽和浸透流の流出解析及び、濁度変化を単一の模擬水路で考える。よって、実山地小流域を矩形の単一斜面に集中化し、斜面上の模擬水路の合成により任意河道地点の流量を再現したモデルを図-1 に示す。

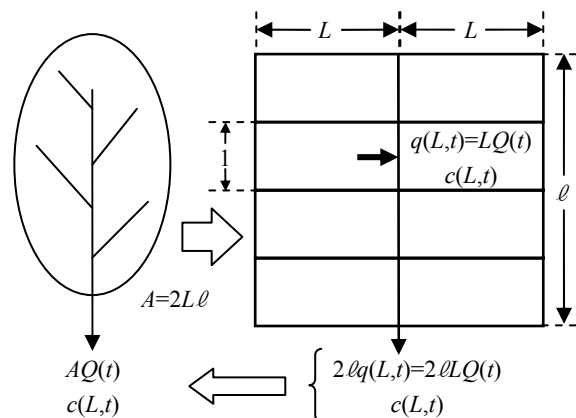


図-1 実山地小流域の単一斜面への集中化した図

(2) 貯留型流出モデル

2次元不飽和浸透流方程式を地表面に垂直方向に積分し損失を考慮することにより、途中の計算を省くが、最終的に次の kinematic wave 型の式が得られる。

$$\frac{d_1^{\frac{\beta_1-1}{\beta_1}} g_s^*}{(k_{s1} \sin \alpha)^{\frac{1}{\beta_1}}} \frac{\partial q^{\frac{1}{\beta_1}}}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \cos \alpha - P \quad (1)$$

ここに、 d_1 : 第1層の土層厚、 β_1 : 第1層の体積含水率と不飽和透水係数の関係を表す定数、 g_s^* : 飽和体積含水率-気乾体積含水率、 t : 時間、 x : 流下距離、 k_{s1} : 第1層の飽和透水係数、 α : 斜面勾配、 q : 単位幅当りの流量、 r : 降水量、 P : 損失高、である。

八田ら^{3), 4)}は、計算が簡単で、有降雨量を推定することなく観測雨量を直接利用できるようにするために式(1)を変形し、次の損失を考慮した貯留型流出モデルを提案している。

$$\frac{dS}{dt} = r - Q - P \quad (2)$$

$$S = K_1 Q^{\beta_1}$$

$$P = \begin{cases} K_2 Q^{\beta_2} & L \leq X_0 \\ K_3 (1 - K_4 Q^{-1}) & L > X_0 \end{cases}$$

ここに、 S : 貯留高、 Q : 流出高、 P : 損失高、 L : 斜面長、 $p_1 = 1/\beta_1$ 、 $p_2 = \beta_2/\beta_1$ 、その他のパラメータ K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 、 X_0 は表-1 の地形、土壌特性値および流出高から得られる。式(2)を Q に関する常微分方程式に変形すると次式が得られる。

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{r - Q - P}{K_1 p_1 Q^{\beta_1 - 1}} \quad (3)$$

表-1 計算に用いた流域特性値

地形	α (rad)	0.5
特性値	L (m)	40
	d (m)	0.5
土壌特性値	a (cm ⁻¹)	0.02
	n	2.0
	$g_s - g_r$	0.3
	$k_{s1} (\times 10^{-3} \text{ cm/s})$	5.0
	β_1	5.0
	$k_{s2} (\times 10^{-5} \text{ cm/s})$	1.0
	β_2	3.0

2.2 拡散方程式の変数分離による濁度計算法

斜面流の損失高を考慮した kinematic wave 式は、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \cos \alpha - P \quad (4)$$

$$q = bh^n \quad (5)$$

ここに、 h は水深である。 b 、 n は流域の流出特性を表すパラメータで、不飽和浸透流 1 次元式(1)と比較して次のように表される。

$$n = \beta_1 \quad (6)$$

$$b = \frac{k_{s1} \sin \alpha}{d^{\beta_1-1} g_s^{\beta_1}} \quad (7)$$

斜面流の単位面積・単位時間当りに河床巻上げや側岸からの側方侵食による濁度物質の発生量を $H_b(\text{ML}^{-2}\text{T}^{-1})$ とすると、この濁度物質の 1 次元の質量保存側は次のように表される。

$$\frac{\partial(hc)}{\partial t} + \frac{\partial(qc)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (D_t \frac{\partial(hc)}{\partial x}) + H_b \quad (8)$$

ここに、 c は濁度、 D_t は乱流拡散係数である。式(8)に式(4)を代入し、 D_t を一定と仮定すると次式が得られる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = D_t \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{H_b}{h} - \frac{c}{h} (r \cos \alpha - P) \quad (9)$$

ここに、 U は平均流速である。式(9)の右辺第 2 項目が濁度発生項、第 3 項目が降雨による濁度希釈項及び損失高による濁度濃縮項を表す。この 2 項の和を H_T とし、 c の 1 次式に整理すると、 $\partial H_b / \partial c = 0$ の場合

$$H_T = \frac{r \cos \alpha - P}{h} \left(\frac{H_b}{r \cos \alpha - P} - c \right) \equiv k(c^* - c) \quad (10)$$

となり、ここに k は濁度希釈係数、 c^* は平衡濁度である。佐渡⁷⁾は、 D_t が小さく $U^2/4D_t$ が k より非常に大きいとき、 D_t の影響を無視できることを示している。このとき、式(9)は次の押し出し流れとなる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{H_b}{h} - \frac{c}{h} (r \cos \alpha - P) \quad (11a)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = k(c^* - c) \quad (11b)$$

式(11b)において、濁度 c は (x, t) 平面の特性曲線上で Δt ごとに異なる c^* に向かって斬近していき、 c^* は時々刻々の平均濁度を表す。式(11a)を数値解析するに当たり、呉ら^{3), 4)}と同様に次の変数分離を仮定し、より扱いやすい常微分方程式に変形する。

$$q(x, t) = xQ(t) \quad (12)$$

$$c(x, t) = xc_*(t) + c_0 \quad (13)$$

ここに、 $Q(t)$ は流出高、 $c_*(t)$ は時間のみの関数で表される濁度、 c_0 は上流端濁度である。式(12)、(13)式(11a)に代入し、式(6)、(7)を考慮し、斜面下流端の $x=L$ を代入すると最終的に次式が得られる。

$$\frac{dc_*(t)}{dt} = K_0^{\frac{1}{\beta_1}} \left[\frac{1}{L} \{ H_b - c_0(r \cos \alpha - P) \} - (Q + r \cos \alpha - P)c_* \right] \quad (14)$$

$$K_0 = \frac{k_{s1} \sin \alpha}{d^{\beta_1-1} g_s^{\beta_1} L Q}$$

初期条件は、全区間の初期濃度を c_0 として、 $c_*(0)=0$ である。 H_b に適当な関数形を与えることにより、2. 2.1 の式(3)と式(14)の連立 1 階常微分方程式を数値解析し、 $x=L$ の流出高と濁度が得られる。

3. 数値計算による濁度変化型

3.1 濁度発生条件

数値計算に用いた流域特性値を表-1 に示す。濁度発生量 H_b として、どのような水理量、濁度の関数形を与えるか、また H_b を出水時のどの時間帯に作用させるかによって濁度の時系列変化は大きく影響される。wash load の予測には流量の 2 乗にはほぼ比例すると言関係式が使われている⁸⁾。これを参考に、濁度の発生量の大きさとして、

$$H_b = \alpha_1 Q^{\eta_1}, (\alpha_1 = 1, 10, 100, 1000, \eta_1 = 2) \quad (15)$$

の組み合わせを与えた。濁度発生時間帯としては、図-2 の三角形降雨に対する出水期間中に対し出水開始から出水終了まで(継続時間 24 時間)を考えた。

単独の降雨・流出計算で得られるハイドログラフと、流出高と濁度を連立させて計算して得られるハイドログラフは同一である。

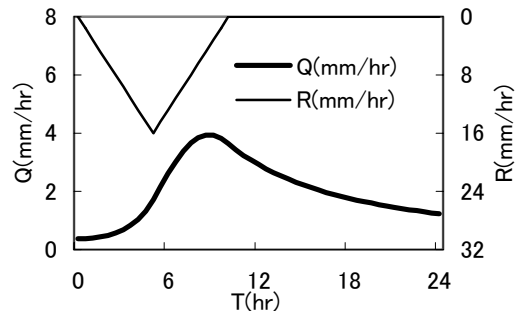


図-2 流出・濁度計算のためのハイドログラフと得られたハイドログラフ

3.2 I ~ V 型の濁度変化型

流出計算の初期条件としては、全層湿潤後に無降雨で 48 時間自然排水を行った状態を用い、図-2 に示す三角形降雨を与えた。ルンゲ・クッタ・ギル法により式(3)、(14)を差分法で解いて得られた結果を図-2、4 に示す。濁度発生量が急変する場合、時間の差分間隔を 0.1hr にすると解が異常値になることがあり、0.05hr として計算した。図-2 は得られたハイドログラフである。濁度変化型は、図-3(縦軸の濁度は初期値 c_0 で割った無次元数)に模式図として示すとおり、次の 5 種類にまとめた。

- I : 流量希釈型 (H_b が弱く降雨により濁度 c_0 以下に希釈)
- II : 流量希釈・前期高濃度型 (最初降雨希釈が強く、その後、短時間の H_b により T_p 以前に濁度ピークが出現し以後濁度は減少する)

Ⅲ：前期高濃度型 ($0 \leq t < T_p$ に作用する初期の H_b が強く最初から濁度が増加し、 T_p 前に濁度ピークが現れそれ以後濁度は減少する)

Ⅳ：流量希釈・後期高濃度型 (最初降雨希釈が強く、その後、長時間作用する H_b が効いて流量ピーク時刻 (T_p) 以後の濁度は c_0 以上に増加)

Ⅴ：後期高濃度型 (全出水期間に作用する H_b が強いいため濁度は全期間増加し T_p 以後に濁度ピークがくる)

図-4 は H_b の開始時刻 T_s を横軸、継続時間 T_{dura} を縦軸に取った濁度変化型の領域判定図である。また、 H_b の終了時刻を T_E とする。これらの図より次の事がわかる。

- $T_{\text{dura}}=0$ は $H_b=0$ を意味し $rcos \alpha - P$ より濁度が希釈されⅠ型となる。
- $T_s=0$ 、 T_E が減水期の場合のみⅤ型が出現し、 T_E が増水期にのみⅢ型が出現している。
- H_b が小さいとⅠ、Ⅳ型であるが H_b が増加するとⅡ、Ⅲ、Ⅴ型へ移行している。さらに T_{dura} が減水期にのみある場合、ⅠからⅣ型へ移行し、 $T_s=0$ で T_E が減水期の場合のみⅠ→Ⅳ→Ⅴと移行している。

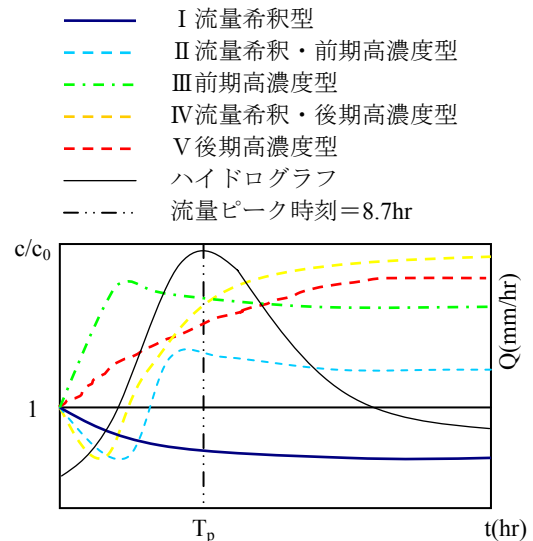


図-3 濁度変化型の模式図

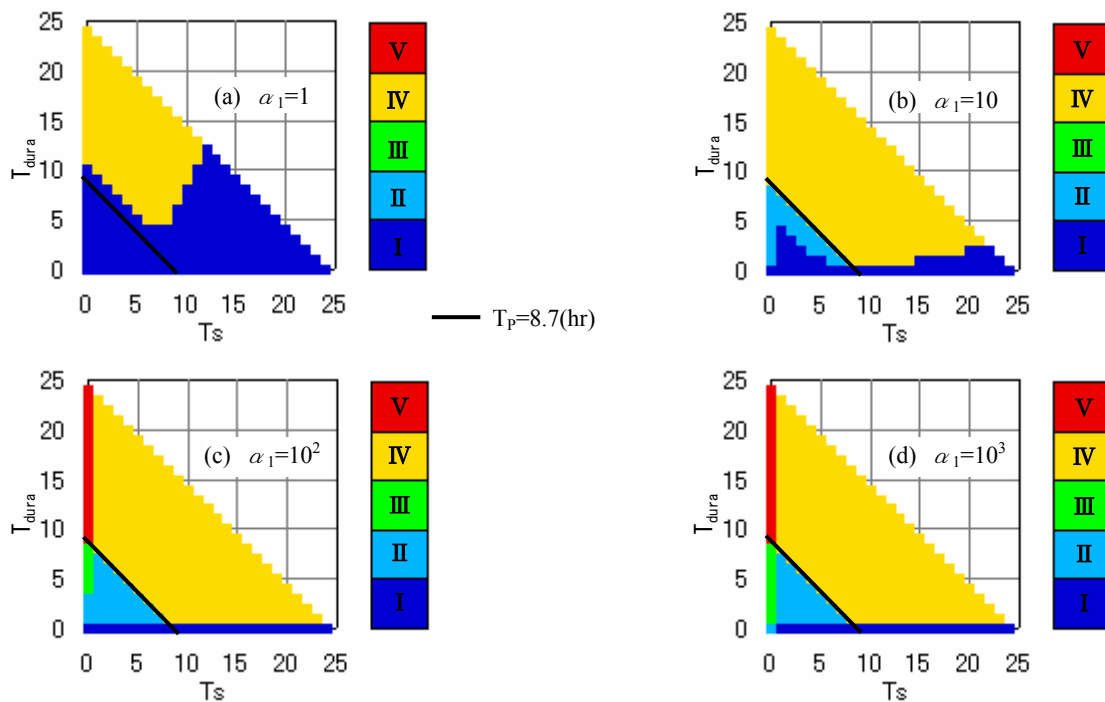


図-4 濁度変化型領域判定図

3.3 流出高と濁度負荷量のヒステリシスループ

図-5、7 はそれぞれ図-6、8 の濁度負荷量と流出高の2価性のグラフより導き出した、ヒステリシスループの模式図である。縦軸の濁度負荷量は本来の濁度フラックス $c(L,t)q(L,t)$ を c_0L で割った

$(L \frac{c_*(t)}{c_0} + 1)Q(t)$ (mm/hr) を用いて表している。

濁度フラックスのピークが T_p 以前だと時計方向、以後だと反時計方向のヒステリシスループを示している。ループの開始地点 S である。図-9 は濁度変化型の領域図と同様の軸を用いた流出高と濁度負荷量のヒステリシスループの領域判定図である。この図より次の事がわかる。

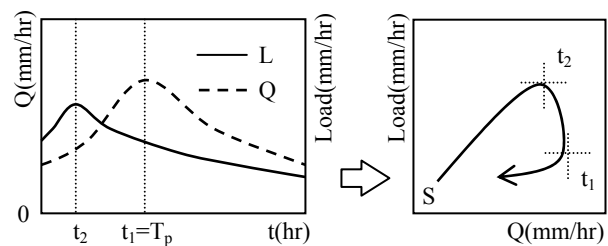


図-5 濁度負荷量と流出高の2価性のグラフ ($t_1 > t_2$)

図-6 ヒステリシスループ模式図 (時計)

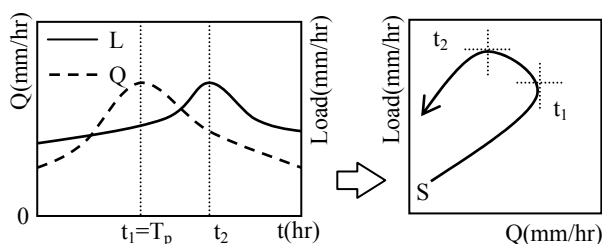


図-7 濁度負荷量と
流出高の2価性の
グラフ($t_1 < t_2$)

図-8 ヒステリシス
ループ模式図
(反時計)

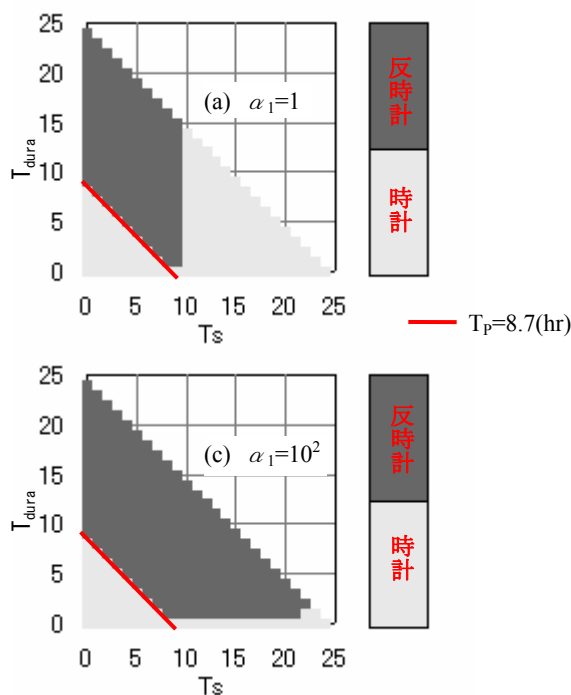


図-9 ヒステリシスループの領域判定図

- H_b の増加に伴い反時計方向へ移行していく。
 - 反時計方向が T_E =減水期のみに出現するのに対し、時計方向は増水期、 T_E =減水期とも出現している。
 - $T_{dura}=0$ では反時計方向に成りえない。
- また、濁度変化型図との関係を見ると次の事がわかる。
- II、III型は時計方向を示しているが、V型は反時計方向を示している。
 - 両方向に出現していたI型が $H_b=10Q^2$ 以上になると時計方向にのみ現れる。また、同じく両方向に出現していたIV型は $H_b=10^3Q^2$ で反時計方向に現れる。

4. 結論

本研究で得られた結果をまとめると次のようになる。

- 1) 山地小流域の濁度解析のために、不飽和浸透流の損失を考慮した貯留型流出モデルと、拡散方程式の拡散項の省略と変数分離による近似式を、連立常微分方程式として数値解析する方法を提案した。
- 2) 濁度発生量を流出高のべき乗の関数で表し、作用時間帯を種々変える事により、濁度時系列変化の5種類(I～V型)及び濁度負荷量と流出高との時計方向、反時計方向のヒステリシスループを再現できた。
- 3) 濁度変化型とヒステリシスループの2次元領域判定図を作製し、II、III型は時計方向ループ、V型が反時計方向、I、IV型は時計・反時計方向となる事を示した。

参考文献

- 1) 水戸 聡、山梨光訓、藤田睦博、清水康行：小流域における濁度物質の流出機構、土木学会北海道支部論文報告集、第51号(B)、II-22、pp. 88-91、1995。

- 2) 山梨光訓、藤田睦博、清水康行、田中 敦：斜面流出成分からみた濁度変化、土木学会北海道支部論文報告集、52号(B)、II-29、pp. 130-133、1996。
- 3) 八田茂美、藤田睦博、山梨光訓：不飽和浸透理論とタンクモデルを用いた損失機構に関する研究、水工学論文集、41巻、pp. 25-30、1997。
- 4) 八田茂美、藤田睦博、山梨光訓：損失を考慮した不飽和浸透理論の集中化、土木学会論文、No. 600、II-44、pp. 11-21、1998。
- 5) 呉修一、山田正：単一斜面における水質ハイドログラフ形成過程に関する研究、水工学論文集、48巻、pp. 55-60、2004。
- 6) 呉修一、北村知里、江花亮、山田正：小流域における水質ハイドログラフの形成過程に関する研究、水工学論文集、49巻、pp. 157-162、2005。
- 7) 佐渡公明：平衡温度による河川水温の1次元解析、土木学会論文報告集、第333号、pp. 119-127、1983。
- 8) 土木学会：水理公式集(平成11年度版)、第2編河川編、p. 171、2000。