

Calculation of sediment-transport-rate using DEM

学生会員 北海道大学工学部 大嶋 一範 (kazunori oshima)

正会員 北海道大学工学部 清水 康行 (yasuyuki shimizu)

key words, distinct element method

1. はじめに

流砂, 漂砂, 飛砂の流送機構を計算力学的観点から明らかにしようとする「数値流砂力学」における中心的課題は, 流体, 粒子間の相互作用のモデル化と粒子間衝突のモデルの2点である. 一般に, 土砂濃度が希薄であれば両者を無視しても十分な精度の数値予測が行われるが, 土砂濃度が上昇するにつれて, 流体, 粒子間の相互作用が無視できなくなり, さらに高濃度の状況では, 流体, 粒子間相互作用と粒子間相互作用が無視できなくなる. そこで後藤らは, 粒子群の衝突までを考慮できる個別要素法(Distinct Element Method, DEM)³⁾と流体計算を組みこんだ数値モデルを組み込んだEuler-Langrangeカップリング^{1), 2)}を提案して, 流体, 粒子間の相互干渉が掃流砂の流砂構造に及ぼす影響を検討している²⁾. 粒子の個別運動過程はsaltation等の研究に見られるように粒子の運動方程式にもとづく解析が従来よりなされてきたが, 多粒子群を対象に粒子間衝突を直接考慮できる流砂の運動解析は後藤らによってはじめてなされている^{4), 5)}. 最近では, 混合砂の流送や動的粗粒化といった流砂過程の解析にも適用し, その有効性を示している^{6), 7)}. 本研究でもDEMとオイラー的流体解析をくみ合わせた後藤らと同様なフレームワークで流砂過程を考察する. すなわち, 個々の粒子運動は, 掃流砂増加とともに流砂濃度を増すため, 粒子間衝突といった事象が運動過程に適切に反映せねばならない. こうした事象を受けて粒子速度と, 流速との間に抗力が生まれ, その反作用が流速場における形状抵抗となる. 本研究では粒子形状抵抗の流速場への取り組みは行わず, 一定流速を粗面対数流速分布で与え, 平均河床面を調整する. この操作により粒子形状抵抗を流速場に取り込むことなしに一定量の流砂量を定めることができる. 流体, 粒子間を固液二相流モデル, 粒子間相互作用を個別要素法, 両者を融合してモデル化し, 流れ場を再現する. 本研究では, 視的に流れ場の運動を解析する.

2. シミュレーションモデルの概要

(1) DEMによる粒子運動の記述

粒子間の相互作用

粒子モデルを粒子間の重なりを一定の範囲で許容する近似モデルとしてsoft sphereを用い, ここでは, 接触中の粒子間には重なり大きさに応じて反発力と摩擦力が作用する. これは衝突(ほぼ瞬間的接触)と(持続的な)接触の両方を対象としている. DEMでは³⁾, 各粒子ごとに運動方程式を前進差分で解き, 時時刻刻と変化する粒子の位置を求めている. 粒子間接触面における法線方向の力 f_n と接線方向の力 f_s は, それぞれ接触してからの相対変位量に比例する抗力(e)(弾性スプリングモデル(バネ定数 k_n, k_s))と相対速度に比例する粘性抵抗力(d)(粘性ダッシュポットモデル(粘性定数 η_n, η_s))から相互作用を表現する.

$$\left. \begin{aligned} f_n(t) &= e_n(t - \Delta t) + d_n(t) \\ f_s(t) &= e_s(t - \Delta t) + d_s(t) \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} e_n(t) &= e_n(t - \Delta t) + k_n \cdot \Delta \xi; \quad d_n(t) = \eta_n \cdot \Delta \xi_n \\ e_s(t) &= e_s(t - \Delta t) + k_s \cdot \Delta \xi; \quad d_s(t) = \eta_s \cdot \Delta \xi_s \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに, e_n, e_s : 法線および接線方向のバネによる抗力. d_n, d_s : 法線および接線方向のダッシュポットによる抗力. η_n, η_s : 時間 t 間の法線および接線方向変位である. また, 非粘性材料を対象とすることから, 法線方向には引っ張りに抵抗しないジョイントを, 接線方向には一定の限界を越える力が作用すると滑動するジョイント

$$f_s(t) = f_s(t) = 0 \quad \text{when} \quad e_n(t) < 0 \quad (3)$$

$$f_s(t) = \mu \cdot \text{SIGN}(e_n, e_s)$$

$$\text{when} \quad |e_s(t)| > \mu \cdot e_n(t) \quad (4)$$

をそれぞれ配置した. ここに, μ : 接触面における動摩擦係数($\mu = 0.577$), $\text{SIGN}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号を付けることを意味する.

モデル定数の設定(後藤ら⁸⁾)

はじめに, 質点 m も上下にバネ(バネ定数 k_n)を配した1自由度振動系の固有周期 T を基準に, 計算時間間隔 Δt とバネ定数 k_n を関係づける.

$$\Delta t = T / \alpha_m ; T = 2\pi\sqrt{m/k_n} \quad (5)$$

吉田・榎谷・今井⁹⁾は、 $\alpha_m=20.0$ を最適として与えている。なお、この関係は、個別要素法で頻用される1自由度振動系の差分解の収束性と安定性を考慮した計算時間間隔の制約条件

$$\Delta t \leq 2\sqrt{m/k_n} \quad (6)$$

よりも安全側にある。所与の Δt の下に式(5)からバネ定数 k_n を算定し、縦弾性係数とせん断弾性係数の関係

$$k_s = \frac{k_n}{2(1+\nu)} \quad (7)$$

を援用して k_s を算定する(ν :ポアソン比($=0.3$))。さらに、粘性定数 η_n, η_s に関しては、Voigtモデル1自由度振動系の臨界減衰の条件を基準に、

$$\eta_n = \alpha_{cn} \cdot 2\sqrt{m \cdot k_n} ; \eta_s = \eta_n / \sqrt{2(1+\nu)} \quad (8)$$

後藤・原田・酒井⁸⁾は $\alpha_{cn}=1.3$ を最適値として与えている。上式より、計算時間間隔 $\Delta t=2.0 \times 10^{-5}$ 、粒径 $d=0.28\text{mm}$ 、比重 $\rho_s/\rho=2.65$ の粒子のモデル定数は、 $k_n=3.76(\text{N/m})$ 、 $k_s=1.45(\text{N/m})$ 、 $\eta_n=8.80 \times 10^{-4}(\text{Ns/m})$ 、 $\eta_s=5.46 \times 10^{-4}(\text{Ns/m})$ である。

流体から受ける駆動力

鉛直2次元場における水流中の砂粒子の運動方程式は、上記の粒子間干渉力(着目粒子 i に接触するすべての粒子 j からの作用力の総和)と、粒子に作用する重力、周囲流体の加速により粒子に作用する力、流れから受ける駆動力を組み込んだ粒子 i の運動方程式(並進および回転)は次のように表される。

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} \\ & \sum_j \left\{ -f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij} \right\}_j \\ & + \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2} (u-u_{pi}) \\ & + \rho(1+C_M) A_3 d^3 \frac{du}{dt} + \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \sin \theta \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{du_{pi}}{dt} = \\ & \sum_j \left\{ -f_n \sin \alpha_{ij} - f_s \cos \alpha_{ij} \right\}_j \\ & + \frac{1}{2} \rho C_D A_2 d^2 \sqrt{(u-u_{pi})^2 + (v-v_{pi})^2} (v-v_{pi}) \\ & + \rho(1+C_M) A_3 d^3 \frac{dv}{dt} + \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 d^3 g \cos \theta \end{aligned} \quad (10)$$

$$I \frac{d\omega_{pi}}{dt} = \frac{d}{2} \sum_j \left\{ f_{sj} \right\}_j \quad (11)$$

ここに、 ρ :水の密度、 ρ_s :砂粒子の密度、 C_M :付加質量係数($C_M=0.5$)、 A_2, A_3 :砂粒子の2次元、3次元形状係数(球を想定し、 $A_2=1/4, A_3=1/6$)、 d :砂粒径、 u_{pi}, v_{pi} :砂粒子 i の x, y 方向の移動速度(x, y :主流方向の座標軸とそれに直交する座標軸)、 α_{ij} :砂粒子 i, j の接触角、 g :重力加速度、 ω_{pi} :砂粒子 i の角速度、 C_D :抗力係数、 u, v :水流の流下、鉛直速度である。

ここで、 C_D は、

$$C_D = 0.4 \quad \text{when } Re > 1000 \quad (12)$$

Schiller, Naumann(1933)より

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0.15 Re^{0.687} \right) \quad \text{when } Re \leq 1000 \quad (13)$$

(2) 流速場のモデル化

平均流速分布は粗面対数則

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{30.1y}{d} \right) \quad (14)$$

で与えた(u_* :摩擦速度、 κ :カルマン定数)。掃流砂量は、限界摩擦速度を岩垣の公式

$$u_{*c} = 8.41d^{11/32} \quad \text{when } d=0.00028(\text{m}) \quad (15)$$

で与え(u_{*c} :限界摩擦速度)、無次元限界掃流砂量を芦田、道上の式

$$q_{B*} = 17\tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \right) \quad (16)$$

より(q_{B*} :無次元限界掃流砂量)与えた。平均河床面はこの掃流砂量に近似するように定める。また、乱れ強度は禰津¹⁰⁾による普遍関数表示

$$\frac{\sqrt{u'^2}}{u_*} = 2.30 \exp \left(-\frac{y}{h} \right) \quad (17)$$

$$\frac{\sqrt{v^2}}{u_*} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \quad (18)$$

$$q_B = \sum_i \frac{A_3 d^2}{L} u_{pi} \quad (21)$$

(水深 $h=0.1$ m と仮定) で与える.

濃度場は後藤ら⁴⁾と同様に、粒子数密度(流体の単位体積あたりに存在する粒子数)を n_g として検査面積 ($L \Delta y$ (y : 高さ幅)) における粒子部分総面積 ($\sum A_{pi}$) を求め、次式から与えられる.

$$v_g = \frac{\sum A_{pi}}{L \Delta y} \frac{1}{A_2 d^3} \quad (19)$$

このとき、流砂濃度 C 、流砂量 q_B は次式から与えられる.

$$C(y) = \frac{\sum A_{pi}}{L \Delta y} \frac{A_3}{A_2} \quad (20)$$

$$q_B = \int C(y) u_p dy = \int v_g A_3 d^3 u_p dy$$

つまり、検査面積内の個々の粒子から求めると、

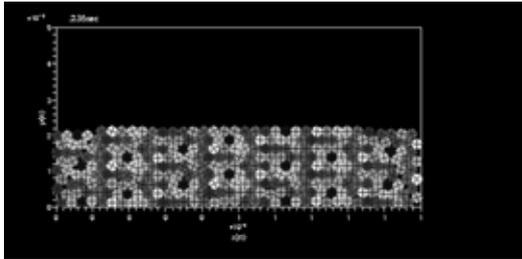


図-1 モデル河床の例

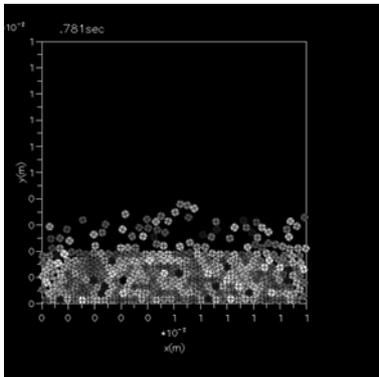


図-2 ケース1

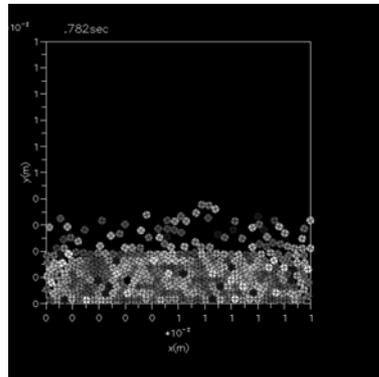


図-3 ケース1

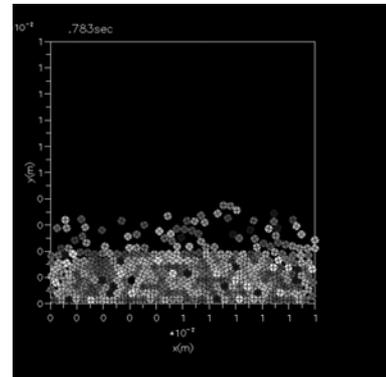


図-4 ケース1

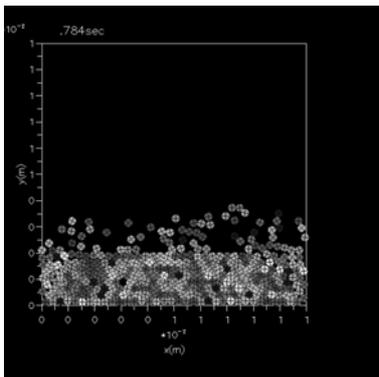


図-5 ケース1

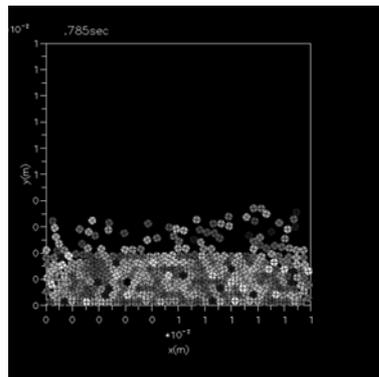


図-6 ケース1

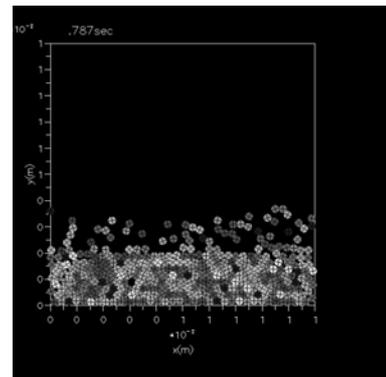


図-7 ケース1

(3) 粒子の初期配列

粒子の初期配列は、粒子層底面粒子の平均高さ回りに標準偏差が $d/3$ になるように固定粒子を配列し、その上に粒子を規則的に配列し、左右を周期境界条件として重力の作用のもとでパッキング計算を行う。このようにして生成されたモデル河床の一例を図1に示す。

(5) シミュレーションの条件

計算時間間隔 $\Delta t=2.0 \times 10^{-5}$ 、粒径 $d=0.28$ mm、比重 $\rho_s/\rho_f=2.65$ として粒子のモデル定数は、 $k_n=3.76$ (N/m)、 $k_s=1.45$ (N/m)、 $\rho_n=8.80 \times 10^{-4}$ (Ns/m)、 $\rho_s=5.46 \times 10^{-4}$ (Ns/m) と与え、水深 $h=10$ cm、重力加速度 $g=9.8$ m/s² とし、河床勾配を $l=0.002$ とし、2パターンの流れ場の再現を行う。左右を周期境界条件として、シミュレーションの幅を上下左右 1cm とする。ケース1を図2から図7、ケース2を図8から図13に示す。

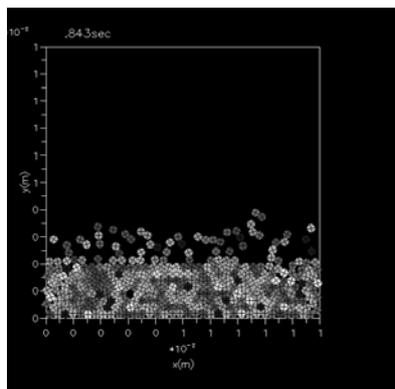


図-8 ケース2

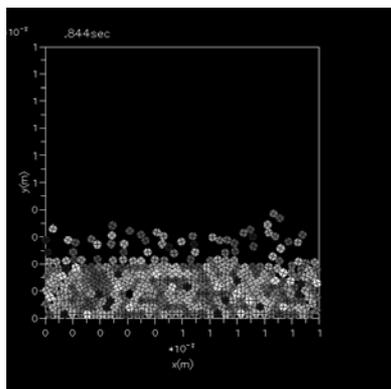


図-9 ケース2

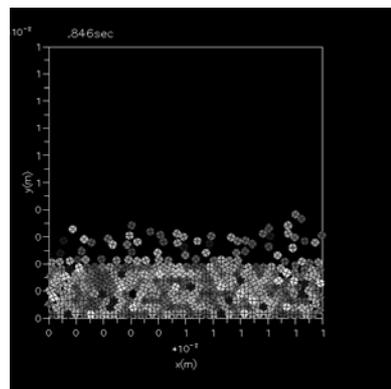


図-10 ケース2

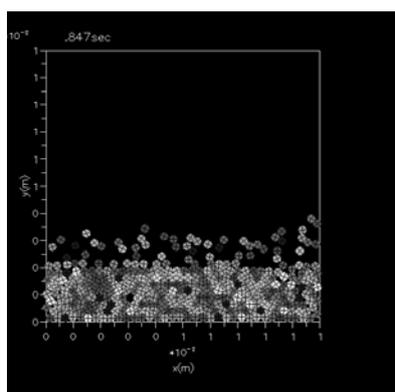


図-11 ケース2

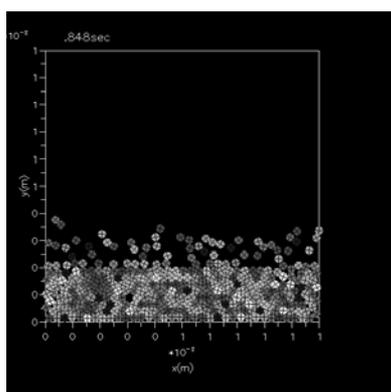


図-12 ケース2

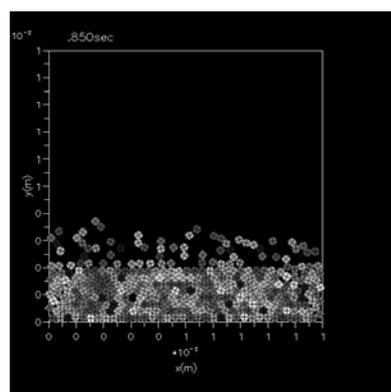


図-13 ケース2

(6) あとがき

本研究では、流体、粒子間および粒子間相互作用の両者を固液二相流モデルと個別要素法を融合してモデル化し、実験からは抽出しにくい個々の粒子速度、衝突事象を頻繁にうける粒子運動と言った流砂素過程を求めるツールの可能性を示した。今回は、両者とも平均河床面は粒子底面層で安定し、流砂量も計算流砂量の5%程度に収束し、視的に粒子運動が再現できた。今後は粒子形状抵抗の流速場への取り組みをすることにより、流れ場の再現をしていく必要がある。

参考文献

- 1) 後藤仁志, 辻本哲郎, 中川博次: 流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析, 土木学会論文集, No.485/ -26, pp.11-19, 1994.
- 2) 後藤仁志, Abbas YEGANEH-BAKHTIARY, 酒井哲郎: 混相流モデルと個別要素法の融合による高濃度掃流層の数値解析, 土木学会論文集, No.649/ -51, pp.17-26, 2000.
- 3) Cundal, P.A. (1979): A discrete numerical model for granular assemblies, Geotechnique, Vol.29, No.1, pp.47-65.
- 4) 後藤仁志, 酒井哲郎: 表層せん断を受ける砂層の動的挙動の数値解析, 土木学会論文集, No.521/ -32, pp.101-112, 1995.
- 5) 後藤仁志, 酒井哲郎: 河床構成粒子群との相互作用を考慮した流砂の流動過程の数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.819-824, 1997.
- 6) 後藤仁志, 原田英治, 酒井哲郎: 数値移動床による混合粒径流砂の流砂過程のシミュレーション, 水工学論文集, 第44巻, pp.665-670, 2000.
- 7) 原田英治, 後藤仁志, 酒井哲郎, 羽間義晃: 混合粒径砂の動的粗粒化過程の数値解析, 水工学論文集, 第45巻, pp.655-660, 2001.
- 8) 後藤仁志, 原田英治, 酒井哲郎: 個別要素法に基づく移動床シミュレーターのモデル定数の最適化, 土木学会論文集, No. 691/ -57, 159-164, 2001, 11.
- 9) 吉田博, 榎谷浩, 今井和昭: 個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析, 土木学会論文集, No. 392/ -9, pp.297-306, 1988.
- 10) 禰津家久: 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 第261号, pp.67-76, 1977.