

釧路湿原における透水係数の空間分布に関する統計的解析

Statistical analysis concerning space distribution of permeability in Kushiro Wetland

室蘭工業大学 ○学生員 相木日出男 (Hideo Aiki)
 室蘭工業大学 フェロー 藤間 聡 (Satoshi Tohma)

1. まえがき

釧路湿原は1980年にラムサール条約に登録され、1987年には国立公園に指定される国際的に重要な湿原である。また、湿原には保水・浄化機能、地域気候を緩和する機能などがあり、地域住民にとってもその役割は大きい。

近年、釧路湿原では戦後の社会経済活動の影響によって湿原の地下水位低下による乾燥化が懸念されており、それに伴う湿原面積の減少、環境および生態系の急激な変化が問題となっている¹⁾。

本論文は、この湿原乾燥化において重要なパラメータとなる地下水位に着目し、釧路湿原における地下水流動特性を規定する透水係数の分布を統計的に解析し把握する事を目的とする。

著名の一人は、地下水位の推定に用いる解析手法としてクリギング法を用い、胆振地方の美々川・ウトナイ湖周辺を中心に実績を示してきたが、釧路湿原では地層構造の複雑性から、透水係数の相関距離が小さく解析が困難であることを把握している。

そこで、このクリギングにかわる新しい手法として自然界におけるフラクタル性に基づき、地下水位変動量のフラクタル特性を検討し透水係数の空間分布に関する統計的解析を進める。

2. フラクタル

フラクタルとは、1975年にMandelbrotによって生み出された幾何学の概念であり、一般的に図形の全体と部分が自己相似の関係にあることをいう。この関係は自然界においても雲や海岸線、河川の形状に見ることが出来る。

釧路湿原は、さまざまな制約によって地下水位の観測点が限定されており、限られた観測点から湿原全体の地下水流動特性を把握する事は非常に困難である。そこで、本論文では地下水位変動量を周波数に対する変化として捉え、そこにフラクタルの特性を見出す。

3. ゆらぎとフラクタル次元

解析を進めるにあたり、地下水位変動量がフラクタル特性を示すか否かについて検討する必要がある。フラクタル特性を示す根拠の一つに、ゆらぎという概念があり以下の式で表される。

$$S(f) = 1/f^\beta \quad (1)$$

ここに、 $S(f)$ はパワースペクトル、 f は周波数、 β はスペクトル数を示す。式(1)は、パワースペクトルを周波数の逆数で表したものであり、 $1/f^\beta$ ゆらぎと称するものである。上式の両辺に対数を取りグラフにしたものを図

-1に示す。スペクトル分布が同図のように直線関係となるとき、地下水位変動量は全体と部分において自己相似の関係にあることから、フラクタルの特性を示すことを意味している。また、スペクトル数 β は同図において傾きを表しており、以下のような関係式が成立する²⁾。

$$D_F = 2.5 - 0.5\beta \quad (2)$$

ここに、 D_F はフラクタル次元を示す。フラクタル次元には(1 D_F 2)の関係があることから β の範囲は(1 β 3)となる。

上式より、フラクタル次元 D_F が大きい場合、スペクトル数 β は小さくなり、図-1においてパワースペクトル $S(f)$ の取り得る範囲が小さくなる。これは、現象のランダム性が大きくなることを示しており、フラクタル性を用いた推定を行うに際して、その精度が低くなることを示している。

釧路湿原の地下水位変動量が小領域、及び大領域において同一のスペクトル分布となれば、フラクタル的性質を持つ事となり、小領域の性質を大領域に拡大することができる。

4. スペクトル解析

スペクトル解析とは、地下水位の変動成分を定式化し周波数による変化として表す事である。データからパワースペクトルを求めるものとして様々な手法が提案されているが、本論文ではFFT法を用いる。

釧路湿原における地下水位の観測データを用いてスペクトル解析を行い、スペクトル数及びフラクタル次元を求め、地下水位変動量のフラクタル性について検討する。地下水位変動量のとり方は図-2に示す任意の8方向を用いた。スペクトル解析によって得られたスペクトル分布図(方向1のみ)を図-3に示し、スペクトル数とフラクタル次元、さらに実測値と回帰直線との相関係数を表-1に示す。同表から、8方向でフラクタル次元、及びスペクトルはほぼ等しい値となり、全ての方向において地下水位の変動量が、距離及び方向性に依存せずにフラクタルの特性を示していることがわかる。また、8方向において実測値と回帰直線との相関係数は、0.91と大きく、いずれも直線との高い相関性を示している。

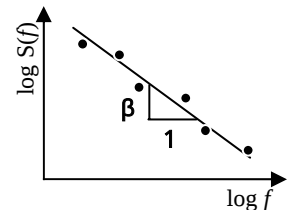


図-1 $1/f^\beta$ ゆらぎ
スペクトル分布

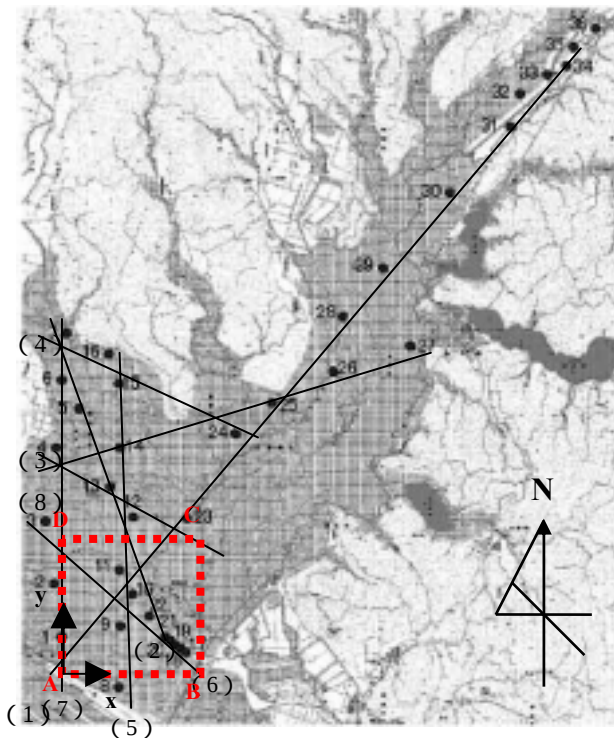


図-2 地下水位観測点と解析

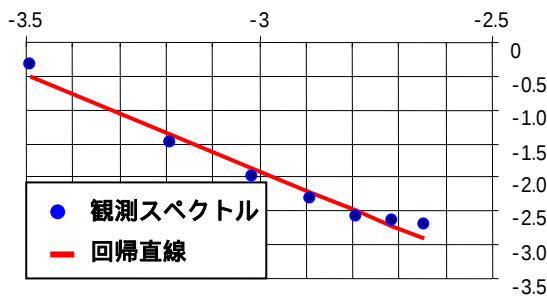


図-3 方向1におけるスペクトル分布

表-1 各方向のスペクトル数とフラクタル次元

方向	スペクトル数	相関係数	フラクタル次元
(1)	2.77	0.93	1.12
(2)	2.39	0.95	1.31
(3)	3.19	0.86	0.91
(4)	3.01	0.87	1.00
(5)	2.85	0.95	1.08
(6)	2.88	0.92	1.06
(7)	2.72	0.90	1.14
(8)	2.69	0.92	1.16
平均	2.81	0.91	1.10

5. 数値模擬地盤

釧路湿原の地層構造は非常に複雑であり、地下水位分布、流向・流速分布、および透水係数の分布はランダムに変化していると考えられる。そこで、観測データによる地下水位変動量がフラクタルの性質を持つことを踏まえ、透水係数の空間分布に関する理論的考察を行い、それに基づく2次元の数値模擬地盤を作成する方法を適用する³⁾。

まず透水係数が水平方向に変化している地盤について考える。このとき、各層の断面積が一定であるとする、

流量 Q に関する連続条件より各層中を通る流速 v_x が等しくなる必要があるため以下の式が成り立つ。

$$Q = v_x = k_x \left(\frac{dh}{dx} \right) \quad (3)$$

ここで、 k_x は等価透水係数、 dh/dx は平均動水勾配である。全層の損失水頭は各層の損失水頭の和で表すことができるので、各層の間隔を d_i とすると次のような式が得られる。

$$(d_1 + \dots + d_i) = d_1 \left(\frac{dh}{dx} \right)_{d_1} + \dots + d_i \left(\frac{dh}{dx} \right)_{d_i} \quad (4)$$

以上より、式(3)、(4)から等価透水係数 k_x は、

$$k_x = \frac{n}{\sum \frac{1}{k_i}} \quad (5)$$

となる。この等価透水係数の性質を利用し、矩形領域を分割していくことで数値模擬地盤を作成する方法について検討する。

釧路湿原は複雑な地層から成るため、図-4に示すように矩形領域の透水係数に x, y 方向の異方性を持たせる。次に、矩形領域を4個の要素に分割し、さらにそれぞれの領域に異方性を持たせる。このとき、式(3)より次のような関係が成り立つ。(簡略のため x 方向についてののみ示す。)

$$K_{Ax}^1 = \frac{2K_{1x}^1 \cdot K_{2x}^1}{K_{1x}^1 + K_{2x}^1} \quad (6)$$

$$K_{Bx}^1 = \frac{2K_{3x}^1 \cdot K_{4x}^1}{K_{3x}^1 + K_{4x}^1} \quad (7)$$

$$K_x^0 = \frac{K_{Ax}^1 + K_{Bx}^1}{2} = \phi \quad (8)$$

ここに、 K は透水係数、 ϕ は矩形領域における x 方向の等価透水係数を示す。ここで、透水係数の不均質性を表す無次元確率変数として α_x 、 β_x 、 γ_x を次式のように導入すると、

$$K_{1x}^1 = \alpha_x \phi \quad (9)$$

$$K_{4x}^1 = \beta_x \phi \quad (10)$$

$$K_{Ax}^1 = \gamma_x \phi \quad (11)$$

となり、式(6)～(8)より次のように表すことができる。

$$K_{3x}^1 = \frac{\alpha_x \cdot \gamma_x}{2\beta_x + \gamma_x - 2} \phi \quad (12)$$

$$K_{2x}^1 = \frac{(2 - \gamma_x) \beta_x}{2\beta_x + \gamma_x - 2} \phi \quad (13)$$

$$K_{Bx}^1 = (2 - \gamma_x) \phi \quad (14)$$

このとき、 γ_x の制約条件は(11) > 0 、(14) > 0 より、

$$0 < \gamma_x < 2 \quad (15)$$

となり、 α_x, β_x の制約条件は(12) > 0 , (13) > 0 より、

$$\alpha_x > \gamma_x/2, \quad \beta_x > (2 - \gamma_x)/2 \quad (16)$$

ここで、

$$\alpha'_x = \frac{\alpha_x}{\gamma_x}, \quad \beta'_x = \frac{\beta_x}{2 - \gamma_x}, \quad \gamma'_x = \frac{1}{\gamma_x} \quad (17)$$

とおくと、 $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ が確率変数であるため $\alpha'_x, \beta'_x, \gamma'_x$ も確率変数となり制約条件は、

$$\alpha'_x > 0.5, \quad \beta'_x > 0.5, \quad \gamma'_x > 0.5$$

となる。さらに、式(6)より $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ は以下のどちらかの値を取り得る。

$$\begin{aligned} \alpha'_x &= \alpha'_{xm} \quad \text{or} \quad \alpha'_x = \alpha'_{xn} = \frac{\alpha'_{xm}}{2\alpha'_{xm} - 1} \\ \beta'_x &= \beta'_{xm} \quad \text{or} \quad \beta'_x = \beta'_{xn} = \frac{\beta'_{xm}}{2\beta'_{xm} - 1} \\ \gamma'_x &= \gamma'_{xm} \quad \text{or} \quad \gamma'_x = \gamma'_{xn} = \frac{\gamma'_{xm}}{2\gamma'_{xm} - 1} \end{aligned} \quad (18)$$

以上より式(9), (10), (12), (13)の値を得ることができ、 $\alpha_{xm}, \beta_{xm}, \gamma_{xm}$ の確率密度関数を、平均値 $\mu = 1$, 標準偏差 σ_{xm} ($\chi_m: \alpha_{xm}, \beta_{xm}, \gamma_{xm}$)の片側正規分布に従うものとして次式のように仮定する。

$$P(\chi_m) = \frac{1}{\sigma_{xm} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\chi_m - \mu_{xm})^2}{2\sigma_{xm}^2}\right) \quad (\chi_m \geq 1) \quad (19)$$

また、確率変数 χ_m は、 χ^2 検定を行った一様乱数をボックス・ミュラーの方法により正規乱数に変換し決定する。この時、確率変数の分散 $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_\gamma$ を表-2に示す4ケースに変化させ数値模擬地盤を作成する。また、異なる乱数系列をそれぞれ15回発生させ計60パターンの数値模擬地盤を作成した。各ケースごとに作成した数値模擬地盤を、ここでは乱数系列1のものについて図-5に示す。

同図において透水係数の分布について比較すると、 x, y 方向共にばらつきが大きくなっていることが認められ、透水性も両方向共に減少している。また、 σ_γ が大きいケース2は y 方向のばらつきが大きく、等価透水係数は両方向共に減少しており、特に y 方向の減少幅が大きい。逆に $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ が大きいケース3は x 方向のばらつきが大きくなっており、 y 方向の透水性が増加している。

これらの結果より、 $\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_\gamma$ の値、および乱数系列の変化により透水係数の分布はさまざまに変化し、無限数の数値模擬地盤を作成することが可能となる。

表-2 各ケースの標準偏差

	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4
$\sigma_\alpha, \sigma_\beta$	0.2	0.2	0.4	0.4
σ_γ	0.2	0.4	0.2	0.4

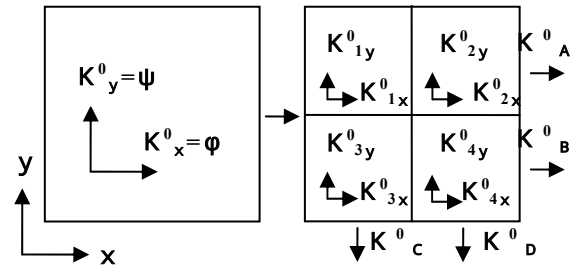


図-4 領域の分割

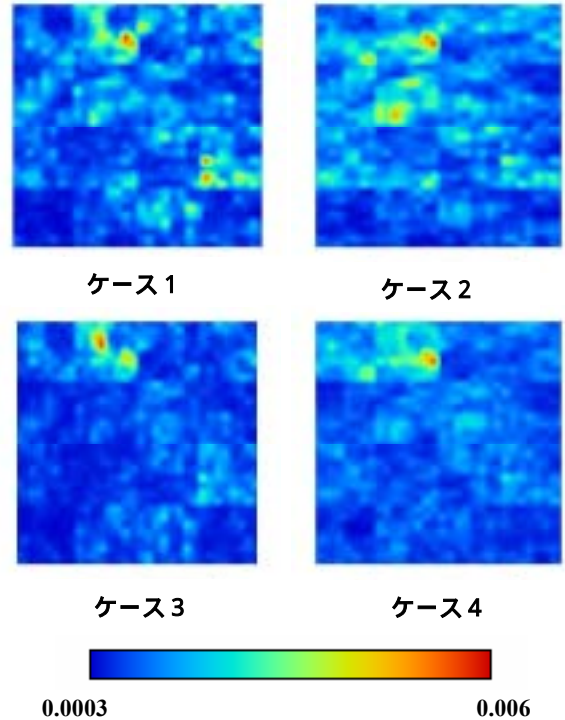


図-5 乱数系列1の各ケースにおける透水係数

6. 数値模擬地盤を用いた地下水位解析

作成した60パターンの数値模擬地盤から平面二次元定常被圧地下水流の有限要素解析を行う。

解析領域は、図-2に示す破線内の一辺4kmの正方形領域ABCDとした。境界条件には、解析対象領域の境界付近に存在する8地点において、観測データがそろっている2002年2月15日～2002年10月24日までの252日間の平均地下水位を用い⁴⁾、赤池情報量基準(AIC)によってトレンド多項式を求め、境界における地下水位を決定した⁵⁾。この境界条件は全ケース共通とし、60パターンの数値模擬地盤を用いて地下水位解析および流向・流速の推定を行った。地下水位分布図を図-6、流向・流速分布図を図-7に示す。

図-6から、地下水位の分布は右から左に向けて高くなっており、右の地下水位の低い部分は透水係数の標準偏差が大きいほど範囲が狭くなっている。また、ケース2とケース3から σ_γ が大きい場合、地下水位の等高線が複雑な形状になった。図-7の流速は、約8.5m/day～17m/dayの範囲で変化し、やはり地下水位分布の高い左から右に向かう流れが卓越しており、右端では一部逆に

向かう流れが見られる。乱数系列の違いにより流れ方が異なり、透水係数の標準偏差が大きいほど流速の早い部分と遅い部分の差が大きくなっている。

以上より、透水係数の標準偏差を変化させた数値模擬地盤により地下水位分布及び、流向・流速分布に変化が見られ、さまざまな地下水の流れを表すことが可能である。

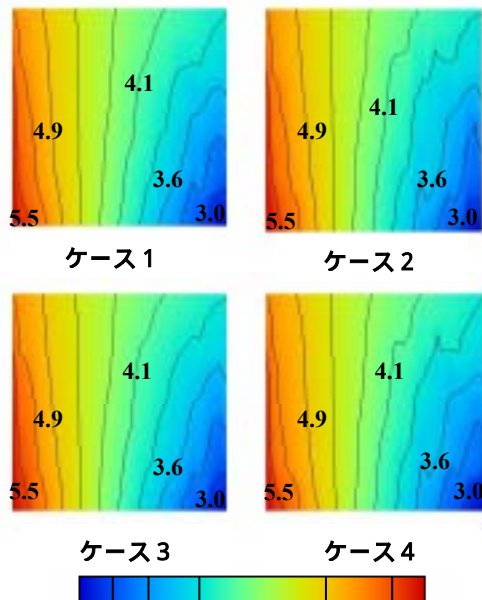


図 - 6 乱数系列 1 の各ケースにおける地下水位分布図

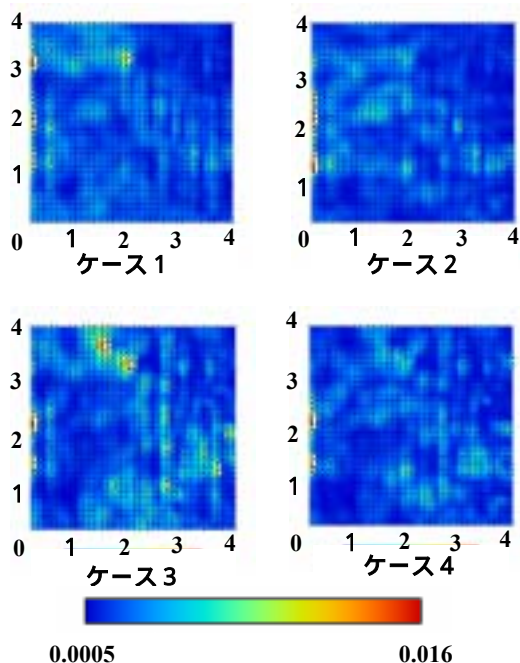


図 - 7 乱数系列 1 の各ケースにおける流向・流速分布図

7. 解析地下水位変動量におけるフラクタル特性

解析手法としては、前章で得た地下水位データを用い

4. で示した解析方法を適用した。全 60 パターンのフラクタル特性の中で、最も観測データによるスペクトル分布と近い値となったものはケース 4 の乱数系列 1 であり図 - 8 に示す。同図から実測によるものと解析によるもののスペクトル数は共に 2.72 となり、同じフラクタル次元を示している。

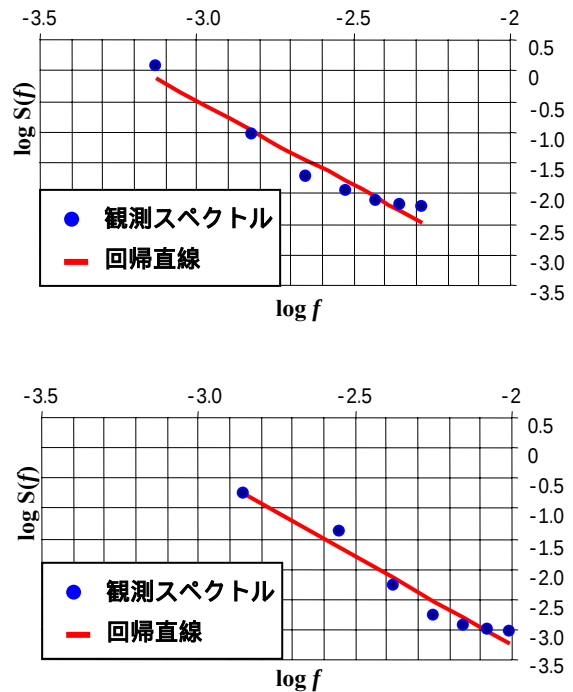


図 - 8 観測データと解析データのフラクタル分布図

8. 結論

釧路湿原において、観測地下水位の変動量からフラクタルの特性を見出すことができた。さらに、複雑な地層に着目し、観測データを必要としない 60 パターンの数値模擬地盤から有限要素法による地下水解析を行い、地下水位の分布及び流向・流速を推定した。最後に、数値模擬地盤から求めた解析データによるフラクタル特性と観測データのフラクタル特性を比較する事により、釧路湿原の地質特性を考慮した数値模擬地盤をケース 4 の乱数系列 1 の場合と決定し、解析領域における地下水パラメータを把握することができた。

今後の研究方針は、釧路湿原の実現象をさらに詳しく分析し、実際の地盤に近い数値模擬地盤の作成を検討する予定である。

9. 参考文献

- 1) 釧路湿原自然再生協議会: 釧路湿原地下水データ, 2003.
- 2) 脇田英治, 松尾稔: 不同沈下のフラクタル的性質とそれを用いた沈下推定, 土木学会論文集 No.529, 1995.
- 3) 齋藤雅彦, 川谷健: 透水係数の空間分布に関する理論的考察, 土木学会論文集 No.645, 2000.
- 4) 前出 1)
- 5) 赤池弘次他: 統計学特論 - 情報量基準と統計モデル・統計的社会調査法 -, 財団法人放送大学教育振興会, 1987.