

Ant Colony Optimization の構造最適設計への応用について

Application of Ant Colony Optimization method to structural design

北海学園大学大学院

○学生員 阿部淳一 (Junichi Abe)

北海学園大学工学部土木工学科

正員 杉本博之 (Hiroyuki Sugimoto)

1. まえがき

蟻の群衆が餌を探して巣に持ち帰る時、初めは各々の蟻はランダムに行動している。しかし、ある蟻が餌と巣の距離が短いルートを見つると、蟻の集団はそのルートに集まり、やがて最短ルートを見つる。この時、蟻は他の蟻との情報交換の手段として、フェロモンを使用する。蟻はより短い経路に多くのフェロモンを分泌し、そしてよりフェロモンが多い経路に蟻が集まる。このようなフェロモンを用いた蟻の群行動を最適化手法に取り入れた、Ant Colony Optimization¹⁾ (以下、ACO) という手法がある。

ACO の基本となるのは、Dorigo らによって提案された Ant System¹⁾ (以下、AS) である。AS は巡回セールスマン問題²⁾ (以下、TSP) を解くために提案された手法である。その後、AS は種々の改良が行われたが、上述のように、蟻が「経路」にフェロモンを分泌し最短ルートを探る行動を ACO はモデルとしている。そのため、対象とする設計問題は「経路」という概念を直接応用できる TSP や、スケジューリング問題等³⁾ に限定されていたと考えられる。

一方、動物や昆虫等の群行動を最適化手法に取り入れた例に Particle Swarm Optimization (以下、PSO) という手法がある。この PSO では北山ら⁴⁾ が構造最適設計に応用し良好な結果が得られているが、同じ群行動を最適化手法に取り入れた ACO を構造最適設計に応用した例は現状として無いと考えられる。

そこで筆者らはこれまで、構造最適設計に代表されるような、一般的な組み合わせ問題へ ACO を拡張する手法を提案し、そしていくつかの数値計算を行って考察を加えてきた⁵⁾。

本論文では、この一般的な組み合わせ問題へと拡張した ACO を、簡単な構造最適設計に適用し、数値計算的な考察を試みる。

2. ACO の概要

図-1 に ACO のフローチャートを示す。以下にフローチャートの各 STEP について説明する。説明には ACO の基本となる AS を用いる。そのため、TSP を解くことを前提として説明している。また本論文では以降、蟻をエージェントと表記する。

STEP1: 初期化を行う。各エージェントの初期位置をランダムに配置し、初期フェロモン情報を都市と都市を結ぶ全ての経路に付与する。

STEP2: 各エージェントがフェロモン情報とヒューリスティック情報から確率的に経路を選択する。総エー



図-1 ACO のフローチャート

ジェント数を N_{max} とすると、 k ($k=1 \sim N_{max}$) 番目のエージェントが経路 $(i-j)$ を選択する確率は、以下の式で表される¹⁾。

$$P_{ij}^k = \frac{\tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \in C} \tau_{ij}^\alpha \cdot \eta_{ij}^\beta} \quad (1)$$

ここで、 τ_{ij} はフェロモン情報、 η_{ij} はヒューリスティック情報、 α はフェロモン情報に対する乗数、 β はヒューリスティック情報に対する乗数、 C は都市 i から選択することが可能な都市の集合である。

ヒューリスティック情報 η_{ij} は、一般的に経路の距離の逆数とし、以下の式で与えられる¹⁾。

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (2)$$

ここで、 d_{ij} は経路 $(i-j)$ の距離である。

ヒューリスティック情報は、エージェントが経路を選択する時、巡回路の総距離に関係無く、一つ先のより短い経路を選択しようとする情報となる。

STEP3: STEP2 において各エージェントが選択した巡回路の総距離を算定する。

STEP4: 巡回路の各経路にフェロモン情報が追加される。TSP の場合、巡回路の総距離の最小化問題であるため、追加されるフェロモン情報は巡回路の総距離が短いほど高い値とする。よって追加されるフェロモン情報は以下の式で与えられる。

$$\Delta \tau_{ij}^{(k)} = \frac{1}{L^{(k)}} \quad (3)$$

ここで、 $\Delta \tau_{ij}^{(k)}$ は k 番目のエージェントにより追加されるフェロモン情報、 $L^{(k)}$ は k 番目のエージェントによって選択された巡回路の総距離である。

ある時間 (繰返し回数) t のフェロモン情報は、 $t+1$ において式 (3) により新たに追加され、同時に全ての経路に付着されているフェロモンが一定量 ρ の割合で蒸

発する. つまり, $t+1$ におけるフェロモン情報 $\tau_{ij}(t+1)$ は以下の式より算定される.

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^{n_{\max}} \Delta \tau_{ij}^{(k)} \quad (4)$$

フェロモン情報が時間的に蒸発することにより, 最近の行動を重視し局所解に陥ることを回避し, 大域的な解の探索を可能にする.

STEP5: 探索回数が最大回数以下なら STEP2 に戻る. 最大回数を満足していれば, 終了となる.

3. 一般的な組み合わせ問題への応用

2. に示したように, ACO による最適化は「経路」という概念を必要とする. そのため, 一般的な組み合わせ問題に対して ACO を直接組み込むことができない. ここでは, 本研究が提案した一般的な組み合わせ問題へ拡張した ACO について説明する.

3.1 巡回路構築方法

ACO を拡張するためには, 「経路」の概念を組み合わせ問題に組み込まなければならない. そこで本研究では, まず仮想の始点を設定し, 仮想の始点と1つめの設計変数の候補値をそれぞれ結び, これを経路と考えた. さらに, 1つめの設計変数と2つめの設計変数の各候補値を結ぶ. 以降, 設計変数の数だけ順番に候補値を結ぶことにより, 設計空間に経路が構成される. これにより, 一設計解を選択すると, 仮想の始点から結ばれた巡回路を選択したことになる. この方法の概念図を x_1, x_2 の2変数問題を例に図-2 に示す. x_1 の候補値の数を n_1 , x_2 の候補値の数を n_2 とする. 仮想の始点を設定し, まず x_1 を選択するための経路が n_1 存在する. さらに x_1 から x_2 を選択するための経路が $n_1 \times n_2$ 存在することになる.

3.2 フェロモン情報の定式化

フェロモン情報は, 本研究では目的関数値を用いる. そこで, 制約条件付き問題を前提とし, 式 (3) を以下の式に置き換える.

$$\Delta \tau_{ij}^{(k)}(t) = \frac{1}{F^{(k)}} \quad (5)$$

ここで, $F^{(k)}$ は k 番目のエージェントのペナルティー関数を用いて無制約化した目的関数値である. また, ペナルティー関数 $F^{(k)}$ は以下の式により与えられる.

$$F^{(k)} = OBJ \left\{ 1 + \gamma \sum_{j=1}^m (\max(g_j^{(k)}, 0)) \right\} \quad (6)$$

ここで, OBJ は目的関数値, γ はペナルティー係数, m は制約条件の数, $g_j^{(k)}$ は k 番目のエージェントによる設計解の j 番目の制約条件値である.

3.3 ヒューリスティック情報の定式化

ヒューリスティック情報は, 本研究では設計変数の値の逆数を用いる. しかし, 設計変数の値を直接ヒューリスティック情報に用いた場合, 設計空間によって値が大きく異なる. そのため, 本研究ではヒューリスティック情報に入力する設計変数を以下の式で線形変換を行った.

$$z_{ij} = \frac{0.9}{x_{j\max} - x_{j\min}} (x_{ij} - x_{j\min}) + 0.1 \quad (7)$$

ここで, z_{ij} は設計変数 j の変換した設計変数, $x_{j\max}$ は設

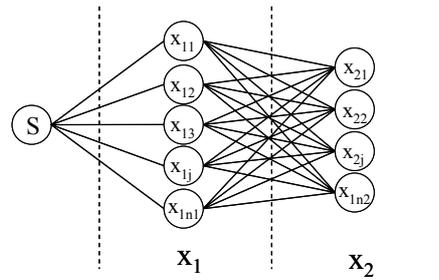


図-2 経路構築の概念図

計変数 j の最大値, $x_{j\min}$ は設計変数 j の最小値である. 式 (7) によって設計変数は最小値を 0.1, 最大値を 1.0 として線形変換される. 設計変数を線形変換した式 (7) より, 式 (2) は以下の式となる.

$$\eta_{ij} = \frac{1}{z_{ij}} \quad (8)$$

一般的にこのような線形変換を行う場合, 0.0~1.0 とするのが妥当である. しかし, z_{ij} の最小値を 0 とすると式 (8) より, 0 で割ることによる数値計算上の不具合が生じるため, 最小値を 0.1 とした.

3.4 フェロモン情報の付着範囲の決定

ACO による解の探索は, 経路に付着したフェロモン情報を用いる. そのため, 大域的な解の探索には, 設計空間内に対して広範囲にフェロモン情報が付着することが望ましいと考えられる. しかし, 広範囲にフェロモン情報を付着させるためには, より多くのエージェントを必要とするため効率的ではない. そこで本研究では, フェロモン情報の付着範囲の決定を行うこととした. フェロモン情報の付着範囲の決定とは, エージェントが選択した経路とその周辺の経路に対してもフェロモン情報を付着させるものとする. ここで, 周辺の経路とは経路 $(i-j)$ を 2次元の座標系 (i, j) に置き換える. そして, エージェントが選択した経路を $(i_c - j_c)$ とすれば, その座標系 (i_c, j_c) の距離を算定し, 一定の範囲 ϕ_L 以下であれば, これを周辺の経路と考える. フェロモンの範囲付着は, 選択した経路から一定の範囲 ϕ_L に対して正規分布的に減少したフェロモンを付着することを考える. つまり, k 番目のエージェントが付着するフェロモン情報を以下の式で与える.

$$\Delta \tau_{ij}^{(k)}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{F^k} \cdot \exp\left(-\frac{\phi_{ij}}{\phi_L}\right) & \text{if } (\phi_L - \phi_{ij}) \geq 0 \\ 0 & \text{if } (\phi_L - \phi_{ij}) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

ここで, ϕ_{ij} は経路 $(i-j)$ とエージェントが選択した経路 $(i_c - j_c)$ を 2次元の座標系に変換して求めた距離である.

3.5 最良巡回路の保存

本研究が提案した ACO は, 過去の計算結果から, 解の収束性に対して良い結果が得られていなかった⁵⁾. これは, 比較的良い設計が得られて設計解付近のフェロモン情報が高くなっても, ヒューリスティック情報の影響により, 設計変数の小さい設計解を常に探索するためである. そこで本研究では, 過去に算定した最良の巡回路に対するフェロモン情報は, 最良解が更新されない限り蒸発しないという手法を加えて計算を行っている.

4. 最適設計問題

一般的な組み合わせ問題へと拡張した ACO に応用を試みたのは、図-3 に示すようなクロスバーの最適設計問題である⁶⁾。図中の A_i は i 部材の断面積、 q_i は i 部材の分布荷重、 P は集中荷重、 l_i は i 部材のスパン長である。設計変数は A_1, A_2 の 2 変数で離散量として扱う。以下に目的関数、制約条件式を示す。

$$OBJ = \sum_{i=1}^2 A_i l_i \quad (10)$$

$$g_j = \frac{|\sigma_{i\max}|}{20} - 1 \leq 0 \quad (j=1\sim 2) \quad (11)$$

ここで、 $\sigma_{i\max}$ は最大応力である。

本研究では設計変数 A_1 、及び A_2 の候補値を 1~32 まで 1 刻みとし、設計条件を $l_1=100, l_2=120, q_1=q_2=1.0, p=0.0$ とした。この設計条件において局所解は 3 点あり、設計変数を (A_1, A_2) と表すと、(6,26), (13,19), (24,8) である。大域的最適解は(24,8)であり、目的関数値は 3360 である。

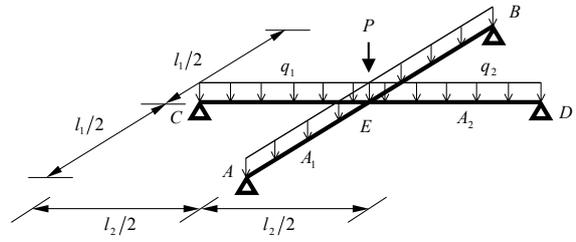


図-3 最適設計問題

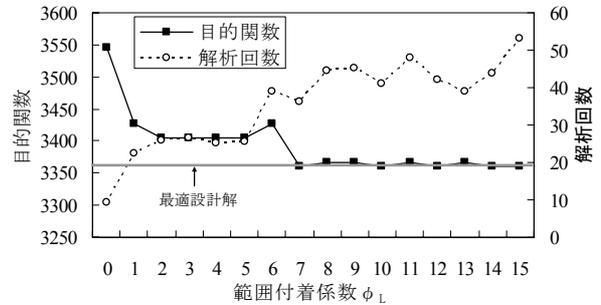


図-4 ϕ_L と目的関数、解析回数との関係

5. 数値計算例

ここでは、3. に示した手法を用いて行った計算結果について示す。

5.1 範囲付着効果の検討

本手法が提案するフェロモンの範囲付着の効果について、 ϕ_L を 0~15 まで 1 刻みで計算を試み検討する。ACO のパラメータは、 $N_{\max}=5$ 、最大繰り返し回数 100、 $\alpha=\beta=1.0$ 、 $\rho=0.5$ とした。図-4 に範囲付着係数 ϕ_L と目的関数の関係、及び最良解を得るまでに要した解析回数との関係を示す。図は横軸を ϕ_L 、左側の縦軸を目的関数、右側の縦軸を解析回数とした。図中の実線が ϕ_L と目的関数の関係、点線が ϕ_L と解析回数の関係、灰色の実線が最適設計解の目的関数値である 3360 を示す。各 ϕ_L に対する目的関数値、及び解析回数は、5 つの異なるランダムシーズを用いて計算した結果の平均値を用いた。

$\phi_L=0$ 、つまり範囲付着を行わない場合、目的関数値は 3550、 $\phi_L=1\sim 6$ では 3400 程度、 $\phi_L=7\sim 15$ では最適設計解付近である 3360 程度の設計解を探索している。図からも明白であるが、 ϕ_L の大きさに関わらず、範囲付着を行うことにより良好な結果が得られたと考えられる。また、 $\phi_L=7\sim 15$ で最適設計解付近の結果が得られ、上記のように試行回数は 5 回ではあるが、乱数に影響されない良好な結果が得られたと考えられる。次に ϕ_L と解析回数との関係では、図から両者はほぼ比例関係にあると考えられる。

これらを統合すると、良質な設計解の探索を行うには、ある程度広い範囲で範囲付着を必要とするが、広すぎると解析回数の増加につながるようになる。そのため、設計問題に適した ϕ_L の設定が必要とされが、このようなパラメータの設定は経験的要因を多く必要とし、一般的ではないと考えられる。そこで次に、 ϕ_L の決定方法の一提案を行う。

5.2 範囲付着係数 ϕ_L の決定

本研究では適切な ϕ_L の決定方法の 1 つとして、3.4 節に示した、経路を 2 次元の座標系に変換して求める距

表-1 ランダムシーズン別設計解

ランダムシーズン	目的関数	設計変数	解析回数
1	3360	(24,8)	33
2	3360	(24,8)	18
3	3360	(13,19)	21
4	3360	(24,8)	40
5	3580	(24,8)	30
平均値	3404	-	28

離 ϕ_{ij} を応用すること考えた。これは、まず過去に選択した経路を保存し、現在選択している経路と過去に選択した経路の距離をそれぞれ算定する。この距離の最小値を ϕ_L として用いることとする。つまり、 ϕ_L は以下の式で与えられる。

$$\phi_L = \min_{k \in D} (\phi_k) \quad (12)$$

ここで、 D は過去に選択した経路の集合、 ϕ_k は選択した経路 ($i-j$) と過去に選択した経路 (i_D-j_D) を 2 次元の座標系に置き換えた場合の距離である。式 (12) により、設計解を探索していない箇所には広範囲でフェロモンを分泌し、局所的には狭範囲にフェロモンを分泌することになる。

式 (12) を用いた場合の計算結果を表-1 に示す。表は 5 つのランダムシーズンで計算した目的関数値、設計変数、最適解算定の解析回数、及びこれらの平均値である。目的関数の平均値は 3404、解析回数の平均値は 28 となり、図-4 と比べると $\phi_L=1\sim 6$ と同程度の結果であると考えられる。次に、各ランダムシーズの設計解を確認すると、5 つのランダムシーズのうち、4 つが大域的最適解を算定しているが、ランダムシーズン 3 は局所解に陥った。そこで次節に、このような局所解を回避するための一方法を提案する。

5.3 ランダム探索の追加

ACO はフェロモン情報がより高い箇所にエージェントが集中する。そのため、フェロモン情報が広範囲に付着していない状態で良質な解が得られると、新たな探索が行われず、局所解に陥ることが考えられる。本研究は、

このように局所解に陥った場合に対処方法として、ランダム探索の機能を追加する。ランダム探索は、最良解が連続して更新されない回数がある値になると、フェロモン情報とヒューリスティック情報に関係なくランダムに経路を選択する機能とする。

前節で局所解に陥ったランダムシーズ3に対して、最良解が連続して20回更新されないランダム探索が行われるとして計算を行った結果を図-5に示す。図は横軸に探索時間、縦軸に目的関数とした。図中の点線はランダム探索をしない場合の目的関数推移、実線はランダム探索をした場合の目的関数推移である。また灰色の実線は大域的最適解の目的関数値、矢印はランダム探索が行われた箇所を示す。最適設計解は、ランダム探索を行うことにより、大域的最適解である3360を算定している。またランダム探索は、繰り返し回数27, 48, 68, 88で行われている。大域的最適解は繰り返し回数37回目で初めて算定された。ランダム探索しない場合の計算結果と比較すると、最初のランダム探索で、大域的最適解を探索するための効果が得られたと考えられる。

次に、ランダム探索を行わない場合(ケース1)と、行った場合(ケース2)のフェロモン情報の時間的変化について検討する。図-6は探索初期の $t=10$ 、探索中期の $t=50$ 、最終時間の $t=100$ におけるフェロモン情報を、2次元のグラフで表したものである。各ケース、各時間の図は、上が始点から A_1 への経路のフェロモン情報、下が A_1 から A_2 への経路のフェロモン情報である。図中の色が濃い箇所がフェロモンの多い経路を表す。

$t=10$ の場合、ランダム探索が一度も行われていないため、両ケースのフェロモン情報同一で、局所解(6,26)付近に高いフェロモン情報を付着している。 $t=50$ のフェロモン情報は、ケース1の場合局所解(13,19)付近に高いフェロモン情報を付着し、ケース2では大域的最適解(24,8)付近に高いフェロモン情報を付着し、局所解(13,19)付近にもフェロモン情報を付着している。 $t=100$ では、ケース1では $t=50$ の結果と変わらず局所解(13,19)付近に高いフェロモン情報を付着し、ケース2では大域的最適解(24,8)付近に高いフェロモン情報を付着している。これらの結果からも明白であるが、ランダム探索を行うことにより大域的な解の探索に対し良好な結果を得ることができたと考えられる。

6. あとがき

ACOを構造最適設計に代表される一般的な組み合わせ問題へ応用を行った。本手法が提案するフェロモンの範囲付着の効果を、クロスバーの最適設計問題を例に検討した結果、範囲付着係数 ϕ_L の値が比較的大きい場合に良好な結果が得られたが、同時に解析回数が増加する傾向があった。そのため、設計問題に適切な ϕ_L の設定の必要性が考えられた。

そこで、過去に選択した経路との最小距離を応用して ϕ_L を決定すると、良好な結果が得られた。しかし、局所解に陥るケースもあったため、次にランダム探索の機能を追加した。結果、局所解に陥ったケースに対して、大域的最適解を算定することが可能となった。

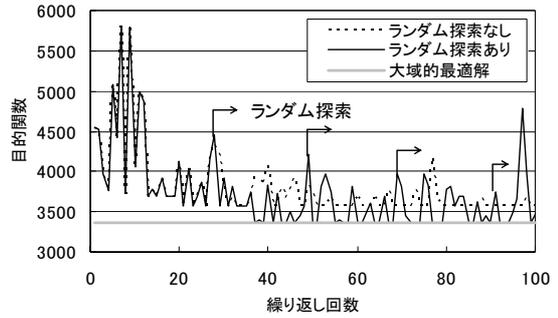


図-5 ランダム探索の効果

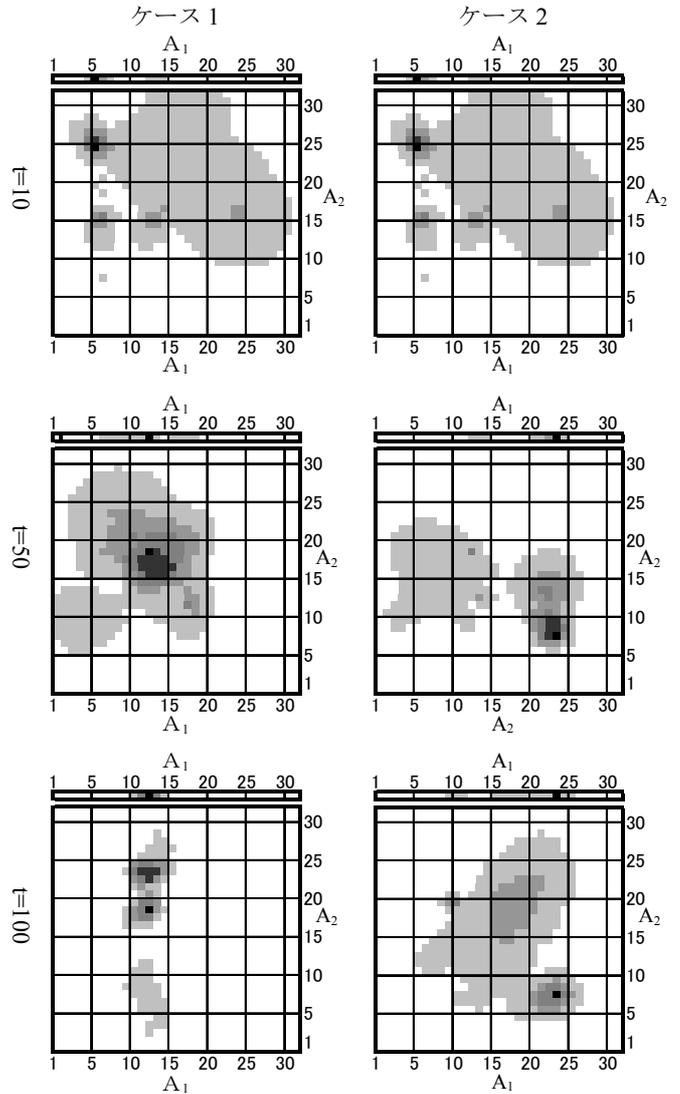


図-6 フェロモン情報の分布図

参考文献

- 1) Marco Dorigo, Thomas Stutzle: Ant Colony Optimization, Bradford Books, 2003.
- 2) 山川宏 編: 最適設計ハンドブック, 朝倉書店, 2004.
- 3) <http://iridia.ulb.ac.be/~mdorigo/ACO/ACO.html>.
- 4) 北山哲士・荒川雅生・山崎光悦: Particle Swarm Optimizationの基礎的研究と混合変数問題への適用, 機会学会論文集A, 2005.
- 5) 阿部淳一・杉本博之: Ant Colony Optimizationに関する基礎的研究, 第9回設計工学に関するシンポジウム講演論文集, 2005.
- 6) 山田善一・大久保貞二 監訳: 最適構造設計-概念・方法・応用-, 丸善株式会社, 1983.